HALLIDAY RESNICK • WALKER PODSTAWY FIZYKI

5

& PWN

WYBRANE WŁAŚCIWOŚCI FIZYCZNE (WARTOŚCI ZAOKRĄGLONE)

Powietrze (suche, w temp. 20°C i pod ciśn. 1 atm)	
gestość	1.21 kg/m^3
ciepło właściwe pod stałym ciśnieniem	$1010 J/(kg \cdot K)$
stosunek ciepeł właściwych $c_{\rm p}/c_{\rm p}$	1.40
predkość dźwieku	343 m/s
nateżenie pola elektrycznego przebicia	$3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$
efektywna masa molowa	0,0289 kg/mol
Woda	
gestość	1000 kg/m^3
predkość dźwięku	1460 m/s
ciepło właściwe pod stałym ciśnieniem	4190 J/(kg · K)
ciepło topnienia (w temp. 0° C)	333 kJ/kg
ciepło parowania (w temp. 100°C)	2260 kJ/kg
współczynnik załamania ($\lambda = 589$ nm)	1,33
masa molowa	0,0180 kg/mol
Ziemia	
masa	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
średni promień	$6,37 \cdot 10^{6} \text{ m}^{-1}$
przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni Ziemi	9,8 m/s ²
standardowe ciśnienie atmosferyczne	$1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
okres ruchu satelity na orbicie odległej od Ziemi o 100 km	86,3 min
promień orbity geostacjonarnej	42 200 km
prędkość ucieczki	11,2 km/s
dipolowy moment magnetyczny	$8,0 \cdot 10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2$
średnie pole elektryczne na powierzchni Ziemi	150 V/m, skierowane w dół
Odległości od Ziemi	
do Księżyca	$3,82 \cdot 10^8 \text{ m}$
do Słońca	$1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$
do najbliższej gwiazdy	$4,04 \cdot 10^{16} \text{ m}$
do środka naszej Galaktyki	$2,2 \cdot 10^{20} \text{ m}$
do galaktyki Andromedy	$2,1 \cdot 10^{22} \text{ m}$
do granicy obserwowalnego Wszechświata	$\sim 10^{26} { m m}$

WZORY MATEMATYCZNE — PATRZ DODATEK E

ALFABET GRECKI

alfa	А	α	iota	Ι	ι	ro	Р	ρ
beta	В	β	kappa	Κ	κ	sigma	Σ	σ
gamma	Γ	γ	lambda	Λ	λ	tau	Т	τ
delta	Δ	δ	mi	Μ	μ	ypsilon	Υ	υ
epsilon	Е	ϵ	ni	Ν	ν	fi	Φ	ϕ, φ
dzeta	Ζ	ζ	ksi	Ξ	ξ	chi	Х	χ
eta	Η	η	omikron	0	0	psi	Ψ	ψ
theta	Θ	θ	pi	П	π	omega	Ω	ω

Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 21291833A6135303



Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 21291833A6135303

Dane oryginału

Fundamentals of Physics Extended, 10th edition, by Jearl Walker, David Halliday, Robert Resnick

Copyright © 2014, 2011, 2008, 2005 John Wiley & Sons, Inc.

All rights reserved. This translation under licence with the original publisher John Wiley & Sons, Inc.

Projekt okładki i stron tytułowych **Przemysław Spiechowski** Ilustracja na okładce **jabiru/Depositphotos**

Przekład z języka angielskiego: wydanie 1: Adam Babiński (rozdz. 39–42) Rafał Bożek (rozdz. 43–45) wydanie 2: Krzysztof Piasecki (rozdz. 38–43) Krzysztof Turzyński (rozdz. 44)

Wydawca Izabela Ewa Mika Redaktor prowadzący Irena Puchalska Redaktor merytoryczny Małgorzata Kopczyńska Produkcja Mariola Grzywacka Łamanie FixPoint, Warszawa

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo. Więcej na www.legalnakultura.pl Polska Izba Książki

Copyright © for the Polish edition by Wydawnictwo Naukowe PWN SA Warszawa 2003, 2015

ISBN 978-83-01-18153-6 tom 5 ISBN 978-83-01-18123-9 tomy 1-5

Wydanie drugie

Wydawnictwo Naukowe PWN SA 02-460 Warszawa, ul. Gottlieba Daimlera 2 infolinia 801 33 33 88 tel. 22 69 54 321, faks 22 69 54 288 e-mail: pwn@pwn.com.pl, www.pwn.pl

Druk i oprawa: Drukarnia ArtDruk, Kobyłka



SCCC C

PODSTAWY FIZYKI



5



Plik zabezpieczony watermarkiem jawnym i niejawnym: 21291833A6135303

Przekład z języka angielskiego wydanie 1: **Adam Babiński, Rafał Bożek** wydanie 2: **Krzysztof Piasecki, Krzysztof Turzyński**

SPIS TREŚCI

TOM 1

- **1**. Pomiar
- 2. Ruch prostoliniowy
- 3. Wektory
- 4. Ruch w dwóch i trzech wymiarach
- 5. Siła i ruch I
- 6. Siła i ruch II
- 7. Energia kinetyczna i praca
- 8. Energia potencjalna i zachowanie energii
- 9. Środek masy i pęd
- 10. Obroty
- 11. Toczenie się ciał, moment siły i moment pędu

TOM 2

- 12. Równowaga i sprężystość
- 13. Grawitacja
- 14. Płyny
- 15. Drgania
- 16. Fale I
- 17. Fale II
- 18. Temperatura, ciepło i pierwsza zasada termodynamiki
- 19. Kinetyczna teoria gazów
- 20. Entropia i druga zasada termodynamiki

TOM 3

- 21. Prawo Coulomba
- 22. Pole elektryczne

- 23. Prawo Gaussa
- 24. Potencjał elektryczny
- 25. Pojemność elektryczna
- 26. Prąd elektryczny i opór elektryczny
- 27. Obwody elektryczne
- 28. Pole magnetyczne
- 29. Pole magnetyczne wywołane przepływem prądu
- 30. Zjawisko indukcji i indukcyjność
- 31. Drgania elektromagnetyczne i prąd zmienny
- 32. Równania Maxwella: magnetyzm materii

TOM 4

- **33.** Fale elektromagnetyczne
- 34. Obrazy
- 35. Interferencja
- 36. Dyfrakcja
- 37. Teoria względności

TOM 5

- **38.** Fotony i fale materii
- **39.** Jeszcze o falach materii
- 40. Wszystko o atomach
- 41. Przewodnictwo elektryczne ciał stałych
- 42. Fizyka jądrowa
- 43. Energia jądrowa
- 44. Kwarki, leptony i Wielki Wybuch

Dodatki

SPIS TREŚCI

Od Wydawcy do drugiego wydania polskiego xi

Przedmowa xili

Podziękowania xxi

- 38. Fotony i fale materii 1
- 38.1. Foton, kwant światła 1
 0 fizyce 1
 Foton, czyli kwant światła 2
- 38.2. Zjawisko fotoelektryczne 4 Zjawisko fotoelektryczne 4
- 38.3. Fotony, pęd, rozpraszanie comptonowskie i interferencja światła 8
 Fotony mają pęd 9
 Światło jako fala prawdopodobieństwa 13
- 38.4. Narodziny fizyki kwantowej 16 Narodziny fizyki kwantowej 16
- 38.5. Elektrony i fale materii 19 Elektrony i fale materii 19
- **38.6.** Równanie Schrödingera 23 Równanie Schrödingera 24
- 38.7. Zasada nieoznaczoności Heisenberga 26 Zasada nieoznaczoności Heisenberga 27
- 38.8. Odbicie od progu potencjału 29 Odbicie od progu potencjału 29
- 38.9. Tunelowanie przez barierę potencjału 31 Tunelowanie przez barierę potencjału 32 Skaningowy mikroskop tunelowy (STM) 34 Podsumowanie 36 Pytania 37 Zadania 38

39. Jeszcze o falach materii 45 39.1. Energia elektronu w pułapce 45 0 fizvce 46 Fale w linie a fale materii 46 Energia elektronu w pułapce 47 39.2. Funkcje falowe elektronu w pułapce 52 Funkcje falowe elektronu w pułapce 53 39.3. Elektron w skończonej studni potencjału 57 Elektron w skończonej studni potencjału 58 39.4. Dwu- i tróiwymiarowe pułapki elektronów 60 Inne pułapki elektronów 60 Dwu- i trójwymiarowe pułapki elektronów 63 39.5. Atom wodoru 65 Atom wodoru jako pułapka elektronu 66 Model Bohra atomu wodoru jako szczęśliwy zbieg okoliczności 66 Podsumowanie 79 Pytania 80 Zadania 81

40. Wszystko o atomach 87

- 40.1. Własności atomów 87
 O fizyce 88
 Niektóre własności atomów 88
 Moment pędu i momenty magnetyczne 91
- 40.2. Doświadczenie Sterna–Gerlacha 95 Doświadczenie Sterna–Gerlacha 96
- 40.3. Rezonans magnetyczny 99 Rezonans magnetyczny 100
- 40.4. Zakaz Pauliego a wiele elektronów w pułapce 101 Zakaz Pauliego 101 Wiele elektronów w pułapkach prostokątnych 102
- 40.5. Budowa układu okresowego 106 Budowa układu okresowego 106 Neon 107

VIII SPIS TREŚCI

40.6. Promieniowanie rentgenowskie i uszeregowanie pierwiastków 109

> Promieniowanie rentgenowskie i uszeregowanie pierwiastków 109

40.7. Lasery 114

Lasery i światło laserowe 115 Jak działa laser 116 Podsumowanie 120 Pytania 122 Zadania 123

41. Przewodnictwo elektryczne ciał stałych 130

41.1. Właściwości elektryczne metali 130

O fizyce 131 Właściwości elektryczne ciał stałych 131 Poziomy energetyczne w krysztale 132 Izolatory 134 Metale 135 Prawdopodobieństwo obsadzenia P(E) 139

41.2. Półprzewodniki i domieszkowanie 143

Półprzewodniki 143 Półprzewodniki domieszkowane 145

41.3. Złącze p-n i tranzystor 148

Złącze p-n 149 Złącze prostujące 151 Dioda świecąca (LED) 152 Tranzystor 155 Podsumowanie 156 Pytania 158 Zadania 158

42. Fizyka jądrowa 163

- 42.1. Odkrycie jądra atomowego 163 O fizyce 163 Odkrycie jądra atomowego 163
- 42.2. Niektóre właściwości jąder 167 Niektóre właściwości jąder 167 Energia wiązania jądra 171
- 42.3. Rozpad promieniotwórczy 175 Rozpad promieniotwórczy 175
- 42.4. Rozpad α 179 Rozpad α 179

42.5. Rozpad β 182 Rozpad β 182

- 42.6. Datowanie na podstawie rozpadu promieniotwórczego 185 Datowanie na podstawie rozpadu promieniotwórczego 186
- 42.7. Pomiary dawki promieniowania 187 Pomiar dawki promieniowania 187
- 42.8. Modele jądrowe 188 Modele jądrowe 189 Model kroplowy 189 Model powłokowy 190 Model uogólniony 191 Podsumowanie 192 Pytania 193 Zadania 194

43. Energia jądrowa 203

- 43.1. Rozszczepienie jądra atomowego 203 O fizyce 203 Rozszczepienie jądra: podstawy procesu 204 Model rozszczepienia jądra 207
- 43.2. Reaktor jądrowy 212 Reaktor jądrowy 212
- 43.3. Naturalny reaktor jądrowy 217 Naturalny reaktor jądrowy 217
- 43.4. Synteza termojądrowa: podstawy procesu 219 Synteza termojądrowa: podstawy procesu 219
- 43.5. Synteza termojądrowa we wnętrzu Słońca i innych gwiazd 221 Synteza termojądrowa we wnętrzu Słońca i innych gwiazd 222
- 43.6. Kontrolowana synteza termojądrowa 225 Kontrolowana synteza termojądrowa 225 Podsumowanie 228 Pytania 228 Zadania 229
- 44. Kwarki, leptony i Wielki Wybuch 235
- 44.1. Ogólne własności cząstek elementarnych 235

0 fizyce 235 Cząstki, cząstki, cząstki 236 Interludium 241

44.2. Leptony, hadrony i dziwność 246

Leptony 246 Hadrony 248 Jeszcze jedno prawo zachowania 249 Ścieżka ośmiokrotna 250

44.3. Kwarki i cząstki pośredniczące 253

Model kwarkowy 254 Oddziaływania elementarne i cząstki pośredniczące 257 Oddziaływania słabe 258

44.4. Kosmologia 260

Chwila refleksji 261 Wszechświat się rozszerza 262 Promieniowanie reliktowe 263 Ciemna materia 264 Wielki Wybuch 265 Przyspieszone rozszerzanie się Wszechświata 267 Zakończenie 269 Podsumowanie 269 Pytania 270 Zadania 271

Dodatki 278

A. Międzynarodowy Układ Jednostek (SI) 278

- B. Niektóre podstawowe stałe fizyczne 280
- C. Niektóre dane astronomiczne 282
- D. Współczynniki zamiany jednostek 284
- E. Wzory matematyczne 288
- F. Właściwości pierwiastków 291
- G. Układ okresowy pierwiastków 294

Autorzy zdjęć 295

Odpowiedzi 296

Skorowidz 299

OD WYDAWCY DO DRUGIEGO WYDANIA POLSKIEGO

Od czasu gdy do rąk polskich Czytelników trafiło I wydanie *Podstaw fizyki*, będące tłumaczeniem VI wydania oryginalnego, na rynku amerykańskim ukazały się trzy kolejne wydania tego znakomitego podręcznika. Obecne, II wydanie polskie jest tłumaczeniem **X wydania oryginalnego**.

W książce poczyniono pewne zmiany. Podzielono na nowo rozdziały, tak by podrozdziały dotyczyły jednego podstawowego pojęcia. Na początku każdego z nich dodano listę celów nauczania, a po nich informację o podstawowych faktach, które należy przyswoić. Dodatkowo znacznie zmodyfikowano rozdziały o prawie Gaussa i potencjale elektrycznym, które sprawiały studentom najwięcej trudności. W rozdziałach dotyczących fizyki kwantowej rozszerzono natomiast omówienie równania Schrödingera. Oddzielono również opis modelu atomu Bohra od rozwiązania równania Schrödingera dla atomu wodoru. Dodano także podrozdział o promieniowaniu ciała doskonale czarnego i prawie Plancka.

Cenne uzupełnienie stanowi 16 nowych przykładów napisanych z myślą o dokładniejszym wyjaśnieniu fragmentów wykładu oraz 250 nowych zadań domowych i 50 pytań.

Dodatkowo wydawca oryginału na swojej platformie WileyPLUS udostępnia czytelnikom dynamiczne centrum kształcenia (strony https://www. wileyplus.com/WileyCDA/ oraz http://www.webassign.net/index.html). Opis jego zawartości znajduje się w Przedmowie. Studenci uczelni w USA otrzymują dostęp do materiałów po wykonaniu trzech kroków: zalogowaniu się, podaniu kodu (który otrzymali wraz zakupionym podręcznikiem lub który zakupili osobno) i podaniu URL, który uzyskali od wykładowcy.

Polscy czytelnicy mogą uzyskać dostęp do części tych udogodnień ze strony^{*}:

http://eu.wiley.com/WileyCDA/WileyTitle/productCd-1118230728.html

Natomiast strona

http://bcs.wiley.com/he-bcs/

Books?action=index&bcsId=1074&itemId=0471320005

zawiera podobne zasoby dla szóstego wydania amerykańskiego.

^{*}Stan na 27 lutego 2015 r. Po kliknęciu Visit Companion Site (w polu Students Resources) otwiera się strona Students Companion Site. Po wybraniu Browse by Resource jest wyświetlana lista obejmująca: symulacje (Concept Simulations), eseje Jearla Walkera (Jearl Walker Essays), instrukcje użycia kalkulatorów (Programmable Calculator Instructions) oraz interaktywne rozwiązania zadań (Interactive Learning Ware).

DLACZEGO NAPISAŁEM TĘ KSIĄŻKĘ

Fizyka to wielkie wyzwanie, ale również świetna zabawa. Uprzytomniłem to sobie w pełni w dniu, gdy Sharon, jedna w moich studentek, zapytała mnie nagle: "A czy cokolwiek z tego wszystkiego ma jakiś związek z moim codziennym życiem?". Oczywiście natychmiast odpowiedziałem: "Sharon, to wszystko ma związek z twoim codziennym życiem — taka już jest fizyka".

Poprosiła, bym wyjaśnił jej to na jakimś przykładzie. Myślałem i myślałem, i żaden dobry przykład nie przychodził mi do głowy. Wieczorem tego dnia zacząłem pisać książkę *The Flying Circus of Physics (Latający cyrk fizyki*, John Wiley & Sons Inc., 1975), głównie dla Sharon, ale i dla siebie, gdyż zdałem sobie sprawę, że czuję to samo, co ona. Przez sześć lat szukałem najbardziej mi odpowiadającego podręcznika fizyki. Testowałem ich dziesiątki, były dobrze napisane i oparte na najlepszych koncepcjach dydaktycznych, lecz czegoś mi w nich brakowało. Fizyka to najciekawszy na świecie przedmiot, gdyż mówi o tym, jak świat naprawdę działa. Tymczasem większość podręczników fizyki jest niemal całkiem pozbawiona informacji o związkach fizyki z otaczającym nas światem. Cała przyjemność studiowania fizyki gdzieś więc umyka.

W Podstawach fizyki zawarłem wiele fizyki związanej ze światem wokół nas, a także powiązałem ten podręcznik z nowym wydaniem *Latającego cyrku fizyki*. Materiał czerpałem w większości z treści moich zajęć z podstaw fizyki, podczas których mogę najlepiej poznać po wyrazie twarzy i szczerych uwagach studentów, które tematy i sposoby ich przedstawienia trafiają do słuchaczy, a które nie. Zapisywałem przypadki, w których odniosłem sukcesy, i te, w których poniosłem porażki, co mi potem pomogło zdecydować, co umieścić w tej książce. Od dość już odległego czasu, gdy spotkałem Sharon, mówię wszystkim studentom wciąż to samo: "Tak, wychodząc od podstawowych pojęć fizyki, możesz naprawdę dojść na drodze rozumowania aż do wniosków dotyczących świata, z którym stykasz się na co dzień, a dopiero zrozumienie, jak działa świat wokół nas, to prawdziwa przyjemność, jakiej dostarcza nam fizyka".

Pisząc tę książkę, miałem wiele celów, a najważniejszym z nich było danie wykładowcom narzędzi do nauczenia studentów, jak skutecznie czytać tekst podręcznika, identyfikować podstawowe pojęcia, rozumować, zadając istotne pytania, i wreszcie rozwiązywać zagadnienia ilościowe. To nie jest proces łatwy ani dla studentów, ani dla wykładowców. Zajęcia, których podstawą będzie ta książka, mogą się okazać najtrudniejsze z odbywanych przez studenta. Mogą być też jednak najbardziej pożyteczne, gdyż dotyczą podstawowych metod poznania, jak działa świat, z których korzystają wszystkie inne nauki przyrodnicze i dziedziny techniki.



Wielu użytkowników wydania dziewiątego (zarówno wykładowców, jak i studentów) przysłało mi uwagi dotyczące podręcznika i sugestie jego ulepszenia. Te uwagi i sugestie zostały uwzględnione w tekście i zadaniach obecnego wydania. Wydawca — John Wiley & Sons — i ja traktujemy tę książkę jako projekt otwarty i zachęcamy wszystkich jej użytkowników do pisania do nas. Sugestie, poprawki oraz uwagi, pozytywne i negatywne, prosimy przysyłać na adres wydawnictwa John Wiley & Sons lub mój, Jearla Walkera: Physics Department, Cleveland State University, Cleveland, OH 44115, USA (można również skorzystać z bloga na stronie www.flyingcircusofphysics.com). Możemy nie dać rady odpowiedzieć na wszystkie listy, lecz zapoznamy się z każdym z nich.

CO JEST W KSIĄŻCE NOWEGO

Nowe podrozdziały i cele nauczania "Czego powinienem się nauczyć z tego podrozdziału?", pytali mnie zawsze studenci — nie tylko najsłabsi, najlepsi także. Rzecz w tym, że nawet dobry, myślący student może nie być pewien, czy w trakcie lektury fragmentu książki wychwycił najważniejsze zawarte tam fakty i stwierdzenia. I ja tak się czułem dawno temu, gdy na pierwszym roku studiów, ucząc się fizyki, korzystałem z pierwszego wydania podręcznika Hallidaya i Resnicka.

Aby pomóc w tym względzie studentom, podzieliłem na nowo rozdziały, tak by podrozdziały dotyczyły jednego podstawowego pojęcia, a na początku każdego podrozdziału dodałem listę celów nauczania. Taka lista to spis podstawowych treści nauczania i umiejętności, jakie student powinien opanować podczas lektury danego podrozdziału. Po spisie celów nauczania jest krótka informacja o podstawowych faktach, które trzeba sobie przyswoić — na przykład pierwszy podrozdział rozdziału 16, w którym student musi poznać wyjątkowo wiele nowych pojęć i terminów. Nie będzie jednak musiał sam dokonywać identyfikacji podstawowych faktów, ponieważ dostaje od autora książki spis, w istocie rzeczy podobny do listy czynności, jakie musi wykonać pilot samolotu przed skierowaniem pojazdu na pas startowy i samym startem.



Powiązanie zadań domowych z celami nauczania Pytania i zadania zamieszczone na końcu każdego rozdziału są przypisane — na platformie *Wiley-PLUS* — do jednego z celów nauczania, tak by od razu odpowiedzieć na pytanie (zwykle niewypowiedziane): "W jakim celu rozwiązuję to zadanie? Czego ma mnie ono nauczyć?". Jestem przekonany, że znając cel zadania, student lepiej się nauczy wykorzystywać ten cel nauczania w zadaniach o innej treści, lecz dotyczących tych samych podstawowych faktów. Powinno się w ten sposób pokonać problem wielu studentów, którzy po rozwiązaniu konkretnego zadania nie potrafią skorzystać z tych samych podstawowych faktów w zadaniach dotyczących nieco odmiennych sytuacji.

Rozdziały napisane na nowo Rok po roku moi studenci oceniali pewne ważne rozdziały oraz niektóre fragmenty innych jako szczególnie trudne. Postanowiłem więc w obecnym wydaniu dokonać w tych miejscach wielu zmian. Na przykład, znacznie zmodyfikowałem rozdziały o prawie Gaussa i potencjale elektrycznym, które sprawiały moim studentom wiele trudności. Tok wykładu jest tam teraz bardziej płynny i skupiony na podstawo-

wych faktach. W rozdziałach dotyczących fizyki kwantowej rozszerzyłem omówienie równania Schrödingera, dodając zagadnienie odbicia fal materii od stopnia potencjału. Na prośbę wielu wykładowców oddzieliłem opis modelu atomu Bohra od rozwiązania równania Schrödingera dla atomu wodoru, tak by fragment o pracach Bohra, mających już dziś tylko historyczne znaczenie, można było opuścić. Dodałem również podrozdział o promieniowaniu ciała doskonale czarnego i prawie Plancka.

Nowe przykłady oraz pytania i zadania domowe Podręcznik zawiera teraz szesnaście nowych przykładów napisanych z myślą o dodatkowym wyjaśnieniu fragmentów wykładu, które moi studenci uważali za szczególnie trudne. Do zebranych w końcowych częściach rozdziałów pytań i zadań domowych dodano łącznie 250 zadań i 50 pytań. Niektóre z nich przywrócono z poprzednich wydań książki, o co prosiło wielu wykładowców.



PLUS

llustracje wideo W wersji elektronicznej podręcznika, dostępnej na platformie *WileyPLUS*, można znaleźć około 30 rysunków i fotografii z książki, przygotowanych w wersji wideo przez Davida Maiullo z Rutgers University. Fizyka dotyczy bardzo często ruchu różnych obiektów — film pokazuje w takich przypadkach znacznie więcej niż statyczny rysunek lub fotografia.

Pomoc online Platforma *WileyPLUS* zawiera nie tylko program do oceniania studentów online. Jest to dynamiczne centrum kształcenia, gdzie można znaleźć między innymi szczegółowe omówienie rozwiązań wielu zadań, quizy sprawdzające zrozumienie studiowanego materiału, animacje, setki przykładów, wiele symulacji i pokazów oraz ponad 1500 filmów, których tematy obejmują przegląd niezbędnych zagadnień matematycznych po miniwykłady dotyczące przykładów z podręcznika. Wiele nowych elementów tej pomocy online pojawia się na platformie *WileyPLUS* co semestr. W ramach przygotowania niniejszego 10. wydania podręcznika wiele fotografii dotyczących ruchu ciał zastąpiono filmami, dzięki czemu ruch można spowolnić, by analizować go szczegółowo.

Tysiące takich elementów pomocy online jest dostępnych w trybie 24/7, a korzystać z nich można powielokroć — tyle razy, ile tylko potrzeba. Jeśli więc na przykład student popadnie w kłopoty przy rozwiązaniu zadania domowego o godzinie 2 w nocy (co jest chyba typową godziną odrabiania przez studentów pracy domowej), to za pomocą jednego kliknięcia myszą będzie mógł skorzystać z przyjaznej pomocy online.

NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

Gdy sam studiowałem fizykę, korzystając z pierwszego wydania podręcznika Hallidaya i Resnicka, musiałem ten sam rozdział czytać wiele razy, by go dobrze zrozumieć. Dziś lepiej zdajemy sobie sprawę z tego, że różni studenci uczą się wydajnie w bardzo różny sposób. Przygotowałem więc dla nich różnego rodzaju narzędzia dydaktyczne zawarte teraz w nowym wydaniu podręcznika oraz na platformie *WileyPLUS*. Są to:



Animacje kluczowych ilustracji z każdego rozdziału. W tekście książki są one oznaczone ikonką wiru. W wersji elektronicznej rozdziału, na platformie *WileyPLUS*, kliknięcie myszką uruchamia animację. Wybrałem ilustracje, które zawierają wiele informacji, tak by student zyskiwał możliwie









rysunek w podręczniku. Student poznaje w ten sposób dynamikę zjawisk fizycznych, przy czym oczywiście animację może sobie powtarzać, ile razy chce.

dużo, obserwując przez minutę lub dwie fizykę w działaniu, a nie tylko

Filmy Nagrałem już ponad 1500 krótkich filmów (a co semestr powstają nowe). Odtwarzając taki film, student widzi, co rysuję lub piszę, słysząc jednocześnie, jak omawiam jakieś zagadnienie, tak jakby siedział przy mnie w gabinecie, a ja — mówiąc do niego — pisałbym lub rysował coś na kartce papieru. Oczywiście bezpośredni kontakt z wykładowcą (na wykładzie, ćwiczeniach czy konsultacjach) pozostanie zawsze najlepszą z metod dydaktycznych, ale moje filmy wideo też mają swoje zalety — są dostępne 24 godziny na dobę przez 7 dni w tygodniu i można je oglądać dowolnie wiele razy. Oto różne rodzaje tych filmów:

• **Ponowne omówienie treści niektórych rozdziałów** (jak na konsultacjach). Skupiłem się na tematach, które sprawiają studentom najwięcej trudności, czyli na tych, przy których moi studenci najczęściej drapali się w głowę.

• **Przypomnienie matematyki ze szkoły średniej**, między innymi podstawowe operacje algebraiczne, funkcje trygonometryczne oraz układy równań.

• Nowe zagadnienia matematyczne, na przykład mnożenie wektorów.

• Omówienie każdego przykładu z podręcznika. Podobnie jak w tekście książki, nie rozglądam się po prostu za wzorem, z którego dałoby się skorzystać, lecz badam fizyczną treść zagadnienia, wychodząc od podstawowych faktów dotyczących zadania. Staram się też pokazać, jak wykorzystać przykłady z książki do poznania typowych metod rozwiązywania zadań, które będzie można później zastosować w innych — być może całkiem odmiennych — zadaniach.

• Rozwiązania 20% zadań domowych zamieszczonych na końcu rozdziałów. Dostępność tych rozwiązań zależy od decyzji wykładowcy. Może on na przykład postanowić, by były one widoczne dla studentów dopiero po oddaniu pracy domowej lub rozwiązaniu quizu. Rozwiązania nie mają postaci prostych, rutynowych recept. Jak przy przykładach, wychodzimy od podstawowych faktów i na drodze logicznego rozumowania docieramy do końcowej odpowiedzi. Student poznaje nie tylko rozwiązanie konkretnego zadania, lecz także metody radzenia sobie z dowolnymi zadaniami, nawet całkiem niestandardowymi.



• **Przykłady, jak mądrze korzystać z wykresów** (a nie tylko odczytywać z nich liczby bez zrozumienia fizyki zagadnienia).

Pomoc do zadań Na platformie *WileyPLUS* można znaleźć wiele narzędzi, które opracowałem w celu ułatwienia studentom nabycia umiejętności rozwiązywania zadań. Oto one:

 Każdy przykład z podręcznika jest dostępny online zarówno w formacie tekstu z książki, jak i w formacie wideo.

• Setki dodatkowych przykładów. Są one dostępne jako osobne pozycje, lecz wykładowcy mają możliwość umieszczenia linków do nich przy zadaniach domowych. Jeśli na przykład zadanie domowe dotyczy klocka na równi pochyłej, to link kieruje studenta do przykładu związanego z tym zagadnieniem. Przykład nie jest jednak po prostu kopią zadania, a zatem jego rozwiązanie nie nadaje się do wykorzystania bez zrozumienia (czyli nie można go skopiować i przedstawić jako rozwiązanie zadania domowego).

• Tutoriale GO do 15% zadań zamieszczonych na końcu rozdziałów podrecznika. Są to interaktywne rozwiązania zadań, w których pomagam studentowi przebyć w kilku krokach drogę od podstawowych faktów do końcowej odpowiedzi. W każdym kroku student odpowiada na pytanie. Jeśli odpowiedź jest prawidłowa, przechodzi do następnego kroku, a jeśli nie, dostaje dodatkową wskazówkę. Dopiero w ostatnim kroku (prowadzącym do końcowej odpowiedzi) student nie dostaje żadnej podpowiedzi. Zrobiłem to celowo, by na końcu zadania student ponosił całkowita odpowiedzialność za swoje decyzje. Czasami zadania interaktywne wyprowadzają rozwiązującego w pole, gdy udziela niepoprawnych odpowiedzi, co bywa źródłem frustracji studenta. Moje tutoriale GO to nie pułapki, gdyż w każdej chwili student może wrócić do początku zadania.

• Wskazówki do wszystkich zadań domowych sa dostępne, lecz ich ujawnienie studentom zależy od decyzji wykładowcy. Sa to prawdziwe wskazówki, które dotyczą podstawowych faktów i ogólnej metody rozwiązania, a nie przepisy, jak udzielić prawidłowej odpowiedzi bez zrozumienia, dlaczego jest właśnie taka.



Ocena postępów studenta

• Pytania dotyczące zawartości rozdziału. Gdy student otwiera rozdział wersji elektronicznej, na końcu tego rozdziału pojawia się pytanie dotyczące jego zawartości, wybrane losowo z zestawu przygotowanych uprzednio pytań. Sformułowałem je tak, by do podania odpowiedzi nie była potrzebna żadna analiza ani nawet głębsze zrozumienie treści - chodzi tylko o to, by sprawdzić, czy student istotnie przeczytał dany rozdział. Wykładowcy pozostawiono decyzję o tym, czy odpowiedź studenta będzie elementem jego oceny, czy tylko informacja dla czytającego.

• Większość rozdziałów zawiera sprawdziany. Są one tak pomyślane, by wymagały pewnej analizy i decyzji studenta co do treści fizycznej rozdziału. Na końcu książki można znaleźć odpowiedzi do wszystkich sprawdzianów.



Sprawdzian 1

• Na platformie WileyPLUS są wszystkie zadania domowe z podręcznika (a nawet wiele więcej). Wykładowca może wybrać dla studentów zadania domowe, polecić, by zostały przesłane przez sieć, i oceniać je w WileyPLUS. Może na przykład ustalić termin złożenia rozwiązań i pozwolić składać je ograniczona liczbe razy. Wykładowca może też zdecydować, jakie narzędzia dydaktyczne związane z danym zadaniem domowym zostana ujawnione studentom — wskazówki, przykłady, omówienie treści rozdziału, rozwiązania interaktywne, powtórzenia podstaw matematycznych, a nawet rozwiązania w postaci wideo. Te ostatnie może udostępnić studentom na przykład po terminie oddania pracy domowej.

		A CONTRACTOR OF A CONTRACTOR
This GO Tutorial will y When you are finishe question while you w consists of 4 steps	provide you with a step-by-ste id, go back and try the proble ork, you can just drag this scr).	p guide on how to approach this problem, m again on your own. To view the original een to the side. (This GO Tutorial
Step 1 : Solution S	tep 1 of GO Tutorial 10-30	
KEY IDEAS: (1) When an object ro acceleration equation (1) $\omega = \omega_0 + \alpha I$	otates at constant angular acc s of Table 10-1 modified for a C	eleration, we can use the constant- igular motion:
$(2)\theta - \theta_0 = \omega_0$	$t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	
$(3)\omega^2 = \omega_0^2 + 2$	$(\theta - \theta_0)$	
$(4)\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\alpha$	$u_0 + \omega t$	
$(5)\theta - \theta_0 = \omega t$	$-\frac{1}{2}\alpha t^{2}$	
Counterclockwise is the contract of the contra	he positive direction of rotation s around a rotation axis at rac tion ar at any moment is relat h) and its angular speed at the	n, and clockwise is the negative direction. lius r, the magnitude of its radial ad to its tangential speed v (the speed it moment by
$a_r = \frac{1}{r} = 00^{-1}r$		
(3) If a particle move acceleration at (the a acceleration a at that $a_t = r\alpha$	s around a rotation axis at rac cceleration along the circular p moment by	lius r, the magnitude of its tangential bath) at any moment is related to angular
(4) If a particle move which it rotates is related $s = r\Delta\theta$	s around a rotation axis at rac sted to the distance s it moves	lius r, the angular displacement through along its circular path by
GETTING STARTED: V flywheel?	What is the radius of rotation (in meters) of a point on the rim of the
Number	Unit	•
exact number, no tole	srance	
exact number, no tole	srance	Check Your Input
exact number, no tole Step <u>2</u> : Solution S	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30	Check Your Input
exact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu	rance Itep 2 of GO Tutorial 10-30 lar speed in radians per secon	Check Your Input
exact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu Number	trance Itep 2 of GO Tutorial 10-30 Iar speed in radians per secon Unit	Check Your Input.
exact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu Number the tolerance is +/-29	tep 2 of GO Tutorial 10-30 lar speed in radians per secon Unit	Check Your Input
exact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu Number the tolerance is +/-25	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30 lar speed in radians per secon Unit 5	Check/Your Input
exact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu Number the tolerance is +/-2% Step 2 : Solution S	rrance tep 2 of GO Tutorial 10-30 lar speed in radians per secor Unit 5 tep 3 of GO Tutorial 10-30	Check/Sour Input
exact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu Number Step 2 : Solution S What was the initial a	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30 lar speed in radians per secon Unit 5 tep 3 of GO Tutorial 10-30 moder speet?	CheckYour Input
exact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu Number Step 2 : Solution S What was the initial an	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30 lar speed in radians per secon Unit 5 tep 3 of GO Tutorial 10-30 ngular speed?	CheckYourInput d? CheckYourInput
exact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu Number Step 2 : Solution S What was the initial an Number	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30 lar speed in radians per secon Unit Unit tep 3 of GO Tutorial 10-30 ngular speed? Unit	Check Your Input
exact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu Number Step 2 : Solution S What was the initial an Number exact number, no tole	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30 far speed in radians per secon Unit tep 3 of GO Tutorial 10-30 ngular speed? Unit trance	Check/Sour Input
exact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu Number Step 2 : Solution S What was the initial an Number exact number, no tole	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30 far speed in radius per secon Unit Unit G tep 3 of GO Tutorial 10-30 ngular speed? Unit trance	Check/Your Input
exact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu Number Step 2 : Solution S What was the initial a Number exact number, no tole Step 4 : Solution S	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30 dar speed in radians per secon Unit s tep 3 of GO Tutorial 10-30 ngular speed? Unit tep 4 of GO Tutorial 10-30 tep 4 of GO Tutorial 10-30	Check Your Input
stact number, no tole Step 2 : Solution S What is the final angu Number Step 2 : Solution S What was the initial an Number exect number, no tole Step 1 : Solution S Through what angular	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30 far speed in radians per secon Unit	Check Your Input
exect number, no told set Step _: Solution S Step _: Solution S	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30 far speed in radians per secon Unit Unit tep 3 of GO Tutorial 10-30 mpular speed? Unit Trance tep 4 of GO Tutorial 10-30 relatance does the flywheel ro Unit	Check Your Input
exect number, no told Step 2 : Solution S What is the final argu Number Step 2 : Solution S Step 2 : Solution S Step 2 : Solution S Step 2 : Solution S Step 2 : Solution S	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30 far speed in radians per secon Unit Unit tep 3 of GO Tutorial 10-30 mgular speed? Unit Unit tep 4 of GO Tutorial 10-30 distance does the flywheel ro Unit	Check/foor Input
exact number, no told Step 2 : Solution S What is the final angu- Number Step 2 : Solution S Step 2 : Solution S What was the initial as Number Step 4 : Solution S Through what angular Number He tolerance is +/-21	trance tep 2 of GO Tutorial 10-30 far speed in radians per secon Unit Unit Unit Unit Unit Unit Trance tep 4 of GO Tutorial 10-30 rdistance does the flywheel re Unit Unit S	Check Your Input

• **Rozwiązania symboliczne**. Każdy rozdział zawiera też zadania, w których odpowiedź nie jest liczbowa, lecz ma postać wyrażenia algebraicznego.

• Na platformie *WileyPLUS* są również dostępne wszystkie pytania z końcowych części rozdziałów. Mają one postać pytań wielokrotnego wyboru i służą do oceny zrozumienia przez studenta pojęciowej zawartości rozdziału.

lkony pomocy dodatkowej Do niektórych zadań o numerach nieparzystych są dostępne szczegółowe rozwiązania w postaci drukowanej lub elektronicznej. Przy numerze takiego zadania jest umieszczona ikonka (SSM lub WWW) informująca o tym studenta i wykładowcę. Inne ikonki informują o istnieniu dla danego zadania tutoriala GO, rozwiązania interaktywnego w programie Interactive LearningWare oraz powiązania z książką *Latający cyrk fizyki*. Na początku listy zadań w każdym rozdziale jest umieszczona legenda wyjaśniająca znaczenie wszystkich ikonek przy numerach zadań.

Zadania z rozwiązaniami interaktywnymi, udostępnianymi studentom według uznania wykładowcy, znajdują się na stronach WileyPLUS (https://www.wileyplus.com/WileyCDA/) oraz WebAssign (http://www.webassign.net/index.html)

- _ • Liczba kropek określa stopień trudności zadania
- ssm Szczegółowe rozwiązanie jest dostępne w Student Solutions Manual

www Szczegółowe rozwiązanie znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday

ilw Rozwiązanie interaktywne znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday

Więcej informacji znajdziesz w książce The Flying Circus of Physics i na stronie http://flyingcircusofphysics.com

WERSJE PODRĘCZNIKA*

W celu zaspokojenia indywidualnych potrzeb wykładowców i studentów, dziesiąte wydane *Podstaw fizyki* jest dostępne w kilku wersjach.

Wydanie podstawowe zawiera rozdziały 1–37 (ISBN 9781118230718).

Wydanie rozszerzone zawiera ponadto siedem dodatkowych rozdziałów o fizyce kwantowej i kosmologii, czyli łącznie rozdziały 1–44 (ISBN 9781118230725).

Wydanie dwutomowe: tom 1 — rozdziały 1–20 (mechanika i termodynamika), oprawa twarda, ISBN 9781118233764; tom 2 — rozdziały 21– 44 (elektryczność i magnetyzm, optyka oraz fizyka kwantowa), oprawa twarda, ISBN 9781118230732.

MATERIAŁY DODATKOWE DLA WYKŁADOWCÓW

Instructor's Solutions Manual (Zbiór rozwiązań dla wykładowcy), autor: Sen-Ben Liao, Lawrence Livermore National Laboratory. W zbiorze tym podano szczegółowe rozwiązania wszystkich zadań zebranych na końcu poszczególnych rozdziałów. Są one dostępne w formacie MSWord i PDF.

Strona wykładowcy http://www.wiley.com/college/halliday

^{*}Polskie wydanie jest tłumaczeniem wydania rozszerzonego (przyp. red.).

• **Instructor's Manual** (Poradnik wykładowcy). Zawiera wyjaśnienia najważniejszych zagadnień z każdego rozdziału, pokazy doświadczeń, projekty doświadczalne i komputerowe, opis filmów i narzędzi, odpowiedzi do wszystkich pytań, zadań i sprawdzianów, przewodnik do zadań z poprzednich wydań podręcznika oraz spis wszystkich zadań, których rozwiązania są dostępne dla studentów (SSM, WWW i ILW).

• **Prezentacje w formacie PowerPoint**. Użyteczna pomoc dla nowych wykładowców — zawiera spis głównych pojęć oraz rysunki i wzory z każdego rozdziału.

• **System badania reakcji sali ("clicker")**, autor pytań: David Marx, Illinois State University. Zawiera on: quiz z prostymi pytaniami do sprawdzenia, czy studenci przeczytali wyznaczony fragment podręcznika, oraz zbiór pytań przeznaczonych na zajęcia prowadzone w trybie wykładu interaktywnego.

• Wiley Physics Simulations, autorzy: Andrew Duffy, Boston University, oraz John Gastineau, Vernier Software. Jest to zbiór 50 symulacji interaktywnych (appletów Javy) do wykorzystania w ramach pokazów wykładowych.

• Wiley Physics Demonstrations, autor: David Maiullo, Rutgers University. Zbiór cyfrowych filmów, na których przedstawiono 80 standardowych pokazów fizycznych. Można je pokazać na wykładzie, są też udostępnione na platformie *WileyPLUS*. Towarzyszy mu instrukcja dla wykładowcy, zawierająca też pytania typu "clicker".

• Test Bank (bank testów) do 10. wydania książki, gruntownie przebudowany przez Suzanne Willis, Northern Illinois University. Zawiera ponad 2200 pytań testowych wielokrotnego wyboru. Są one także dostępne w komputerowym banku testów, umożliwiającym wykładowcy tworzenie własnych zestawów pytań testowych (w wersjach dla komputerów IBM oraz Macintosh).

• Wszystkie ilustracje z podręcznika przygotowane do wyświetlenia na wykładzie oraz wydrukowania.

Ocena online prac domowych i quizów Dziesiąte wydanie *Podstaw fizyki* może być używane nie tylko przy wykorzystaniu platformy *WileyPLUS*, lecz również platform WebAssignPLUS oraz LON-CAPA, które także umożliwiają wykładowcy zadawanie i ocenianie online prac domowych i quizów. Na platformie WebAssignPLUS studenci mają także dostęp do elektronicznej wersji podręcznika.

MATERIAŁY DODATKOWE DLA STUDENTÓW

Strona studenta, http://www.wiley.com/college/halliday, została opracowana specjalnie dla użytkowników 10. wydania *Podstaw fizyki*, aby zapewnić studentom dodatkową pomoc w studiowaniu fizyki. Zawiera rozwiązania wybranych zadań z końcowych części rozdziałów (oznaczonych ikonką WWW), ćwiczenia symulacyjne, porady dla użytkowników kalkulatorów programowalnych, a także rozwiązania interaktywne z wykorzystaniem programu Interactive LearningWare (patrz niżej). **Student Study Guide** (*Poradnik studenta*), autor: Thomas Barrett, Ohio State University, ISBN 9781118230787. Zawiera przegląd najważniejszych pojęć z poszczególnych rozdziałów, opis metod rozwiązywania zadań oraz szczegółowe przykłady.

Student Solutions Manual (*Zbiór rozwiązań dla studenta*), autor: Sen-Ben Liao, Lawrence Livermore National Laboratory, ISBN 9781118230664. Zawiera szczegółowe rozwiązania 15% zadań zebranych w końcowych częściach rozdziałów podręcznika. Został on napisany dla 10. wydania HRW z wykorzystaniem nowatorskiej metody TEAL (Think, Express, Analyze, and Learn — Myśl, Wyrażaj, Analizuj, Poznawaj). Powstała ona i została rozwinięta na uczelni Massachusetts Institute of Technology, gdzie sprawdziła się jako wydajna metoda kształcenia studentów. Zadania rozwiązane z wykorzystaniem tej metody są oznaczone w podręczniku ikonką SSM.

Interactive Learning Ware to oprogramowanie umożliwiające studentowi rozwiązanie 200 zadań z podręcznika. Odbywa się to interaktywnie, tzn. w kolejnych krokach student udziela odpowiedzi, a w przypadku odpowiedzi niepoprawnych uzyskuje pomoc w postaci informacji o typowych błędach. Zadania, które można rozwiązać w ten sposób, są oznaczone ikonką ILW.

Introductory Physics with Calculus as a Second Language Mastering Problem Solving (Wstęp do fizyki dla studentów poznających również rachunek różniczkowy i całkowy: Mistrzowskie rozwiązywanie zadań), autor: Thomas Barrett, Ohio State University, ISBN 9780471739104. Celem tej małej książeczki jest nauczenie studentów, jak wydajnie i skutecznie rozwiązywać zadania. Student nauczy się z niej rozpoznawania typowej struktury zadań z fizyki, dzielenia ich na dające się opanować etapy i stosowania odpowiednich metod. Książka zawiera również wiele zadań rozwiązanych krok po kroku. Na końcowy kształt podręcznika miało wpływ bardzo wiele osób. Sen-Ben Liao z Lawrence Livermore National Laboratory, James Whitenton z Southern Polytechnic State University i Jerry Shi z Pasadena City College podjęli i wykonali herkulesowe zadanie przygotowania rozwiązań wszystkich zadań z podręcznika. W wydawnictwie John Wiley głównymi redaktorami podręcznika byli Stuart Johnson, Geraldine Osnato i Aly Rentrop, którzy nadzorowali cały projekt od początku do końca. Dziękujemy Elizabeth Swain, redaktorowi do spraw produkcji, za koordynację różnych elementów złożonego procesu produkcji książki. Dziękujemy Maddy Lesure za projekt graficzny książki i okładki, Lee Goldstein za projekt układu strony, Helen Walden za redakcję tekstu, a Lilian Brady za korektę składu. Jennifer Atkins z zapałem wyszukiwała ciekawe i niezwykłe zdjęcia. Wydawnictwo John Wiley & Sons, Inc. oraz Jearl Walker są wdzięczni wielu osobom za uwagi i propozycje dotyczące poprzednich wydań podręcznika. Oto te osoby:

Jonathan Abramson, Portland State University; Omar Adawi, Parkland College; Edward Adelson, The Ohio State University; Steven R. Baker, Naval Postgraduate School; George Caplan, Wellesley College; Richard Kass, The Ohio State University; M.R. Khoshbin-e-Khoshnazar, Research Institution for Curriculum Development & Educational Innovations (Tehran); Craig Kletzing, University of Iowa; Stuart Loucks, American River College; Laurence Lurio, Northern Illinois University; Ponn Maheswaranathan, Winthrop University; Joe McCullough, Cabrillo College; Carl E. Mungan, U.S. Naval Academy; Don N. Page, University of Alberta; Elie Riachi, Fort Scott Community College; Andrew G. Rinzler, University of Florida; Dubravka Rupnik, Louisiana State University; Robert Schabinger, Rutgers University; Ruth Schwartz, Milwaukee School of Engineering; Carol Strong, University of Alabama at Huntsville; Nora Thornber, Raritan Valley Community College; Frank Wang, LaGuardia Community College; Graham W. Wilson, University of Kansas; Roland Winkler, Northern Illinois University; William Zacharias, Cleveland State University; Ulrich Zurcher, Cleveland State University.

Na zakończenie chcemy podkreślić, że dysponowaliśmy znakomitym zespołem opiniodawców, i pragniemy wyrazić wdzięczność i podziękowanie każdemu z nich. Oto oni:

Maris A. Abolins, Michigan State University	Roger Clapp, University of South Florida
Edward Adelson, Ohio State University	W. R. Conkie, Queen's University
Nural Akchurin, Texas Tech	Renate Crawford, University of Massachusetts-Dartmouth
Yildirim Aktas, University of North Carolina-Charlotte	Mike Crivello, San Diego State University
Barbara Andereck, Ohio Wesleyan University	Robert N. Davie, Jr., St. Petersburg Junior College
Tetyana Antimirova, Ryerson University	Cheryl K. Dellai, Glendale Community College
Mark Arnett, Kirkwood Community College	Eric R. Dietz, California State University at Chico
Arun Bansil, Northeastern University	N. John DiNardo, Drexel University
Richard Barber, Santa Clara University	Eugene Dunnam, University of Florida
Neil Basecu, Westchester Community College	Robert Endorf, University of Cincinnati
Anand Batra, Howard University	F. Paul Esposito, University of Cincinnati
Kenneth Bolland, The Ohio State University	Jerry Finkelstein, San Jose State University
Richard Bone, Florida International University	Robert H. Good, California State University-Hayward
Michael E. Browne, University of Idaho	Michael Gorman, University of Houston
Timothy J. Burns, Leeward Community College	Benjamin Grinstein, University of California, San Diego
Joseph Buschi, Manhattan College	John B. Gruber, San Jose State University
Philip A. Casabella, Rensselaer Polytechnic Institute	Ann Hanks, American River College
Randall Caton, Christopher Newport College	Randy Harris, University of California–Davis

XXII PODZIĘKOWANIA

Paul Marquard, Caspar College Samuel Harris, Purdue University Harold B. Hart, Western Illinois University David Marx, Illinois State University Rebecca Hartzler, Seattle Central Community College Dan Mazilu, Washington and Lee University John Hubisz, North Carolina State University James H. McGuire, Tulane University David M. McKinstry, Eastern Washington University Joey Huston, Michigan State University David Ingram, Ohio University Jordon Morelli, Queen's University Shawn Jackson, University of Tulsa Eugene Mosca, United States Naval Academy Hector Jimenez, University of Puerto Rico Eric R. Murray, Georgia Institute of Technology, School of Sudhakar B. Joshi, York University **Physics** Leonard M. Kahn, University of Rhode Island James Napolitano, Rensselaer Polytechnic Institute Sudipa Kirtley, Rose-Hulman Institute Blaine Norum, University of Virginia Leonard Kleinman, University of Texas at Austin Michael O'Shea, Kansas State University Craig Kletzing, University of Iowa Patrick Papin, San Diego State University Peter F. Koehler, University of Pittsburgh Kiumars Parvin, San Jose State University Arthur Z. Kovacs, Rochester Institute of Technology Robert Pelcovits, Brown University Kenneth Krane, Oregon State University Oren P. Quist, South Dakota State University Hadley Lawler, Vanderbilt University Joe Redish, University of Maryland Priscilla Laws, Dickinson College Timothy M. Ritter, University of North Carolina at Pem-Edbertho Leal, Polytechnic University of Puerto Rico broke Vern Lindberg, Rochester Institute of Technology Dan Styer, Oberlin College Peter Loly, University of Manitoba Frank Wang, LaGuardia Community College James MacLaren, Tulane University Robert Webb, Texas A&M University Andreas Mandelis, University of Toronto Suzanne Willis, Northern Illinois University Robert R. Marchini, Memphis State University Shannon Willoughby, Montana State University Andrea Markelz, University at Buffalo, SUNY

Fotony i fale materii

Ζ

Α

Ł

38

38.1. FOTON, KWANT ŚWIATŁA

Ζ

D

0

Czego się nauczysz? _

R

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

38.01 objaśnić zjawisko absorpcji i emisji światła, opierając się na koncepcji kwantyzacji energii i istnienia fotonów;

Podstawowe fakty

• Fala elektromagnetyczna (czyli światło) jest skwantowana (czyli możliwe są tylko niektóre wartości wielkości fizycznych), a kwanty fali nazywamy fotonami.

38.02 do zjawiska absorpcji i emisji fotonów zastosować związki pomiędzy energią, mocą, natężeniem, liczbą fotonów, stałą Plancka, częstotliwością i długością fali fotonu.

• Energia fotonu o częstotliwości v i długości fali λ wynosiE = hv, gdzie *h* jest stałą Plancka.

0 fizyce

Dyskusja teorii względności Einsteina zaprowadziła nas w świat daleki od codziennych doświadczeń — świat obiektów poruszających się z prędkościami bliskimi prędkości światła. Wśród innych niespodzianek teoria Einsteina przewiduje, że szybkość, z jaką chodzi zegar, zależy od względnej prędkości, z jaką ten zegar porusza się względem obserwatora. Im szybszy jest ten ruch, tym wolniej chodzi zegar. To, a także inne przewidywania tej teorii przeszły pomyślnie wszystkie przeprowadzone do tej pory testy doświadczalne, a teoria względności pozwoliła na głębsze i bardziej zadowalające spojrzenie na naturę przestrzeni i czasu.

Teraz zaczniemy badać inny świat istniejący poza codziennym doświadczeniem — świat subatomowy. Napotkamy nowe niespodzianki, które choć czasem wydają się dziwaczne, to jednak pozwoliły fizykom krok po kroku dogłębniej zrozumieć rzeczywistość.

Fizyka kwantowa, jak nazywa się nasz nowy temat, odpowiada na szereg pytań, takich jak: Dlaczego świecą gwiazdy? Dlaczego wśród pierwiastków chemicznych istnieje porządek tak widoczny w układzie okresowym? Jak działają tranzystory i inne mikroukłady elektroniczne? Dlaczego miedź przewodzi prąd elektryczny, a szkło nie? Tak naprawdę naukowcy i inżynierowie korzystają z dorobku fizyki kwantowej w prawie wszystkich przejawach codziennego życia, poczynając od oprzyrządowania medycznego poprzez systemy transportowe do przemysłu rozrywkowego. W istocie, fizyka kwantowa jest podstawą całej chemii, w tym także biochemii. Musimy ją zrozumieć, jeśli chcemy pojąć istotę samego życia. Niektóre z przewidywań fizyki kwantowej wydają się dziwne nawet dla fizyków i filozofów studiujących jej podstawy. A jednak doświadczenie po doświadczeniu dowodzi poprawności tej teorii, a wiele z nich odkrywa jeszcze dziwniejsze jej aspekty. Świat kwantowy jest lunaparkiem pełnym atrakcji, które wstrząsną światem zdrowego rozsądku, w jakim żyłeś od dzieciństwa. Zwiedzanie tego kwantowego parku zaczniemy od spojrzenia na foton.

Foton, czyli kwant światła

Fizyka kwantowa (znana też jako *mechanika kwantowa* lub *teoria kwantów*) w większości dotyczy świata mikroskopowego. W świecie tym jest mnóstwo wielkości, które istnieją tylko w pewnych minimalnych (*elementarnych*) porcjach lub jako całkowite wielokrotności tych porcji. Mówi się o tych wielkościach, że są *skwantowane*. Elementarna porcja, która jest związana z taką wielkością, zwana jest jej **kwantem**.

W pewnym sensie pieniądze są także skwantowane. Istnieje mianowicie moneta o najniższym nominale 1 grosza (1 grosz = 0,01 złotego), nominały zaś wszystkich innych monet i banknotów są naturalnymi wielokrotnościami tej najmniejszej wartości. Innymi słowy, kwantem pieniędzy jest 0,01 złotego, a każda ich większa ilość ma postać $n \cdot (0,01 zł)$, gdzie njest zawsze dodatnią liczbą całkowitą. Nie można zatem nikomu wręczyć 0,755 złotego = 75,5 groszy.

W roku 1905 Einstein wysunął hipotezę, że promieniowanie elektromagnetyczne (lub po prostu *światło*) jest skwantowane i istnieje w elementarnych porcjach (kwantach), które nazywamy teraz **fotonami**. Postulat Einsteina powinien cię zdziwić, ponieważ kilka poprzednich rozdziałów poświęciliśmy dyskusji klasycznego obrazu światła jako fali sinusoidalnej. Długość λ , częstotliwość ν i prędkość *c* takiej fali są związane relacją

$$\nu = \frac{c}{\lambda}.$$
 (38.1)

Co więcej, w rozdziale 33 mówiliśmy o klasycznej fali świetlnej jako o kombinacji wzajemnie powiązanych pól elektrycznych i magnetycznych, z których każde drga z częstotliwością v. W jaki sposób ta fala drgających pól może składać się z elementarnych porcji jakiejś wielkości — kwantu świetlnego? Czym *jest* foton?

1

Pojęcie kwantu światła, fotonu, okazuje się o wiele bardziej subtelne i tajemnicze, niż wyobrażał to sobie Einstein. W istocie jest ono ciągle bardzo słabo zrozumiałe. W tej książce będziemy omawiać tylko niektóre podstawowe aspekty pojęcia fotonu, idąc przy tym śladem postulatu Einsteina. Zgodnie z tym postulatem kwant fali świetlnej o częstotliwości ν ma energię

$$E = h\nu$$
 (energia fotonu). (38.2)

W tym związku *h* jest **stałą Plancka**, z którą po raz pierwszy zetknęliśmy się w równaniu (32.23), i której wartość wynosi

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}.$$
 (38.3)

Najmniejsza porcja energii, jaką może mieć światło o częstotliwości v, jest równa energii pojedynczego fotonu hv. Jeśli fala niesie więcej energii, to ta energia musi być całkowitą wielokrotnością hv. Światło nie może mieć energii wynoszącej na przykład 0,6hv lub 75,5hv.

Einstein zaproponował dalej, że proces pochłaniania (absorpcji) lub emisji światła przez pewne ciało (materię) zachodzi w atomach, z których zbudowane jest to ciało. Kiedy światło o częstotliwości v jest pochłaniane przez atom, energia pojedynczego fotonu hv jest przekazywana ze światła do atomu. W takim *akcie absorpcji* foton znika, a o atomie mówimy, że go pochłania. Kiedy światło o częstotliwości v jest emitowane przez atom, porcja energii o wartości hv przekazywana jest z tego atomu światłu. W takim *akcie emisji* foton nagle się pojawia, a o atomie mówimy, że go wyemitował. Tak więc możemy mieć do czynienia z *absorpcją* lub *emisją fotonu* przez atomy tworzące dane ciało.

W przypadku ciał składających się z wielu atomów może wystąpić wiele aktów absorpcji (jak w okularach przeciwsłonecznych) lub emisji fotonów (jak w lampach). Jednak każdy taki akt absorpcji lub emisji w dalszym ciągu polega na przekazie energii o wartości równej energii pojedynczego fotonu światła.

Omawiając w poprzednich rozdziałach przykłady absorpcji czy emisji światła, mieliśmy do czynienia z tak dużą ilością światła, że fizyka kwantowa nie była nam potrzebna. Do ich wyjaśnienia wystarczała fizyka klasyczna. Jednak technika końca XX wieku stała się na tyle zaawansowana, że umożliwiła przeprowadzanie doświadczeń z pojedynczymi fotonami. Wiele z tych eksperymentów znalazło praktyczne zastosowanie. Fizyka kwantowa stała się odtąd częścią standardowej praktyki inżynierskiej, szczególnie w inżynierii optycznej.

Sprawdzian 1

Uszereguj następujące rodzaje promieniowania zgodnie z energiami tworzących je fotonów, zaczynając od energii największej: a) żółte światło z lampy sodowej, b) foton promieniowania γ emitowany przez jądro promieniotwórcze, c) fala radiowa emitowana przez antenę komercyjnej stacji radiowej, d) wiązka mikrofal emitowana przez radar kontroli ruchu lotniczego.

Przykład 38.01. Emisja i absorpcja światła jako fotonów

Lampa sodowa umieszczona jest w środku dużej sfery pochłaniającej całość padającego na nią światła. Lampa emituje energię z mocą 100 W. Załóżmy, że emitowane jest wyłącznie światło o długości fali 590 nm. Z jaką szybkością fotony pochłaniane są przez sferę?

PODSTAWOWE FAKTY

Światło jest emitowane i pochłaniane w postaci fotonów. Zakładamy, że całe światło emitowane przez lampę dociera do sfery (i jest przez nią pochłaniane). Tak więc szybkość R, z jaką fotony są pochłaniane przez sferę, jest równa szybkości R_{emisji} , z jaką fotony są emitowane przez lampę.

Obliczenia: Szybkość ta jest równa

$$R_{\text{emisji}} = \frac{\text{szybkość emisji energii}}{\text{energia emitowanego fotonu}} = \frac{P_{\text{emisji}}}{E}.$$

Możemy teraz podstawić einsteinowski wzór na energię *E*, jaką ma pojedynczy emitowany kwant światła (który

4 ROZDZIAŁ 38. FOTONY I FALE MATERII

dziś nazywamy fotonem), który zapisaliśmy w równaniu (38.2) (E = hv). Po tym podstawieniu wzór na szybkość pochłaniania (absorpcji) fotonów ma postać:

$$R = R_{\rm emisji} = \frac{P_{\rm emisji}}{h\nu}$$

Korzystając z równania (38.1) ($\nu = c/\lambda$), zastępujemy częstotliwość ν długością fali λ , a następnie podsta-

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

38.2. ZJAWISKO FOTOELEKTRYCZNE

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 38.03 narysować prosty szkic doświadczenia fotoelektrycznego, z zaznaczonym promieniem padającym, metalową elektrodą, emitowanymi elektronami (które nazywamy fotoelektronami) i puszką kolektora;
- 38.04 opisać trudności, jakie fizykom sprawiało zrozumienie zjawiska fotoelektrycznego przed wyjaśnieniem go przez Einsteina oraz objaśnić historyczną wagę einsteinowskiego opisu tego zjawiska;
- 38.05 zdefiniować potencjał hamujący V_{stop} i odnieść go do

Podstawowe fakty

 Gdy światło o odpowiednio wysokiej częstotliwości pada na powierzchnię metalu, elektrony poprzez absorpcję fotonów mogą otrzymać wystarczającą ilość energii, by uwolnić się z metalu i go opuścić. Efekt ten nazywamy zjawiskiem fotoelektrycznym.

Zasada zachowania energii dla tego procesu ma postać

$$h\nu = E_{\rm kmax} + \Phi$$

gdzie hv jest energią fotonu pochłoniętego przez elektron,

wiamy wartości liczbowe. Otrzymujemy

$$R = \frac{P_{\text{emisji}\lambda}}{hc}$$

= $\frac{(100 \text{ W})(590 \cdot 10^{-9} \text{ m})}{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s})}$
= 2,97 \cdot 10^{20} fotonów/s (odpowiedź).

maksymalnej energii kinetycznej $E_{k max}$ wybitych fotoelektronów;

- **38.06** zastosować do układu fotoelektrycznego związki między częstotliwością a długością fali padającego fotonu, maksymalną energią kinetyczną fotoelektronów $E_{\rm k\,max}$, pracą wyjścia Φ i potencjałem hamującym $V_{\rm stop}$;
- 38.07 naszkicować dla układu fotoelektrycznego zależność między potencjałem hamującym V_{stop} a częstotliwością światła oraz wskazać na tym wykresie częstotliwość progową v₀ i związać nachylenie naszkicowanej funkcji ze stałą Plancka h i ładunkiem elementarnym e.

 $E_{k\,max}$ – największą energią kinetyczną, jaką może otrzymać elektron opuszczający metal, a \varPhi (wielkość zwana pracą wyjścia) jest najmniejszą energią, jaką powinien otrzymać elektron, aby uwolnić się ze stanu związania w metalu przez siły elektryczne.

• Jeżeli $hv = \Phi$, elektrony jedynie uwalniają się z metalu, ale nie mają energii kinetycznej. Częstotliwość, dla której to zachodzi, nazywamy częstotliwością progową v_0 .

• Jeżeli $hv < \Phi$, elektrony nie mogą uwolnić się z metalu.

Zjawisko fotoelektryczne

Wiązka światła o wystarczająco krótkiej fali skierowana na czystą powierzchnię metalu powoduje uwolnienie elektronów z tej powierzchni (światło *wybija* elektrony z powierzchni). To **zjawisko fotoelektryczne** wykorzystywane jest w wielu urządzeniach, m.in. w kamerach wideo. Einsteinowska koncepcja fotonu potrafi je wyjaśnić.

Przeanalizujmy dwa podstawowe doświadczenia fotoelektryczne wykonywane w układzie przedstawionym na rysunku 38.1. Światło o częstotliwości v jest w nim kierowane na tarczę T, z której wybija elektrony. Pomiędzy tarczą T a kolektorem K utrzymywana jest różnica potencjałów V, powodująca gromadzenie elektronów przez kolektor. Zebrane elektrony, nazywane **fotoelektronami**, tworzą **prąd fotoelektryczny** i, który mierzony jest galwanometrem A.

Pierwsze doświadczenie fotoelektryczne

Ustalmy różnicę potencjałów V, przesuwając suwak opornika pokazanego na rysunku 38.1 tak, żeby kolektor K miał odrobinę mniejszy potencjał niż tarcza T. Taka różnica potencjałów będzie spowalniać elektrony wybite z tarczy. Następnie zmieniamy napięcie V aż do momentu, w którym prąd fotoelektryczny obserwowany na galwanometrze A przestaje płynąć. Napięcie odpowiadające tej sytuacji nazywamy **potencjałem hamującym** V_{stop} . Przy napięciu $V = V_{\text{stop}}$ elektrony o największej energii zostają zawrócone tuż przed osiągnięciem kolektora. Energia kinetyczna $E_{\text{k max}}$ tych najszybszych elektronów jest wtedy równa

$$E_{\rm k\,max} = eV_{\rm stop},\tag{38.4}$$

przy czym e jest ładunkiem elementarnym.

Pomiary pokazują, że dla światła o danej częstotliwości energia $E_{k max}$ nie zależy od natężenia światła. Bez względu na to, czy nasze źródło jest oślepiająco jasne, czy też jarzy się tak słabo, że trudno je wykryć (czy też ma jakiekolwiek pośrednie natężenie), maksymalna energia kinetyczna wybitych elektronów zawsze ma tę samą wartość.

Ta obserwacja doświadczalna pozostaje zagadką dla fizyki klasycznej. Klasycznie rzecz ujmując, światło padające na tarczę jest sinusoidalnie zmienną falą elektromagnetyczną. Elektron w tarczy powinien drgać pod wpływem sinusoidalnie zmiennej siły wywieranej przez pole elektryczne fali padającej. Jeśli amplituda tych drgań jest dostatecznie duża, elektron powinien wyrwać się z powierzchni tarczy, a więc zostać z niej uwolniony. Zatem jeśli zwiększalibyśmy amplitudę fali i jej drgającego pola elektrycznego, elektron wybijany z powierzchni tarczy powinien otrzymać bardziej energetyczne pchnięcie. *Jednak nic takiego się nie dzieje*. Dla danej częstotliwości światła zarówno wiązka intensywnego światła, jak i słabiutki promyk dostarczają wybijanym elektronom dokładnie tyle samo energii.

Jeśli natomiast pomyślimy o fotonach, to poprawny wynik pojawia się w sposób naturalny. W tym wypadku energia, jaka może być przekazana przez padającą falę elektronowi w tarczy, jest energią pojedynczego fotonu. Zwiększając natężenie światła, zwiększamy *liczbę* fotonów w wiązce. Jednak energia fotonu, dana równaniem (38.2) (E = hv), pozostaje przy tym niezmienna, ponieważ nie ulega zmianie częstotliwość światła. Tak więc energia zamieniona na energię kinetyczną elektronu także pozostaje niezmienna.

Drugie doświadczenie fotoelektryczne

Zmieniajmy teraz częstotliwość ν padającego światła i mierzmy odpowiedni potencjał hamujący V_{stop} . Na rysunku 38.2 przedstawiono zależność V_{stop} od częstotliwości ν . Zauważ, że zjawisko fotoelektryczne nie występuje, jeśli częstotliwość światła jest niższa od pewnej **częstotliwości**



Rys. 38.1. Aparatura używana do badania zjawiska fotoelektrycznego. Padająca wiązka światła oświetla elektrodę T, uwalniając z niej elektrony, które następnie zbierane są przez kolektor K. Elektrony poruszają się w obwodzie w kierunku przeciwnym do kierunku przepływu prądu zaznaczonego strzałką. Baterie i opornik suwakowy służą do wytworzenia i zmiany różnicy potencjałów pomiędzy elektrodą T a kolektorem K **progowej** v_0 lub, co jest równoważne, jeśli długość fali świetlnej jest większa niż odpowiednia **progowa długość fali** $\lambda_0 = c/v_0$. Jest tak *bez względu na to, jak intensywne jest światło padające na tarczę*.

Stanowi to kolejną zagadkę dla fizyki klasycznej. Wyobrażając sobie światło jako falę elektromagnetyczną, moglibyśmy się spodziewać następującej obserwacji. Bez względu na to, jak niska byłaby częstotliwość padającego światła, elektrony mogłyby być przez to światło wyzwalane zawsze wtedy, gdy dostarczylibyśmy im wystarczająco dużo energii. To zaś można byłoby osiągnąć, wykorzystując dostatecznie intensywne źródło światła. *Jednak nic takiego nie następuje*. W przypadku światła o częstotliwości niższej niż częstotliwość progowa v_0 zjawisko fotoelektryczne nie zachodzi, bez względu na to, jak intensywne jest źródło światła.

Istnienia częstotliwości progowej powinniśmy się jednak spodziewać, jeśli energia jest przekazywana w postaci fotonów. Elektrony utrzymywane są wewnątrz tarczy siłami elektrycznymi. (Gdyby tak nie było, to pod wpływem grawitacji wszystkie by z niej wypadły). Do uwolnienia się z jej powierzchni wystarczy elektronowi pewna minimalna energia Φ . Energia Φ jest charakterystyczna dla materiału, z którego wykonana jest tarcza, i nazywana jest **pracą wyjścia** dla tego materiału. Jeśli energia hv przekazana przez foton elektronowi przewyższa tę pracę wyjścia ($hv > \Phi$), to elektron zostaje uwolniony z tarczy. Jeśli przekazana energia jest mniejsza niż praca wyjścia (a więc $hv < \Phi$), elektron nie może zostać uwolniony. To właśnie pokazuje rysunek 38.2.





Równanie Einsteina

Einstein podsumował wyniki powyższych doświadczeń fotoelektrycznych w równaniu

 $h\nu = E_{\rm k\,max} + \Phi$ (równanie Einsteina). (38.5)

Wyraża ono zasadę zachowania energii w przypadku pochłonięcia pojedynczego fotonu przez tarczę o pracy wyjścia Φ . Energia hv, równa energii fotonu, przekazywana jest pojedynczemu elektronowi w materiale, z którego wykonana jest tarcza. Aby elektron mógł wyrwać się z tarczy, musi otrzymać energię co najmniej równą energii Φ . Cała dodatkowa energia ($hv - \Phi$), jaką elektron otrzymuje od fotonu, pojawi się jako jego energia kinetyczna E_k . W najbardziej korzystnych warunkach elektron może wyrwać się z powierzchni tarczy bez zmniejszenia tej energii. Pojawi się zatem poza tarczą z maksymalną możliwą energią kinetyczną $E_{k max}$.

Przepiszmy równanie (38.5), podstawiając wartość $E_{k \max}$ z równania (38.4) ($E_{k \max} = eV_{\text{stop}}$). Po krótkich przekształceniach otrzymamy

$$V_{\rm stop} = \left(\frac{h}{e}\right) \nu - \frac{\Phi}{e}.$$
 (38.6)

Stosunki h/e i Φ/e są stałymi, tak więc powinniśmy się spodziewać, że wykres zależności potencjału hamującego V_{stop} od częstotliwości ν będzie linią prostą, tak jak na rysunku 38.2. Co więcej, nachylenie tej prostej powinno być równe h/e. Aby to sprawdzić, zmierzymy długości odcinków ab i bc na rysunku 38.2 i napiszemy

$$\frac{h}{e} = \frac{ab}{bc} = \frac{2,35 \text{ V} - 0,72 \text{ V}}{(11,2 \cdot 10^{14} - 7,2 \cdot 10^{14}) \text{ Hz}}$$
$$= 4,1 \cdot 10^{-15} \text{ V} \cdot \text{s}.$$

Mnożąc ten wynik przez wartość ładunku elementarnego e, znajdujemy

$$h = (4, 1 \cdot 10^{-15} \text{ V} \cdot \text{s})(1, 6 \cdot 10^{-19} \text{ C}) = 6, 6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s},$$

co zgadza się z wartościami zmierzonymi w innych doświadczeniach.

Na marginesie: Wyjaśnienie zjawiska fotoelektrycznego z pewnością wymaga zastosowania fizyki kwantowej. Przez wiele lat wyjaśnienie Einsteina było także nieodpartym argumentem za istnieniem fotonów. Jednak w roku 1969 znaleziono alternatywne wyjaśnienie zjawiska fotoelektrycznego, które angażowało fizykę kwantową, nie wykorzystując jednak pojęcia fotonu. Jak to wykazały niezliczone doświadczenia fizyczne, światło *jest* w istocie skwantowane, ale wyjaśnienie zjawiska fotoelektrycznego zaproponowane przez Einsteina nie jest najlepszym na to argumentem.

Sprawdzian 2

Na rysunku przedstawiono zależności napięcia hamującego od częstotliwości padającego światła (jak na rysunku 38.2) dla tarcz wykonanych z cezu, potasu, sodu i litu. Odpowiednie wykresy są prostymi równoległymi. a) Uszereguj materiały, z których wykonane są tarcze, według ich prac wyjścia, zaczynając od największej. b) Uszereguj wykresy według odpowiadających im wartości *h*, zaczynając od największej.



Przykład 38.02. Zjawisko fotoelektryczne i praca wyjścia

Korzystając z rysunku 38.2, znajdź pracę wyjścia Φ dla sodu.

PODSTAWOWE FAKTY

Pracę wyjścia Φ można wyznaczyć, znając częstotliwość progową ν_0 (którą można odczytać na rysunku). Rozumowanie jest następujące: Dla częstotliwości progowej energia kinetyczna $E_{k \max}$ w równaniu (38.5) równa jest zeru. Zatem cała energia $h\nu$ przekazana przez foton elektronowi jest wykorzystywana na jego wybicie z materiału. Energia ta jest równa pracy wyjścia Φ . **Obliczenia:** Dzięki temu rozumowaniu możemy podstawić $v = v_0$ do równania (38.5). Otrzymujemy wówczas

$$h\nu_0 = 0 + \Phi = \Phi$$

Na rysunku 38.2 wykres napięcia przecina oś częstotliwości w punkcie odpowiadającym częstotliwości progowej $v_0 = 5.5 \cdot 10^{14}$ Hz. Zatem

$$\Phi = h\nu_0$$

= (6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s)(5,5 \cdot 10^{14} Hz)
= 3,6 \cdot 10^{-19} J = 2,3 eV (odpowiedź).

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

38.3. FOTONY, PĘD, ROZPRASZANIE COMPTONOWSKIE I INTERFERENCJA ŚWIATŁA

Czego się nauczysz? _____

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 38.08 zastosować dla fotonu zależności między jego pędem, energią, częstotliwością i długością fali;
- 38.09 naszkicować i opisać zasadę doświadczenia rozproszeniowego Comptona;
- 38.10 uzasadnić historyczne znaczenie doświadczenia Comptona;
- 38.11 określić, czy ze wzrostem kąta rozproszenia comptonowskiego φ maleją, czy rosną następujące własności rozproszonego fotonu promieniowania rentgenowskiego: energia kinetyczna, pęd i długość fali;
- 38.12 opisać dla rozpraszania comptonowskiego, jak z zasad

Podstawowe fakty _

• Foton, mimo że nie ma masy, ma pęd, który jest związany z jego energią *E*, częstotliwością v i długością fali w następujący sposób: $p = hv/c = h/\lambda$.

- W akcie rozpraszania foton promieniowania rentgenowskiego traci energię i pęd na rzecz elektronu tarczy.
- Następuje wówczas zwiększenie długości fali fotonu (tzw. przesunięcie comptonowskie), które opisuje wzór

$$\Delta \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi).$$

zachowania pędu i energii wyprowadza się wzór określający przesunięcie comptonowskie $\Delta \lambda$;

- **38.13** zastosować do rozpraszania comptonowskiego związki pomiędzy długościami fal padającego i rozproszonego fotonu promieniowania rentgenowskiego, przesunięciem comptonowskim $\Delta\lambda$, kątem ϕ rozproszonego fotonu i końcową energią kinetyczną oraz pędem elektronu (jego wartością i kierunkiem);
- 38.14 wyjaśnić, rozważając zachowanie się fotonów, doświadczenie Younga z dwiema szczelinami (w swoim standardowym ustawieniu), jego wersję jednofotonową oraz szerokokątowy wariant jednofotonowy.

gdzie m jest masą elektronu tarczy, a ϕ określa kąt, o jaki foton zostaje rozproszony względem swojego pierwotnego kierunku ruchu.

- Fotony: gdy światło oddziałuje z materią, oddziaływanie ma charakter korpuskularny (cząstkowy) i zachodzi w jednym punkcie, w którym następuje przekaz energii i pędu.
- Fala: gdy pojedynczy foton zostaje wyemitowany ze źródła, interpretujemy jego poruszanie się jako przemieszczanie się fali prawdopodobieństwa.
- Fala: gdy wyemitowanych lub pochłoniętych przez materię jest wiele fotonów, interpretujemy całość światła jako klasyczną falę elektromagnetyczną.

Fotony mają pęd

W 1916 r. Einstein rozszerzył swoją koncepcję kwantów światła (fotonów), postulując, że kwant światła ma pęd. Pęd fotonu o energii *hv* wynosi

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$
 (ped fotonu). (38.7)

Korzystając z równania (38.1), wyraziliśmy w powyższym wzorze częstotliwość fotonu v przez długość λ odpowiadającej mu fali świetlnej ($v = c/\lambda$). Zatem gdy foton oddziałuje z materią, energia *i* pęd przekazywane są *tak, jakby* zderzenie fotonu i materii zaszło w klasycznym sensie (jak w rozdziałe 9).

W 1923 r. Arthur Compton z Washington University w St. Louis wykazał, że przy udziale fotonów przekazywane są zarówno pęd, jak i energia. W jego eksperymencie wiązka promieniowania rentgenowskiego o długości fali λ była kierowana na grafitową tarczę, tak jak to pokazano na rysunku 38.3. Promieniowanie rentgenowskie jest rodzajem promieniowania elektromagnetycznego o wysokiej częstotliwości, a więc małej długości fali. Compton zmierzył długość fali i natężenie promieniowania rozproszonego w różnych kierunkach względem kierunku wiązki padającej.

Na rysunku 38.4 pokazano wyniki tego doświadczenia. Mimo że promieniowanie padające na tarczę jest monochromatyczne ($\lambda = 71,1$ pm), to widać, że wiązka rozproszona zawiera cały zakres długości fali z dwiema wyraźnymi liniami. Jedno maksimum pojawia się dla długości fali wiązki padającej λ , drugie dla dłuższej fali λ' . Różnica pomiędzy tymi długościami $\Delta \lambda = \lambda' - \lambda$ nazywana jest **przesunięciem comptonowskim**. Wartość przesunięcia comptonowskiego zależy od kąta, pod jakim obserwuje się rozproszone promieniowanie rentgenowskie i rośnie w miarę zwiększania się tego kąta.

Wyniki pokazane na rysunku 38.4 stanowią kolejną zagadkę dla fizyki klasycznej. W klasycznym podejściu promieniowanie rentgenowskie padające na grafitową tarczę jest sinusoidalną falą elektromagnetyczną. Pod wpływem drgającego pola elektrycznego tej fali elektron w tarczy powinien także drgać sinusoidalnie. Co więcej, elektron ten powinien drgać z taką samą częstotliwością jak padająca fala, a także powinien wysyłać falę *o takiej samej częstotliwości*, tak jakby był małą anteną. Zatem pro-



9

Rys. 38.3. Schemat aparatury Comptona. Wiązka promieniowania rentgenowskiego o długości fali $\lambda = 71,1$ pm pada na grafitową tarczę T. Rozproszone promieniowanie rentgenowskie jest obserwowane pod różnymi kątami względem wiązki padającej. Natężenie wiązki rozproszonej oraz jej długość fali mierzone są przez detektor



Rys. 38.4. Wyniki doświadczenia Comptona dla czterech wartości kąta rozpraszania ϕ . Zauważ, że przesunięcie comptonowskie $\Delta\lambda$ zwiększa się wraz ze wzrostem kąta rozpraszania

mieniowanie rentgenowskie rozproszone przez ten elektron powinno mieć tę samą częstotliwość i tę samą długość fali co promieniowanie w wiązce padającej. Tak się jednak nie dzieje.

Compton zinterpretował rozpraszanie promieniowania rentgenowskiego jako wynik przekazu energii i pędu pomiędzy padającą wiązką promieniowania a słabo związanymi elektronami w grafitowej tarczy. Przekaz ten odbywa się za pośrednictwem fotonów. Zobaczmy, jak ta kwantowa interpretacja umożliwia zrozumienie wyników Comptona.

Przyjmijmy, że w oddziaływaniu pomiędzy padającą wiązką promieniowania rentgenowskiego a nieruchomym elektronem bierze udział pojedynczy foton (o energii E = hv). W ogólnym przypadku kierunek ruchu fotonu rentgenowskiego się zmieni (foton zostaje rozproszony), a elektron zostanie odrzucony, co oznacza, że uzyska pewną energię kinetyczną. W tym izolowanym oddziaływaniu energia zostaje zachowana. Tak więc energia rozproszonego fotonu (E' = hv') musi być mniejsza niż energia fotonu padającego. Rozproszone promieniowanie rentgenowskie musi mieć zatem niższą częstotliwość v', a więc długość fali λ' będzie większa niż długość fali wiązki padającej, dokładnie tak jak wskazują pokazane na rysunku 38.4 wyniki doświadczenia Comptona.

Do ilościowej analizy tych wyników zastosujemy najpierw zasadę zachowania energii. Na rysunku 38.5 pokazane jest "zderzenie" fotonu rentgenowskiego z początkowo nieruchomym swobodnym elektronem znajdującym się w tarczy. W wyniku tego zderzenia foton rentgenowski o długoś-



Rys. 38.5. (a) Foton promieniowania rentgenowskiego pada na nieruchomy elektron. Foton ten może (b) wyminąć elektron (rozpraszanie do przodu), nie przekazując ani energii, ani pędu, (c) rozproszyć się pod pewnym pośrednim kątem z przekazem pędu i energii o pośredniej wartości, (d) rozproszyć się do tyłu z przekazem pędu i energii o wartości maksymalnej

ci fali λ' porusza się pod kątem ϕ , elektron zaś — pod kątem θ . Z zasady zachowania energii wynika, że

$$h\nu = h\nu' + E_{\rm k},$$

gdzie hv jest energią fotonu padającego, hv' jest energią fotonu rozproszonego, E_k zaś jest energią kinetyczną odrzuconego elektronu. Elektron może zostać odrzucony z prędkością porównywalną z prędkością światła. Aby znaleźć jego energię kinetyczną, musimy zatem skorzystać z wyrażenia relatywistycznego (równanie (37.52)):

$$E_{\rm k}=mc^2(\gamma-1),$$

gdzie *m* jest masą elektronu, a γ współczynnikiem Lorentza

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Zasada zachowania energii przybierze zatem postać

$$h\nu = h\nu' + mc^2(\gamma - 1).$$

Podstawiając zamiast częstotliwości ν i ν' odpowiednio wyrażenia c/λ i c/λ' , otrzymamy nowe równanie

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + mc(\gamma - 1).$$
(38.8)

Następnie do zderzenia fotonu rentgenowskiego z elektronem, pokazanego na rysunku 38.5, zastosujemy zasadę zachowania pędu. Z równania (38.7) ($p = h/\lambda$) wynika, że pęd padającego fotonu równy jest h/λ , a pęd fotonu po rozproszeniu wynosi h/λ' . Z równania (37.41) wynika, że pęd odrzuconego elektronu równy jest γmv . Ponieważ problem jest dwuwymiarowy, z zasady zachowania pędu wzdłuż osi x i y wynikają następujące równania:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \phi + \gamma m v \cos \theta \qquad (\text{os } x) \tag{38.9}$$

oraz

$$0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \phi - \gamma m v \sin \theta \qquad (\text{os } y). \tag{38.10}$$

Naszym celem jest znalezienie przesunięcia comptonowskiego $\Delta\lambda$ (= $\lambda' - \lambda$) rozproszonego promieniowania rentgenowskiego. Spośród pięciu zmiennych opisujących zderzenie (λ , λ' , v, ϕ i θ), występujących w równaniach (38.8), (38.9) i (38.10), można wyeliminować te, które odnoszą się tylko do odrzuconego elektronu, a więc v oraz θ . Po pewnych (nieco skomplikowanych) przekształceniach otrzymujemy:

$$\Delta \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi) \qquad \text{(przesunięcie comptonowskie)}. \tag{38.11}$$

Równanie (38.11) potwierdza doświadczalne wyniki Comptona.

Wielkość h/mc w równaniu (38.11) jest stałą zwaną **comptonowską długością fali**. Jej wartość zależy od masy *m* cząstki, na której rozprasza się promieniowanie rentgenowskie. W rozważanym przypadku cząstką tą jest słabo związany elektron. Zatem aby znaleźć *comptonowską długość* *fali dla rozproszenia comptonowskiego na elektronie*, do równania (38.11) należy wstawić masę elektronu *m*.

Komentarz

Pojawienie się w widmie rozproszonego promieniowania rentgenowskiego linii odpowiadającej długości fali λ (= 71,1 pm) promieniowania padającego (rys. 38.4) wymaga w dalszym ciągu wyjaśnienia. Nie jest ona efektem oddziaływania między promieniowaniem rentgenowskim a bardzo słabo związanymi elektronami w tarczy. Jest ona wynikiem oddziaływania między tym promieniowaniem a elektronami *silnie* związanymi w atomach węgla, z których zbudowana jest tarcza. Efektywnie każde z tych zderzeń zachodzi pomiędzy fotonem rentgenowskim wiązki padającej a całym atomem węgla. Jeśli do równania (38.11) wstawimy masę *m* atomu węgla (która jest w przybliżeniu 22 000 razy większa niż masa elektronu), to zobaczymy, że wartość $\Delta\lambda$ staje się 22 000 razy mniejsza niż przesunięcie comptonowskie w przypadku zderzeń z elektronami, a więc jest niemierzalnie mała. Zatem promieniowanie rentgenowskie rozproszone w takich zderzeniach ma tę samą długość fali co promieniowanie padające. Na rysunku 38.4 odnajdziemy je w położeniu maksimum nieprzesuniętego.

Sprawdzian 3

Porównaj rozpraszanie comptonowskie obserwowane pod pewnym kątem dla promieniowania rentgenowskiego ($\lambda \approx 20 \text{ pm}$) i światła widzialnego ($\lambda \approx 500 \text{ nm}$). W którym przypadku większe jest: a) przesunięcie comptonowskie, b) względna zmiana długości fali, c) względna strata energii, d) energia przekazana elektronowi?

Przykład 38.03. Rozpraszanie comptonowskie światła przez elektrony

Promieniowanie rentgenowskie o długości fali $\lambda = 22 \text{ pm}$ (energia fotonu = 56 keV) jest rozpraszane na grafitowej tarczy. Promieniowanie rozproszone obserwowane jest pod kątem 85° w stosunku do wiązki padającej.

a) Jakie jest przesunięcie comptonowskie dla wiązki rozproszonej?

PODSTAWOWE FAKTY

Przesunięcie comptonowskie to zmiana długości fali promieniowania rentgenowskiego rozproszonego na słabo związanych elektronach tarczy. Zgodnie z równaniem (38.11) przesunięcie to zależy od kąta, pod jakim obserwuje się rozproszone promieniowanie rentgenowskie. Wynosi ono 0 dla rozpraszania do przodu ($\phi = 0^{\circ}$) i osiąga maksimum w przypadku rozpraszania do tyłu ($\phi = 180^{\circ}$). Dla kąta $\phi = 85^{\circ}$ mamy sytuację pośrednia. **Obliczenia:** Podstawiając do równania (38.11) wartości tego kąta (85°) i masy elektronu (9,11 \cdot 10⁻³¹ kg), gdyż rozpraszanie zachodzi na elektronach, otrzymujemy

$$\Delta \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$$

= $\frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(1 - \cos 85^\circ)}{(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s})}$
= 2,21 \cdot 10^{-12} m \approx 2,2 pm (odpowiedź).

b) Jaki ułamek początkowej energii fotonu zostaje przekazany elektronowi w rozważanym akcie rozproszenia?

PODSTAWOWE FAKTY

Potrzebujemy obliczyć *względną stratę energii* fotonów rozpraszających się na elektronach:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\text{strata energii}}{\text{energia początkowa}} = \frac{E - E'}{E}$$
Obliczenia: Wyrazimy energię początkową E i energię fotonów promieniowania rentgenowskiego po rozproszeniu E' za pomocą częstotliwości (E = hv, patrz równanie (38.2)). Następnie, korzystając z równania (38.1) ($v = c/\lambda$), wyrazimy te częstotliwości przez długości fali. Znajdujemy

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{h\nu - h\nu'}{h\nu} = \frac{c/\lambda - c/\lambda'}{c/\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'}$$
$$= \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda}.$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2,21 \text{ pm}}{22 \text{ pm} + 2,21 \text{ pm}} = 0,091$$

czyli

$$\frac{\Delta E}{E} = 9,1\% \qquad (odpowiedź)$$

Mimo że przesunięcie comptonowskie jest niezależne od długości fali padającego promieniowania rentgenowskiego (patrz równanie (38.11)), otrzymane przez nas wyniki mówią nam, że *względna* strata energii tego promieniowania zależy od długości fali λ i rośnie wraz ze zmniejszaniem się długości fali.

.

Światło jako fala prawdopodobieństwa

Największą zagadką fizyki jest pytanie, w jaki sposób światło w podejściu klasycznym może być falą (rozciągającą się na pewien obszar), podczas gdy w fizyce kwantowej jest ono emitowane i pochłaniane w postaci fotonów (powstających i znikających w pewnych punktach). W sercu tej tajemnicy leży doświadczenie Younga omawiane w podrozdziale 35.4. Przedyskutujmy trzy jego wersje.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Wersja standardowa

Na rysunku 38.6 przedstawiony jest szkic oryginalnego doświadczenia, jakie Thomas Young przeprowadził w 1801 r. (por. również rysunek 35.8). Na ekran B, w którym znajdują się dwie wąskie równoległe szczeliny, pada światło. Fale świetlne przechodzące przez szczeliny uginają się na skutek dyfrakcji, a następnie nakładają się na siebie na ekranie C. Na ekranie tym tworzy się w wyniku interferencji obraz złożony z pojawiających się na przemian maksimów i minimów natężenia światła. W podrozdziale 35.2 uznaliśmy istnienie tych interferencyjnych prążków za nieodparty dowód na falową naturę światła.

Ustawmy w pewnym punkcie na płaszczyźnie ekranu C malutki detektor fotonów D. Niech będzie to układ fotoelektryczny reagujący trzaskiem na pochłanianie fotonów. Stwierdzimy, że detektor ten wytwarza serię przypadkowo pojawiających się trzasków. Każdy z nich oznajmia przekazanie energii z fali świetlnej na ekran, będące wynikiem pochłonięcia fotonu. Gdybyśmy bardzo wolno przesuwali nasz detektor w górę lub w dół, tak jak to pokazuje czarna strzałka na rysunku 38.6, zauważylibyśmy, że częstotliwość trzasków zwiększa się i zmniejsza, przechodząc na przemian przez maksima i minima odpowiadające dokładnie maksimom i minimom jasności prążków interferencyjnych.

Sednem tego myślowego doświadczenia jest następujące stwierdzenie. Nie potrafimy przewidzieć, kiedy w pewnym konkretnym punkcie na ekranie C zostanie wykryty foton. Fotony wykrywane są w pojedynczych punktach w przypadkowych momentach. Umiemy jednak przewidzieć, że



Rys. 38.6. Na przesłonę B, w której znajdują się dwie równoległe szczeliny, kierowane jest światło. Wiązki wychodzące z tych szczelin uginają się na skutek dyfrakcji. Dwie ugięte wiązki nakładają się na siebie na ekranie C i tworzą prążki interferencyjne. Mały detektor fotonów D umieszczony w płaszczyźnie ekranu C sygnalizuje absorpcję każdego fotonu głośnym trzaskiem względne *prawdopodobieństwo* wykrycia fotonów w pewnym konkretnym punkcie w określonym przedziale czasowym jest proporcjonalne do natężenia światła w tym punkcie.

Z równania (33.26) ($I = E_{\text{rms}}^2/c\mu_0$) z podrozdziału 33.2 wiemy, że natężenie I fali świetlnej w dowolnym punkcie jest proporcjonalne do kwadratu E_{m} amplitudy wektora oscylującego pola elektrycznego tej fali w danym punkcie. Zatem

Prawdopodobieństwo (przypadające na jednostkowy przedział czasu), że w pewnej małej objętości wokół danego punktu w fali świetlnej zostanie wykryty foton, jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy wektora pola elektrycznego tej fali w danym punkcie.

Uzyskaliśmy w ten sposób probabilistyczny opis fali świetlnej, a więc inny obraz światła. Jest to nie tylko fala elektromagnetyczna, ale także **fala prawdopodobieństwa**. A więc z każdym punktem fali świetlnej możemy powiązać liczbowe prawdopodobieństwo (przypadające na przedział czasu), że w pewnej małej objętości dookoła tego punktu można wykryć foton.

Wersja jednofotonowa

 \mathbf{x}

Doświadczenie Younga z dwiema szczelinami zostało po raz pierwszy przeprowadzone w wersji jednofotonowej przez G.I. Taylora w 1909 r. Później było ono wielokrotnie powtarzane. Od wersji standardowej różni się tym, że źródło światła zastosowane w doświadczeniu Taylora jest niezwykle słabe. Emituje ono w przypadkowych chwilach tylko jeden foton na raz. W zadziwiający sposób prążki interferencyjne nadal powstają na ekranie C, jeśli doświadczenie trwa dostatecznie długo (kilka miesięcy w przypadku wczesnego doświadczenia Taylora).

Jak wyjaśnić te jednofotonową wersję doświadczenia Younga? Zanim zaczniemy rozważać jego wyniki, nieodparta wydaje się pokusa zadania takich pytań, jak: Jeśli fotony przemierzają układ eksperymentalny pojedynczo, to przez która z dwóch szczelin na ekranie B przechodzi dany foton? A skąd w ogóle dany foton "wie" o istnieniu drugiej szczeliny, co otwiera możliwość interferencji? Czy foton potrafi w jakiś sposób przejść przez obydwie szczeliny, a następnie interferować sam ze sobą? Pamiętajmy, że jedynym sposobem, dzięki któremu możemy się dowiedzieć o fotonach, jest ich oddziaływanie z materią. Nie mamy żadnego sposobu wykrycia ich bez oddziaływania z materią - detektorem lub ekranem. Tak więc jedynymi informacjami, jakie otrzymamy w doświadczeniu pokazanym na rysunku 38.6, będzie fakt, że fotony powstają w źródle światła oraz że znikają na ekranie. Nie potrafimy powiedzieć, czym jest lub co robi foton pomiedzy źródłem a ekranem. Jednak, ponieważ ostatecznie na ekranie powstaje obraz interferencyjny, możemy spekulować, że każdy foton wedruje od źródła do ekranu jako fala wypełniająca przestrzeń pomiędzy źródłem a ekranem. Następnie zaś znika w akcie absorpcji w pewnym miejscu na ekranie, przekazując energie i ped ekranowi w tym punkcie.

Nie umiemy przewidzieć, gdzie dla konkretnego fotonu powstającego w źródle nastąpi ten przekaz (gdzie zostanie on wykryty). Jednak *umiemy*

określić prawdopodobieństwo, że przekaz nastąpi w pewnym dowolnym punkcie na ekranie. Przekazy te będą miały tendencję do pojawiania się (a zatem fotony będą częściej pochłaniane) w rejonie jasnych prążków obrazu interferencyjnego powstającego na ekranie. Przekazy te będą miały tendencję do *nie*pojawiania się (a zatem fotony raczej *nie* będą pochłaniane) w rejonie ciemnych prążków tego obrazu interferencyjnego. Tak więc możemy powiedzieć, że fala wędrująca ze źródła na ekran jest *falą prawdopodobieństwa* wytwarzającą na ekranie obraz "prążków prawdopodobieństwa".

Szerokokątowa wersja jednofotonowa

W przeszłości fizycy starali się wyjaśnić doświadczenie Younga w wersji jednofotonowej, używając pojęcia małych paczek klasycznych fal świetlnych, które byłyby pojedynczo wysyłane w kierunku szczelin. Definiowali oni te małe paczki jako fotony. Nowoczesne doświadczenia obaliły jednak to wyjaśnienie i tę definicję. Jedno z takich doświadczeń, o którym donieśli w 1992 r. Ming Lai i Jean-Claude Diels z University of New Mexico, jest pokazane na rysunku 38.7. Źródło S zawiera cząsteczki emitujące fotony w dobrze oddzielonych momentach. Zwierciadła Z₁ i Z₂ kierują te fotony wzdłuż dwóch różnych dróg 1 i 2, różniących się o kąt θ bliski 180°. Układ ten różni się od układu w standardowym doświadczeniu Younga, w którym kąt pomiędzy drogami światła docierającego do obu szczelin jest bardzo mały.

Światło poruszające się wzdłuż dróg 1 i 2 po odbiciu od zwierciadeł Z_1 i Z_2 spotyka się na płytce światłodzielącej B. (Płytka światłodzieląca jest elementem optycznym, który przepuszcza część padającego na nią światła, resztę zaś odbija). Po prawej stronie płytki B na rysunku 38.7 światło poruszające się wzdłuż drogi 2 i odbite przez B dodaje się do światła poruszającego się wzdłuż drogi 1 i przepuszczonego przez B. Oba te promienie świetlne interferują ze sobą w detektorze D (*fotopowielacz* z licznikiem fotonów).

Na wyjściu z detektora pojawia się szereg przypadkowo rozłożonych w czasie elektronicznych impulsów, z których każdy odpowiada pojedynczemu wykrytemu fotonowi. W doświadczeniu płytka światłodzieląca porusza się powoli w poziomie (w omawianym eksperymencie nie więcej niż około 50 μ m), sygnał z detektora zaś zapisywany jest na rejestratorze. Przesuwanie płytki światłodzielącej zmienia długości dróg 1 i 2. Wprowadza to przesunięcie fazowe pomiędzy promieniami światła docierającymi do detektora D. W sygnale wyjściowym z detektora pojawiają się maksima i minima interferencyjne.

Przytoczone doświadczenie trudno zrozumieć, posługując się obrazem klasycznym. Na przykład, jeśli cząsteczka w źródle emituje pojedynczy foton, to czy będzie się on poruszał wzdłuż drogi 1, czy 2 na rysunku 38.7 (czy wzdłuż innej dowolnej drogi)? Czy też może się on poruszać jednocześnie w obu kierunkach? Aby odpowiedzieć na to pytanie, zakładamy, że gdy cząsteczka emituje foton, we wszystkich kierunkach rozchodzi się fala prawdopodobieństwa. W doświadczeniu wybiera się spośród tych kierunków dwa niemalże przeciwne do siebie.



Rys. 38.7. Światło będące wynikiem pojedynczego aktu emisji w źródle S rozchodzące się wzdłuż dwóch dróg, tworzących ze sobą duży kąt, pada na płytkę światłodzielącą B i interferuje ze sobą w detektorze D (na podstawie: Ming Lai i Jean-Claude Diels, *Journal of the Optical Society of America B*, **9**, 2290–2294, grudzień 1992)

Jak widać, wszystkie trzy wersje doświadczenia Younga potrafimy zinterpretować, jeśli założymy, że (1) światło jest generowane w źródle w postaci fotonów, (2) światło jest pochłaniane w detektorze w postaci fotonów i (3) światło porusza się pomiędzy źródłem i detektorem jako fala prawdopodobieństwa.

38.4. NARODZINY FIZYKI KWANTOWEJ

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- **38.15** zdefiniować ciało doskonale czarne i opisać jego radiancję spektralną $S(\lambda)$;
- 38.16 wskazać kłopot, jaki mieli fizycy z promieniowaniem ciała doskonale czarnego przed pojawieniem się pracy Plancka, oraz objaśnić, w jaki sposób Planck i Einstein rozwiązali ten problem;
- 38.17 stosować prawo Plancka opisujące emisję promieniowania jako funkcję długości fali przy danej temperaturze;

Podstawowe fakty

 Jako miarę emisji promieniowania termicznego przez ciało doskonale czarne definiujemy radiancję spektralną jako natężenie wyemitowanego promieniowania na jednostkę długości fali λ przy ustalonej wartości λ:

$$S(\lambda) = \frac{\text{natężenie}}{\text{jednostka długości fali}}.$$

• Prawo promieniowania Plancka, opisujące emisję promieniowania przez drgające atomy, ma postać

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{\mathrm{e}^{hc/\lambda kT} - 1},$$

- 38.18 w wąskim zakresie określonej długości fali i w danej temperaturze, podać natężenie promieniowania ciała doskonale czarnego;
- 38.19 stosować zależność między natężeniem i mocą promieniowania a powierzchnią;
- 38.20 stosować prawo Wiena opisujące związek między temperaturą powierzchni promieniującego ciała doskonale czarnego a długością fali, dla której radiancja spektralna osiąga wartość maksymalną.

gdzie h jest stałą Plancka, k jest stałą Boltzmanna, a T — temperaturą powierzchni emitującej promieniowanie mierzoną w kelwinach.

 Prawo Plancka było pierwszą wskazówką, że energie drgających atomów są skwantowane.

 Prawo Wiena wiąże temperaturę T ciała doskonale czarnego z długością fali λ_{max}, dla której radiancja spektralna osiąga maksimum:

 $\lambda_{\text{max}}T = 2898 \ \mu\text{m} \cdot \text{K}.$

Narodziny fizyki kwantowej

Gdy dowiedzieliśmy się już, jak zgłębianie zjawiska fotoelektrycznego i rozpraszania comptonowskiego doprowadziło fizyków do odkrycia fizyki kwantowej, wróćmy do samego początku, gdy idea skwantowania poziomów energetycznych stopniowo wyłaniała się z danych doświadczalnych. Historia rozpoczyna się od problemu, który dziś wydaje się prozaiczny, jednak na przełomie XIX i XX wieku był dla fizyków poważną zagwozdką. Rzecz dotyczy promieniowania termicznego emitowanego przez ciało doskonale czarne. Promieniowanie wysyłane przez takie ciało zależy jedynie od jego temperatury, a nie od materiału, z którego zostało wykonane, natury jego powierzchni, czy jakiejkolwiek innej cechy niż temperatura. W skrócie, wyniki doświadczalne wykazywały ewidentną rozbieżność z przewidywaniami teoretycznymi i nikt nie potrafił wyjaśnić, dlaczego.

Układ doświadczalny. Zbudujmy idealny promiennik, wydrążając jamę w środku jakiegoś ciała i utrzymując jej ścianki w tej samej temperaturze. Atomy wewnętrznej części ścianki jamy oscylują (gdyż mają ener-

gię termiczną), co sprawia, że emitują fale elektromagnetyczne. Jest to tzw. promieniowanie termiczne. Aby zbadać to promieniowanie z wnętrza jamy, drążymy do niej przez ścianki mały otwór. Część promieniowania będzie uciekać przez ten otwór, dzięki czemu możemy je zmierzyć. Musi to być jednak część na tyle niewielka, aby nie zmieniała warunków panujących w środku jamy. Zbadamy, jak natężenie tego promieniowania zależy od jego długości fali.

Taki rozkład natężenia będziemy opisywać za pomocą tzw. **radiancji** spektralnej $S(\lambda)$ emitowanego promieniowania o długości fali λ

$$S(\lambda) = \frac{\text{natężenie}}{\begin{pmatrix} \text{jednostka} \\ \text{długości fali} \end{pmatrix}} = \frac{\text{moc}}{\begin{pmatrix} \text{jednostka} \\ \text{powierzchni emitera} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{jednostka} \\ \text{długości fali} \end{pmatrix}}$$
(38.12)

Jeżeli pomnożymy $S(\lambda)$ przez bardzo mały przedział długości fali d λ , otrzymamy natężenie (czyli moc na jednostkę powierzchni otworu w ściance) promieniowania emitowanego w przedziale między λ a λ + d λ .

Ciągła krzywa na rysunku 38.8 przedstawia wyniki doświadczalne dla całego zakresu długości fali promieniowania emitowanego z jamy o temperaturze 2000 K. Taki promiennik, umieszczony w zaciemnionym pokoju, świeciłby jasnym światłem, jednak na podstawie wykresu możemy stwierdzić, że jedynie bardzo niewielka część emitowanego promieniowania mieści się w paśmie widzialnym (zaznaczonym kolorowym paskiem). Przy tej temperaturze większość wypromieniowywanej energii mieści się w paśmie podczerwonym, czyli przy długościach fali większych niż w obszarze widzialnym.

Teoria. Według fizyki klasycznej, radiancja spektralna przy ustalonej temperaturze T, mierzonej w kelwinach, powinna być opisywana wzorem

$$S(\lambda) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}$$
 (klasyczne prawo promieniowania), (38.13)



Rys. 38.8. Linią ciągłą przedstawiona jest doświadczalnie zmierzona radiancja spektralna dla wnęki o temperaturze 2000 K. Zwróć uwagę na fiasko teorii klasycznej, której przewidywanie pokazane jest krzywą przerywaną. Zaznaczony jest też przedział długości fal widocznych dla oka gdzie k jest stałą Boltzmanna (wzór 19.7) o wartości

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} = 8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}.$$

Ten wzór klasyczny został wykreślony dla T = 2000 K na rysunku 38.8. Choć przy dużych długościach fali zgadza się on z wynikami doświadczalnymi (niewidoczna część wykresu po jego prawej stronie), to przy niewielkich długościach fali nawet nie zbliża się on do zmierzonych danych. Istotnie, teoria ta nie przewiduje nawet istnienia maksimum, widocznego w danych doświadczanych. W zamian za to wzór "wybucha" do nieskończoności (co było dość irytujące, a nawet kłopotliwe dla fizyków).

Rozwiązanie Plancka. W roku 1900 Planck podał wzór określający $S(\lambda)$, który bardzo dobrze opisywał wyniki doświadczalne przy wszystkich długościach fal i dla wszystkich temperatur:

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$
 (prawo promieniowania Plancka). (38.14)

Kluczowym składnikiem tego wzoru jest wykładnik eksponensu hc/λ , który możemy zapisać w bardziej sugestywnej formie jako $h\nu$. We wzorze (38.14) po raz pierwszy użyta została stała h, a pojawienie się członu $h\nu$ sugeruje, że energie atomów oscylujących w jamie są skwantowane. Jednak sposób myślenia Plancka osadzony był jeszcze w fizyce klasycznej. Planck po prostu nie wierzył w taką interpretację swojego wzoru, pomimo bezapelacyjnego sukcesu w opisywaniu danych doświadczalnych.

Rozwiązanie Einsteina. Przez 17 lat nikt nie potrafił zinterpretować wzoru (38.14). W końcu, za pomocą bardzo prostego modelu, wyjaśnienie podał Albert Einstein. Zawierał on dwa kluczowe założenia: (1) energie oscylujących atomów tworzących ścianki jamy są rzeczywiście skwantowane i (2) energie promieniowania w środku jamy są również skwantowane w porcjach, które nazwane zostały "kwantami" (dziś znamy je pod nazwą fotonów), opisywanymi wzorem E = hv. W swym modelu Einstein wyjaśnił procesy, za pomocą których atomy mogą emitować i absorbować fotony, oraz opisał, jak atomy mogą być w stanie równowagi z emitowanym i absorbowanym promieniowaniem.

Wartość maksymalna. Długość fali λ_{max} , przy której $S(\lambda)$ osiąga wartość maksymalną (przy ustalonej temperaturze *T*), można wyznaczyć, obliczając pierwszą pochodną we wzorze (38.14) względem λ , przyrównując ją do zera, a następnie wyznaczając długość fali. Wynik, który nosi nazwę *prawa Wiena*, ma postać

$$\lambda_{\max}T = 2898 \ \mu m \cdot K$$
 (dla radiancji maksymalnej). (38.15)

Na przykład dla krzywej Plancka widocznej na rysunku 38.8 i wykreślonej przy T = 2000 K otrzymujemy $\lambda_{max} = 1.5 \mu m$, co jest wartością większą od granicy długofalowej pasma widzialnego i, jak widać na rysunku, znajduje się w obszarze podczerwonym.

Moc wypromieniowywana. Jeżeli scałkujemy wzór (38.14) po wszystkich długościach fali (i przy ustalonej temperaturze), otrzymamy moc promieniowania na jednostkę powierzchni promiennika. Jeśli pomnożymy wynik przez całkowitą powierzchnię *A*, dostaniemy całkowitą wyemitowaną moc P. Rezultat tych obliczeń (z nieco zmienionymi oznaczeniami) widzieliśmy już we wzorze (18.38):

$$P = \sigma \varepsilon A T^4, \tag{38.16}$$

gdzie σ (= 5,6704 \cdot 10⁻⁸ W/(m² \cdot K⁴)) nazywamy stałą Stefana–Boltzmanna, a ε jest współczynnikiem emisji dla powierzchni promieniującego ciała (dla ciała doskonale czarnego $\varepsilon = 1$). Całkowanie funkcji (38.14) po wszystkich długościach fali jest tak naprawdę dość skomplikowane. Jednakże dla ustalonych wartości T, długości fali λ i niewielkiego (w porównaniu do λ) przedziału długości fal $\Delta\lambda$ możemy przybliżyć wzór na moc w tym przedziale, obliczając po prostu $S(\lambda)A \Delta \lambda$.

38.5. ELEKTRONY I FALE MATERII

Czego się nauczysz?

Podstawowe fakty.

jako fala materii.

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 38.21 stwierdzić, że elektrony (oraz protony i inne cząstki elementarne) można opisać jako fale materii;
- 38.22 dla cząstek opisywanych relatywistycznie i nierelatywistycznie stosować zależności między długością fali de Broglie'a, pędem, prędkością i energią kinetyczną;
- 38.23 opisać układ prążków interferencyjnych w doświadczeniu z dwiema szczelinami, w którym występują cząstki takie jak elektron: 38.24 zastosować równania optyczne dla dwóch szczelin (podrozdział 35.2) oraz równania dyfrakcji (podrozdział 36.1) do fal materii. Poruszająca się cząstka, taka jak elektron, może być opisana Cząstka: gdy elektron oddziałuje z materia, akt oddziaływa-

 Długość danej fali materii jest równa długości fali de Broglie'a dla cząstki, określonej wzorem $\lambda = h/p$, gdzie p jest pędem cząstki.

- nia ma charakter cząstkowy i zachodzi w określonym punkcie, w którym następuje przekaz energii i pędu.
- Fala: gdy elektron się porusza, interpretujemy go jako przemieszczającą się falę prawdopodobieństwa.

Elektrony i fale materii

W 1924 r. francuski fizyk Louis de Broglie odwołał się w następujący sposób do zagadnienia symetrii: Promień świetlny jest falą, ale energię i pęd przekazuje on materii tylko punktowo, w postaci fotonów. Czemu wiązka cząstek nie miałaby mieć takich samych własności? Czyli dlaczego w takim przypadku nie myśleć o poruszającym się elektronie - lub każdej innej cząstce — jako o fali materii, która przekazuje punktowo innej materii energie i ped?

De Broglie zasugerował w szczególności, że równanie (38.7) ($p = h/\lambda$) można by stosować nie tylko do fotonów, ale także do elektronów. W podrozdziale 38.3 używaliśmy tego równania do przypisania fotonowi światła o długości fali λ — pędu p. Teraz wykorzystamy to równanie, w formie

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad (\text{długość fali de Broglie'a}), \qquad (38.17)$$

do przypisania cząstce o pędzie p — długości fali λ . Długość fali obliczona z równania (38.17) jest nazywana długością fali de Broglie'a poruszającej

się cząstki. Istnienie fal materii przewidziane przez de Broglie'a po raz pierwszy zweryfikowali doświadczalnie w 1927 r. C.J. Davisson i L.H. Germer z Bell Telephone Laboratories oraz George P. Thomson z University of Aberdeen w Szkocji.

Na rysunku 38.9 pokazano fotograficzny dowód istnienia fal materii uzyskany w bardziej współczesnym doświadczeniu. W eksperymencie tym obraz interferencyjny powstawał wtedy, gdy przez układ z dwiema szczelinami przepuszczano elektrony *jeden po drugim*. Wykorzystany układ doświadczalny był taki jak te, których używaliśmy poprzednio do demonstracji interferencji optycznej. Wyjątkiem jest ekran, który w omawianym doświadczeniu podobny był do ekranu wychodzącego już z użycia telewizora kineskopowego. Uderzenie elektronu w ten ekran wywoływało powstanie świetlnego błysku, którego położenie było zapisywane.

Pierwszych kilka elektron/ow nie ujawniało niczego interesującego i pozornie uderzało w przypadkowe punkty ekranu. Jednak gdy przez układ przeszło wiele tysięcy elektronów, na ekranie pojawił się pewien obraz. Jasne prążki ujawniły się w miejscach, gdzie na ekran padło wiele elektronów, ciemne zaś tam, gdzie na ekran padło niewiele elektronów. Obraz ten odpowiada dokładnie temu, czego spodziewalibyśmy się w przypadku



Rys. 38.9. Zdjęcia pokazujące powstawanie obrazu interferencyjnego wywołanego wiązką elektronów w doświadczeniu z dwiema szczelinami przedstawionym na rysunku 38.6. Fale materii, tak jak fale światła, są *falami prawdopodobieństwa*. Przybliżone liczby elektronów wynoszą: (a) 100, (b) 3000, (c) 20 000 i (d) 70 000 (Przedrukowano za zgodą z Tonomura A., Endo J., Matsuda T., Kawasaki T.: Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern, *American Journal of Physics* 57 (2), 1989, s. 117–120. Copyright © 1989, American Association of Physics Teachers)

interferencji fal. Tak więc *każdy* elektron przebył układ doświadczalny jako fala materii — część fali materii, która poruszała się przez jedną szczelinę, interferowała z częścią, która poruszała się przez drugą szczelinę. Zatem w wyniku interferencji elektron dociera do różnych punktów ekranu z różnym prawdopodobieństwem. Te miejsca, w których pojawiło się wiele elektronów, są odpowiednikiem jasnych prążków w interferencji optycznej, natomiast miejsca, w których pojawiło się mało elektronów — ciemnych prążków.

Podobne zjawiska interferencji zaobserwowano dla protonów, neutronów i różnych atomów. W 1994 r. stwierdzono interferencje czasteczek jodu I2, które sa nie tylko 500 000 razy cięższe od elektronów, ale także daleko bardziej złożone. W 1999 r. zaobserwowano ja dla jeszcze bardziej skomplikowanych czasteczek — fulerenów C₆₀ i C70. (Fulereny są cząsteczkami zbudowanymi z atomów węgla: 60 atomów w C₆₀ i 70 atomów w C₇₀, o kształcie przypominającym piłkę futbolową). Najwyraźniej takie małe obiekty, jak elektrony, protony, atomy i cząsteczki poruszają się jako fale materii. Jednak badając obiekty większe i bardziej złożone, musimy dojść do momentu, w którym rozważanie ich falowej natury przestaje być uzasadnione. W tym momencie dostajemy się z powrotem do naszego znajomego niekwantowego świata, rządzonego przez prawa fizyki poznane w poprzednich rozdziałach tej książki. Krótko mówiąc, elektron jest falą materii i może interferować sam ze sobą, ale kot nie jest falą materii i nie może interferować sam ze sobą (co za ulga dla kotów).

Falowa natura cząstek i atomów jest obecnie przyjmowana za rzecz naturalną w wielu dziedzinach nauki i techniki. Na przykład dyfrakcja elektronów oraz dyfrakcja neutronów wykorzystywane są do badania struktury atomowej ciał stałych i cieczy, a dyfrakcję elektronów można zastosować do badania budowy atomowej powierzchni ciał stałych.

Na rysunku 38.10a pokazano układ, który można wykorzystać do demonstracji rozpraszania na kryształach zarówno promieniowania rentgenowskiego, jak i elektronów. Wiązka jednego bądź drugiego rodzaju kierowana jest na tarczę w postaci płaszczyzny złożonej z drobnych kryształków glinu. Długość fali promieniowania rentgenowskiego wynosi λ . Elektronom dostarcza się tyle energii, aby ich długość fali de Broglie'a miała tę samą wartość λ . Rozpraszanie promieniowania rentgenowskiego lub elek-







c)

Rys. 38.10. a) Układ doświadczalny wykorzystywany do prezentacji falowego charakteru padającej wiązki metodami dyfrakcyjnymi. Obrazy dyfrakcyjne otrzymane dla b) wiązki promieniowania rentgenowskiego i c) wiązki elektronów (fali materii). Zwróć uwagę, że oba obrazy są geometrycznie identyczne ze sobą (Ilustracje (b) i (c) pochodzą z filmu "Matter waves" (PSSC). Dzięki uprzejmości Education Development Center, Newton, Massachusetts)



Rys. 38.11. Zdjęcie z komory pęcherzykowej przedstawiające tory lotów dwóch elektronów (zaznaczone kolorem zielonym) i pojedynczego pozytonu (zaznaczony na czerwono) powstałych po wpadnięciu kwantu gamma do komory. (fot. Lawrence Berkeley Laboratory /Science Photo Library /Photo Researches, Inc.)



Rys. 38.12. Kilka z wielu torów, które łączą dwa punkty detekcji cząstek *I* i *F*. Konstruktywnie interferują tylko fale materii podążające drogami bliskimi odcinka łączącego te punkty. W przypadku innych dróg fale podążające jakąkolwiek z par sąsiednich torów interferują destruktywnie

tronów na krysztale powoduje powstanie na kliszy fotograficznej obrazu interferencyjnego przybierającego postać szeregu pierścieni. Na rysunku 38.10b przedstawiono obraz powstały w wyniku rozpraszania promieniowania rentgenowskiego, podczas gdy na rysunku 38.10c pokazany jest obraz powstający na skutek rozpraszania elektronów. Obrazy są takie same. Zarówno promieniowanie rentgenowskie, jak i elektrony są falami.

Fale i cząstki

Rysunki 38.9 i 38.10 stanowią przekonujący dowód na *falową* naturę materii, ale istnieje również niezliczona ilość doświadczeń sugerujących *korpuskularną* naturę materii. Na przykład na rysunku 38.11 widzimy tory cząstek (a nie fal) przechodzących przez komorę pęcherzykową. Gdy naładowana elektrycznie cząstka przechodzi przez ciekły wodór wypełniający taką komorę, doprowadza ona umieszczone na jej drodze cząsteczki wodoru do parowania. Wzdłuż toru pojawia się zatem szereg pęcherzyków. Ponieważ zwykle komorę umieszcza się w polu magnetycznym prostopadłym do płasz-czyzny komory, więc tor cząstki znaczony pęcherzykami jest zakrzywiony.

W przypadku widocznym na ilustracji 38.11 kwant gamma wpadł do komory od góry, jednak nie pozostawił żadnego śladu. Ponieważ foton jest elektrycznie obojętny, to przechodząc przez ciekły wodór nie wytworzył pęcherzyków pary. Jednak zderzył się z jednym z atomów wodoru, wyrzucając z niego elektron. Zakrzywiony tor lotu elektronu w kierunku dołu zdjęcia został zaznaczony kolorem zielonym. Jednocześnie podczas zderzenia, w procesie produkcji par, foton zniknął, a w jego miejsce powstała para elektron–pozyton (zob. równanie (21.15)). Następnie obie cząstki poruszały się po torach zawężających się spiral (tor elektronu jest zaznaczony na zielono, a pozytonu — na czerwono). Cząstki zwiększały zakrzywienie, ponieważ zderzając się z napotkanymi na swej drodze atomami wodoru, sukcesywnie traciły energię. Istnienie tych torów jest oczywiście dowodem cząstkowej natury elektronu i pozytonu, ale czy rysunek 38.11 przedstawia również dowody na naturę falową?

Dla uproszczenia wyłączmy pole magnetyczne, tak aby wyprostować sznury pęcherzyków. Każdy pęcherzyk możemy uważać za punkt detekcji elektronu. Fale materii poruszające się pomiędzy takimi punktami detekcji, jak I i F na rysunku 38.12, będą miały do wyboru wszystkie możliwe tory, z których kilka pokazano na rysunku.

W ogólnym przypadku dla każdego toru łączącego punkty I i F (poza torem prostoliniowym) będzie istniał taki tor sąsiedni, że fale materii poruszające się po tych torach wygaszą się nawzajem na skutek interferencji. Jednak dla toru prostoliniowego łączącego punkty I i F fale materii podążające wszystkimi sąsiednimi torami wzmocnią falę podążającą tym prostym torem. O pęcherzykach tworzących ślad w komorze można myśleć jako o szeregu punktów detekcji, w których fala materii doznaje konstruktywnej interferencji.

Sprawdzian 4

Dla elektronu i protonu, których: a) energie kinetyczne, b) pędy lub c) prędkości są takie same, która z cząstek ma krótszą falę de Broglie'a?

Przykład 38.04. Długość fali de Broglie'a dla elektronu

Jaka jest długość fali de Broglie'a dla elektronu o energii kinetycznej 120 eV?

PODSTAWOWE FAKTY

1) Długość fali de Broglie'a $\lambda = h/p$ dla elektronu możemy znaleźć z równania (38.17) ($\lambda = h/p$), jeśli najpierw określimy wartość jego pędu p. 2) Pęd p można wyznaczyć ze znanej energii kinetycznej elektronu E_k . Energia ta jest znacznie mniejsza niż energia spoczynkowa elektronu (0,511 MeV z tabeli 37.3). Wystarczy więc zastosować klasyczne wzory na pęd p = mv i energię kinetyczną $E_k = \frac{1}{2}mv^2$.

Obliczenia: W zadaniu dana jest energia kinetyczna elektronu. Tak więc aby móc skorzystać ze związku de Broglie'a, musimy najpierw wyznaczyć prędkość v ze

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie *WileyPLUS*.

do wzoru na pęd. Otrzymamy: $n = \sqrt{2mF_1}$

wzoru na energię kinetyczną, a następnie podstawić ją

$$= \sqrt{(2)(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(120 \text{ eV})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV})}$$

= 5,91 \cdot 10^{-24} kg \cdot m/s.

Zatem z równania (38.17) otrzymamy

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \,\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}}{5,91 \cdot 10^{-24} \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}}$$

 $= 1,12 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 112 \text{ pm}$ (odpowiedź).

Otrzymana przez nas długość fali de Broglie'a dla elektronu jest rzędu rozmiarów typowego atomu. Jeśli zwiększymy energię kinetyczną elektronu, to ta długość fali stanie się jeszcze mniejsza.

38.6. RÓWNANIE SCHRÖDINGERA

Czego się nauczysz? ____

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 38.25 stwierdzić, że fale materii są opisywane równaniem Schrödingera;
- 38.26 dla cząstki nierelatywistycznej poruszającej się wzdłuż osi x napisać równanie Schrödingera i jego rozwiązanie ogólne dla przestrzennej części funkcji falowej;
- 38.27 dla cząstki nierelatywistycznej stosować związki wiążące liczbę falową, energie: całkowitą, potencjalną i kinetyczną, pęd oraz długość fali de Broglie'a;

Podstawowe fakty _

• Fala materii (taka, jak w przypadku elektronu) jest opisywana przez funkcję falową $\Psi(x, y, z, t)$, z której można wydzielić część zależną tylko od współrzędnych przestrzennych $\psi(x, y, z)$ oraz czynnik zależny tylko od czasu $e^{-i\omega t}$, gdzie ω jest częstością kołową związaną z falą.

• Dla nierelatywistycznej cząstki o masie m, energii całkowitej E i energii potencjalnej U, która porusza się wzdłuż osi x, przestrzenną część funkcji falowej wyznacza się, rozwiązując równanie Schrödingera

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} + k^2\psi = 0,$$

38.28 po otrzymaniu z równania Schrödingera rozwiązania na przestrzenną część funkcji falowej podać rozwiązanie pełne, uwzględniające zależność czasową;

- 38.29 mając liczbę zespoloną, podać liczbę do niej sprzężoną;
- 38.30 mając postać funkcji falowej, obliczyć związaną z nią gęstość prawdopodobieństwa.

gdzie k jest liczbą falową. Liczba ta związana jest z długością fali de Broglie'a $\lambda,$ pędem p i energią kinetyczną E-U zależnością

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{2\pi\sqrt{2m(E-U)}}{h}$$

• Cząstka nie ma ustalonego położenia, dopóki nie nastąpi jego pomiar.

• Prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w niewielkiej objętości wokół danego punktu jest proporcjonalne do gęstości prawdopodobieństwa $|\psi|^2$ fali materii w tym punkcie.

Równanie Schrödingera

Prostą falę biegnącą dowolnego rodzaju, czy to falę w strunie, czy falę dźwiękową, czy też falę światła można opisać za pomocą pewnej wielkości zmieniającej się w charakterystyczny dla fali sposób. Na przykład dla fali świetlnej wielkością tą jest natężenie pola elektrycznego $\vec{E}(x, y, z, t)$ tej fali. Obserwowana wartość tego natężenia w dowolnym punkcie zależy od położenia tego punktu i czasu, w którym dokonywana jest ta obserwacja.

Jakiej zmiennej wielkości powinno się używać do opisu fali materii? Powinniśmy się spodziewać, że ta wielkość, którą nazywamy **funkcją falową** $\Psi(x, y, z, t)$, jest bardziej skomplikowana niż odpowiednia wielkość dla fali świetlnej, a to dlatego, że fala materii, poza energią i pędem, przenosi masę i (często) ładunek elektryczny. Okazuje się, że funkcja Ψ (wielka grecka litera psi) jest zwykle funkcją zespoloną, a więc zawsze możemy zapisać jej wartość w postaci a + ib, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi, a $i^2 = -1$.

We wszystkich sytuacjach, z jakimi się tu spotkamy, zmienne przestrzenne i czas można rozseparować i zapisać funkcję Ψ w postaci

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)e^{-i\omega t},$$
 (38.18)

gdzie ω (= $2\pi\nu$) jest częstością kołową fali materii. Zauważ, że funkcja ψ (mała grecka litera psi) reprezentuje tylko zależną od zmiennych przestrzennych część kompletnej zależnej od czasu funkcji falowej Ψ . My prawie wyłącznie będziemy się zajmować funkcją ψ . W tym miejscu można zadać dwa pytania: co należy rozumieć przez pojęcie funkcji falowej i jak ją znaleźć?

Co to jest funkcja falowa? Musi mieć ona związek z faktem, że fala materii, tak jak fala światła, jest falą prawdopodobieństwa. Przypuśćmy, że fala materii dociera do małego detektora cząstek. Wtedy prawdopodobieństwo, że cząstka zostanie wykryta w określonym przedziale czasu, jest proporcjonalne do $|\psi|^2$, gdzie $|\psi|$ jest wartością bezwzględną funkcji falowej w miejscu, gdzie znajduje się detektor. Mimo że ψ jest zwykle wielkością zespoloną, to $|\psi|^2$ jest zawsze zarówno rzeczywiste, jak i dodatnie. Zatem to wielkość $|\psi|^2$, którą nazywamy **gęstością prawdopodobieństwa**, a nie sama funkcja ma znaczenie *fizyczne*. Mówiąc w uproszczeniu, to znaczenie jest następujące:

67

Prawdopodobieństwo wykrycia cząstki w małej objętości wokół danego punktu w fali materii jest proporcjonalne do wartości $|\psi|^2$ w tym punkcie.

Ponieważ funkcja ψ jest zwykle zespolona, kwadrat jej wartości bezwzględnej znajdujemy, mnożąc ψ przez ψ^* — wielkość *zespoloną sprzężoną* z ψ . (Aby znaleźć ψ^* , zamieniamy liczbę urojoną i na –i gdziekolwiek się tylko pojawi w wartości ψ).

Jak znajdujemy funkcję falową? Fale dźwiękowe i fale w strunach opisywane są równaniami mechaniki newtonowskiej. Fale świetlne opisywane są równaniami Maxwella. Fale materii (w przypadku cząstek nierelatywistycznych) spełniają **równanie Schrödingera**, wprowadzone w 1926 r. przez austriackiego fizyka Erwina Schrödingera.

Wiele rozpatrywanych tu sytuacji będzie dotyczyć cząstki poruszającej się w kierunku x w obszarze, w którym działające siły powodują, że ma

ona energię potencjalną¹ U(x). W takim szczególnym przypadku równanie Schrödingera redukuje się do postaci

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - U(x)]\psi = 0 \quad \text{(równanie Schrödingera dla ruchu jednowymiarowego),} \quad (38.19)$$

przy czym *E* jest całkowitą energią mechaniczną poruszającej się cząstki. (W tym nierelatywistycznym równaniu *nie* rozważamy energii spoczynkowej cząstki). Równania Schrödingera nie można wyprowadzić z bardziej podstawowych zasad. Równanie Schrödingera *jest* podstawową zasadą.

Możemy uprościć postać równania Schrödingera, przekształcając jego drugi wyraz. Zauważmy wpierw, że człon E - U(x) jest energią kinetyczną cząstki. Załóżmy teraz, że funkcja energii potencjalnej jest jednorodna i ma wartość stałą (może wynosić również 0). Ponieważ zakładamy, że cząstka jest nierelatywistyczna, możemy zapisać wzór na energię kinetyczną w formie klasycznej zależności między prędkością v i pędem p, a następnie wprowadzić teorię kwantową, korzystając ze wzoru na długość fali de Broglie'a:

$$E - U = \frac{1}{2}mv^{2} = \frac{p^{2}}{2m} = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^{2}.$$
 (38.20)

Dopisując do licznika i mianownika wyrazu wziętego do kwadratu człon 2π , możemy otrzymać postać wzoru na energię kinetyczną jako funkcję liczby falowej $k = 2\pi/\lambda$:

$$E - U = \frac{1}{2m} \left(\frac{kh}{2\pi}\right)^2.$$
 (38.21)

Podstawiając ten wynik do równania (38.19), otrzymujemy

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} + k^2\psi = 0 \qquad \text{(równanie Schrödingera dla stałego U), (38.22)}$$

gdzie liczba falowa, wyznaczona z równania (38.21), przybiera postać

$$k = \frac{2\pi\sqrt{2m(E-U)}}{h}$$
 (liczba falowa). (38.23)

Rozwiązanie ogólne równania (38.22) ma postać

$$\psi(x) = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx} + B\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx},\qquad(38.24)$$

w której A i B są dowolnymi stałymi. Podstawiając funkcję ψ i jej drugą pochodną do równania (38.22) i zauważając, że w wyniku dostajemy tożsamość, możemy pokazać, iż funkcja o podanej postaci rzeczywiście spełnia to równanie.

Równanie (38.24) jest niezależnym od czasu rozwiązaniem równania Schrödingera. Możemy przyjąć, że otrzymana postać jest częścią przestrzenną funkcji falowej w pewnej chwili początkowej t = 0. Mając dane wartości E i U, moglibyśmy wyznaczyć współczynniki A i B, aby zobaczyć, jak funkcja falowa wygląda dla czasu t = 0. Następnie, chcąc się dowiedzieć, jak nasza funkcja ewoluuje z czasem, podążymy za wskazówką w równaniu (38.18) i przemnożymy obustronnie równanie (38.24) przez człon $e^{-i\omega t}$, zawierający zależność od czasu:

¹Dla wygody w tym fragmencie książki będzie używany symbol U na oznaczenie energii potencjalnej.

$$\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-i\omega t} = (Ae^{ikx} + Be^{-ikx})e^{-i\omega t}$$
$$= Ae^{i(kx-\omega t)} + Be^{-i(kx+\omega t)}.$$
(38.25)

Jednak w niniejszym podrozdziale zatrzymamy się w tym miejscu.

Jak wyznaczyć gęstość prawdopodobieństwa $|\psi|^2$

W podrozdziale 16.1 zobaczyliśmy, że dowolna funkcja *F* o postaci $F(kx \pm \omega t)$ reprezentuje falę biegnącą. W rozdziale 16 rozpatrywaliśmy funkcje sinusoidalne (sinus i cosinus), a w naszym przypadku posługujemy się eksponensami. Jednak zawsze można przekształcić jedne na drugie, korzystając ze wzoru Eulera. Dla dowolnego argumentu θ ,

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$
 oraz $e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$. (38.26)

Tak więc pierwszy wyraz po prawej stronie równania (38.25) reprezentuje falę biegnącą w kierunku dodatnich wartości x, a drugi — przedstawia falę biegnącą w kierunku ujemnych wartości x. Obliczmy teraz gęstość prawdopodobieństwa $|\psi|^2$ dla cząstki opisanej falą poruszającą się jedynie w kierunku dodatnim. Kasujemy człon odpowiadający ruchowi w kierunku wartości ujemnych, wstawiając na *B* wartość zerową. Wówczas dla chwili t = 0 rozwiązanie przybiera postać

$$\psi(x) = A \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}.\tag{38.27}$$

Aby otrzymać gęstość prawdopodobieństwa, obliczamy kwadrat wartości bezwzględnej:

$$|\psi|^2 = |Ae^{ikx}|^2 = A^2 |e^{ikx}|^2$$

Ponieważ

$$|e^{ikx}|^2 = (e^{ikx})(e^{ikx})^* = e^{ikx}e^{-ikx} = e^{ikx-ikx} = e^0 = 1$$

otrzymujemy

$$|\psi|^2 = A^2(1)^2 = A^2$$
.

Dostaliśmy ważny wynik. Dla warunków, których zażądaliśmy (ustalona wartość energii potencjalnej U, w co wchodzi również przypadek *cząstki swobodnej*, dla której U = 0), gęstość prawdopodobieństwa jest stała (i równa A^2) dla każdego punktu na osi x. Jest to również pokazane na rysunku 38.13. Oznacza to również, że gdybyśmy wykonali pomiar położenia cząstki, moglibyśmy otrzymać dowolne położenie na osi x. Nie możemy więc stwierdzić, że cząstka przemieszcza się wzdłuż osi w klasycznym sensie, tak jak samochód porusza sie po ulicy. *Tak naprawdę, dopóki nie dojdzie do pomiaru położenia cząstki, nie ma ona określonego położenia.*

38.7. zasada nieoznaczoności heisenberga

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego rozdziału będziesz umiał...

38.31 stosować zasadę nieoznaczoności Heisenberga dla, na przykład, elektronu poruszającego się wzdłuż osi *x* i wyjaśnić, jakie z niej wynikają wnioski.





Podstawowe fakty

 Probabilistyczna natura fizyki kwantowej nakłada ważne 	składowych tych wielkości wyrażają się przez
ograniczenie na możliwości pomiaru położenia i pędu cząstki.	$\Delta x \cdot \Delta p_x \ge \hbar$.
Okazuje się, że nie jest możliwy jednoczesny pomiar położenia	$\Delta y \cdot \Delta p_{y} \ge \hbar,$
$ec{r}$ i pędu $ec{p}$ cząstki z nieskończoną dokładnością. Niepewności	$\Delta z \cdot \Delta p_z \geqslant \hbar.$

Zasada nieoznaczoności Heisenberga

Nasza niezdolność do przewidzenia położenia cząstki o stałej elektrycznej energii potencjalnej, jak to pokazano na rysunku 38.13, jest pierwszym przykładem ilustrującym **zasadę nieoznaczoności**, zaproponowaną w 1927 r. przez niemieckiego fizyka Wernera Heisenberga. Stwierdza ona, że położeniu \vec{r} i pędowi \vec{p} cząstki nie można równocześnie przypisać wartości pomiarowych z nieograniczoną dokładnością.

Zasada ta, wyrażona za pomocą $\hbar = h/2\pi$ (zwanego "*h*-kreślone"), ma postać:

$\Delta x \cdot \Delta p_x \ge \hbar$		
$\Delta y \cdot \Delta p_y \ge \hbar$	(zasada nieoznaczoności Heisenberga).	(38.28)
$\Delta z \cdot \Delta p_z \geqslant \hbar$		

 Δx i Δp_x w pierwszej z powyższych nierówności odpowiadają nieodłącznym niepewnościom pomiaru składowych położenia \vec{r} i pędu \vec{p} wzdłuż osi x. Identyczne znaczenie mają nierówności dla osi y i z. Nawet jeśli użylibyśmy najlepszych instrumentów pomiarowych, każdy iloczyn niepewności pomiarowej położenia i pędu w równaniu (38.28) będzie większy niż \hbar — i *nigdy* mniejszy.

Nie wyprowadzamy tu powyższych nierówności; będziemy je jedynie stosować. Są one związane z faktem, że elektrony i inne cząstki są falami materii i że z powtarzanymi pomiarami ich położeń i pędów związane jest jedynie prawdopodobieństwo, a nie pewność. W analizie statystycznej takich pomiarów możemy utożsamić na przykład Δx czy Δp z rozrzutem (a konkretnie — z odchyleniem standardowym) rozkładu mierzonych położeń (bądź pędów).

Możemy również uzasadnić te nierówności, korzystając z argumentu fizycznego (choć bardzo uproszczonego). We wcześniejszych rozdziałach braliśmy za pewnik naszą możliwość dokładnego pomiaru położenia i ruchu na przykład samochodu poruszającego się po ulicy czy toczącej się po stole kuli bilardowej. Mogliśmy zlokalizować nasz obiekt, obserwując go — czyli przechwytując rozproszone przez niego promienie światła. To rozpraszanie nie zmieniało ruchu naszego ciała. Jednak w fizyce kwantowej sam akt pomiaru ciała zmienia jego położenie i ruch. Im dokładniej chcemy wyznaczyć położenie na przykład elektronu poruszającego się wzdłuż osi x (wykorzystując światło bądź stosując inne metody), tym bardziej zmieniamy pęd tego elektronu i, konsekwentnie, jesteśmy mniej pewni wartości tego pędu. Oznacza to, że gdy zmniejszamy Δx , automatycznie zwiększa się Δp_x . I odwrotnie, kiedy chcemy bardzo dokładnie określić pęd (zmniejszamy Δp_x), nasza pewność określenia położenia elektronu słabnie (zwiększamy Δx). Z tym ostatnim przypadkiem zetknęliśmy się na rysunku 38.13. Rozpatrywaliśmy elektron z daną wartością k, która — zgodnie z zależnością de Broglie'a — oznacza ustaloną wartość pędu p_x . A więc $\Delta p_x = 0$. Zgodnie ze wzorem (38.28) otrzymujemy wówczas $\Delta x = \infty$. Gdybyśmy wykonali doświadczenie detekcji elektronu, mógłby on pojawić się gdziekolwiek pomiędzy $x = -\infty$ a $x = +\infty$.

Można próbować odbić ten argument, zadając pytanie: czy nie możemy najpierw zmierzyć bardzo dokładnie p_x , a następnie równie dokładnie zmierzyć x, gdziekolwiek by się elektron pojawił? Czy to by nie oznaczało, że zmierzyliśmy p_x i x jednocześnie i precyzyjnie? Niestety, nie. Błąd polega na tym, że choć pierwszy pomiar dałby nam bardzo dokładną wartość p_x , to drugi pomiar nieodwołalnie zmienia tę wartość. Istotnie, gdy w drugim pomiarze rzeczywiście otrzymujemy precyzyjną wartość x, nie mamy wówczas pojęcia, jaka jest wartość p_x .

Przykład 38.05. Zasada nieoznaczoności: położenie i pęd

Przypuśćmy, że prędkość elektronu poruszającego się wzdłuż osi *x* została zmierzona z dokładnością 0,50% jako 2,05 \cdot 10⁶ m/s. Jaka jest minimalna niepewność (wyznaczona przez zasadę nieoznaczoności teorii kwantowej), z jaką można jednocześnie zmierzyć położenie elektronu wzdłuż osi *x*?

PODSTAWOWE FAKTY

Minimalna niepewność dozwolona przez teorię kwantową dana jest przez zasadę nieoznaczoności Heisenberga z równania (38.28). Wystarczy rozważać jedynie składowe wzdłuż osi x, gdyż mamy do czynienia z ruchem tylko wzdłuż osi x i poszukujemy niepewności Δx położenia wzdłuż tej osi. Ponieważ poszukujemy minimalnej dozwolonej niepewności, w części równania (38.28) dotyczącej osi x skorzystamy z równości zamiast z nierówności i piszemy $\Delta x \cdot \Delta p_x = \hbar$.

Obliczenia: Aby obliczyć niepewność pędu Δp_x , musimy najpierw obliczyć składową pędu p_x . Ponieważ prędkość elektronu v_x jest dużo mniejsza niż prędkość światła *c*, więc pęd p_x możemy wyznaczyć, korzystając z wyrażenia klasycznego (a nie relatywistycznego). Znajdujemy

$$p_x = mv_x$$

= (9,11 \cdot 10^{-31} kg)(2,05 \cdot 10^6 m/s)
= 1,87 \cdot 10^{-24} kg \cdot m/s.

Niepewność prędkości wynosi 0,50% zmierzonej wartości. Ponieważ pęd p_x jest wprost proporcjonalny do prędkości, więc niepewność pędu Δp_x musi też być równa 0,50% wartości pędu:

$$\Delta p_x = (0,005) p_x$$

= (0,005)(1,87 \cdot 10^{-24} kg \cdot m/s)
= 9,35 \cdot 10^{-27} kg \cdot m/s.

Tak więc z zasady nieoznaczoności wynika

$$\Delta x = \frac{\hbar}{\Delta p_x}$$

= $\frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})/2\pi}{9,35 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}$
= $1,13 \cdot 10^{-8} \text{ m}$
 $\approx 11 \text{ nm}$ (odpowiedź),

co stanowi około 100 średnic atomu.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

38.8. ODBICIE OD PROGU POTENCJAŁU

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 38.32 zapisać ogólną postać funkcji falowej elektronu w ramach równania Schrödingera w obszarze stałej (również zerowej) wartości energii potencjalnej;
- 38.33 wskazać na wykresie próg potencjału dla poruszającego się elektronu, zaznaczając wysokość bariery U_b;
- 38.34 dla funkcji falowych opisujących elektron w dwóch sąsiadujących ze sobą obszarach wyznaczyć odpowiednie współczynniki (amplitudy prawdopodobieństwa) poprzez przyrównanie do siebie wartości i nachyleń funkcji w punkcie styku tych obszarów;
- 38.35 wyznaczyć współczynniki odbicia i transmisji dla elektronów padających na próg potencjału (lub energii potencjalnej),

Podstawowe fakty _

 Cząstka może ulec odbiciu od progu, na którym zmienia się wartość potencjału, nawet jeżeli z klasycznego punktu widzenia nie powinna się odbić.

• Współczynnik odbicia *R* opisuje prawdopodobieństwo odbicia się pojedynczej cząstki od progu potencjału. dla których przed barierą energia potencjalna U = 0, a energia mechaniczna E jest większa od wartości progu $U_{\rm b}$;

- 38.36 zrozumieć, dlaczego z faktu, że elektrony są falami materii, wynika, że mogą się one odbijać od progu potencjału nawet wtedy, gdy mają wystarczającą ilość energii, by przejść przez próg;
- 38.37 zinterpretować współczynniki odbicia i transmisji jako prawdopodobieństwo odbicia lub przejścia elektronu przez granicę potencjałów oraz jako średnią liczbę elektronów przechodzących lub odbitych w porównaniu do liczby elektronów padających.
- Dla wiązki złożonej z wielu elektronów wartość R oznacza, jaka część cząstek ulegnie odbiciu.
- Współczynnik transmisji T, który opisuje prawdopodobieństwo transmisji przez próg potencjału, wynosi

T=1-R.

Odbicie od progu potencjału

W tym podrozdziale poznasz przedsmak tego, co oferuje bardziej zaawansowana fizyka kwantowa. Wyślijmy przez środek cienkiej rurki, ustawionej wzdłuż osi x, wiązkę bardzo wielu nierelatywistycznych elektronów, z których każdy ma energię E (patrz rys. 38.14). Z początku poruszają się one w obszarze po lewej stronie rysunku, w którym energia potencjalna U = 0. Jednak po przejściu przez punkt x = 0, wpadają w obszar z ujemnym potencjałem elektrycznym V_b . Miejsce, w którym następuje ta zmiana, nazywamy progiem potencjału lub progiem energii potencjalnej. Wartość energii potencjalnej, jaką uzyska elektron po przejściu progu przy x = 0, nazywamy wysokością progu U_b . Ilustruje to na rysunku 38.15 wykres energii potencjalnej jako funkcji położenia x. (Przypomnijmy, że U = qV. W naszym przypadku zarówno potencjał V_b , jak i ładunek elektronu q są ujemne, więc energia potencjalna U_b jest dodatnia).

Załóżmy scenariusz, w którym $E > U_b$. Z punktu widzenia fizyki klasycznej wszystkie elektrony powinny przejść przez próg, ponieważ ich energia przewyższa wysokość bariery. Istotnie, w rozdziałach 22–24 rozważaliśmy szczegółowo zachowanie się elektronów, które wpadły do obszaru z potencjałem elektrycznym, przez co wartość ich energii potencjalnej i kinetycznej uległa zmianie. Zastosowaliśmy wtedy po prostu zasadę zachowania energii mechanicznej, zauważając, że jeśli energia potencjalna



Rys. 38.14. Poszczególne fragmenty rurki, w której elektron (zaznaczony kropką) zbliża się do obszaru o ujemnym potencjale elektrycznym V_b. w ujęciu klasycznym elektron ma zbyt dużą energię, by mógł się odbić od progu potencjału



Rys. 38.15. Wykres będący nałożeniem dwóch przebiegów energetycznych dotyczących sytuacji na rysunku 38.14, jako funkcja położenia x elektronu: (1) wykres energii mechanicznej E elektronu, (2) przebieg elektrycznej energii potencjalnej U. Niezerowa część tego przebiegu (próg potencjału) ma wysokość $U_{\rm h}$

wzrasta, to energia kinetyczna musi o tyle samo zmaleć, co oznacza jednocześnie spadek prędkości elektronu. Założyliśmy wówczas automatycznie, że ponieważ całkowita energia elektronu E jest większa od jego energii potencjalnej $U_{\rm b}$, to wszystkie elektrony zdołają wniknąć do obszaru z potencjałem. Jednakże, gdy zastosujemy równanie Schrödingera, spotka nas wielka niespodzianka: dla mechaniki kwantowej elektrony nie są miniaturowymi i twardymi (klasycznymi) kulkami, a falami materii, z których część wręcz *odbija się od progu*. Zbadajmy, jaka część R spośród elektronów padających zostanie odbita.

W pierwszym obszarze, gdzie U wynosi zero, stosujemy równanie (38.23). Otrzymujemy, że liczba falowa wynosi

$$k = \frac{2\pi\sqrt{2mE}}{h}.$$
(38.29)

Z kolei, zgodnie z równaniem (38.24), ogólne rozwiązanie przestrzenne równania Schrödingera ma postać

$$\psi_1(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$
 (obszar 1). (38.30)

W drugim obszarze, gdzie energia potencjalna wynosi $U_{\rm b}$, liczba falowa wyraża się wzorem

$$k_{\rm b} = \frac{2\pi\sqrt{2m(E-U_{\rm b})}}{h},\tag{38.31}$$

a rozwiązanie ogólne dla tej liczby falowej ma postać

$$\psi_2(x) = C e^{ik_b x} + D e^{-ik_b x}$$
 (obszar 2). (38.32)

Oznaczyliśmy tu współczynniki przy eksponensach literami C i D, gdyż nie są one takie same, jak współczynniki w obszarze pierwszym.

Człony zawierające dodatnie argumenty funkcji eksponencjalnych odpowiadają cząstkom poruszającym się w kierunku +x, natomiast te, w których argumenty występują z minusem, odpowiadają ruchowi w kierunku -x. Jednakże w naszych rozważaniach z prawej strony na rysunkach 38.14 i 38.15 nie ma źródła elektronów. Oznacza to, że w obszarze drugim nie ma elektronów poruszających się w kierunku -x. Zatem podstawiamy D = 0i rozwiązanie w drugim obszarze upraszcza się do

$$\psi_2(x) = C e^{ik_b x}$$
 (obszar 2). (38.33)

W następnym kroku musimy się upewnić, że nasze rozwiązania zachowują się "sensownie" na progu potencjału. Oznacza to, że muszą one być ze sobą zgodne dla x = 0, zarówno co do wartości, jak i kształtu funkcji. Takie żądania nazywamy **warunkami brzegowymi**. Podstawiamy najpierw x = 0 do równań (38.30) i (38.33) opisujących funkcje falowe, a następnie przyrównujemy oba wzory do siebie. Dzięki temu otrzymujemy pierwszy warunek brzegowy:

$$A + B = C$$
 (przyrównanie wartości funkcji) (38.34)

O ile tylko między współczynnikami zachodzi powyższa zależność, funkcje falowe będą miały w punkcie x = 0 tę samą wartość.

Następnie obliczmy pochodną po *x* ze wzoru (38.30) i podstawmy do otrzymanego wzoru x = 0. Zróżniczkujmy też wzór (38.33) i również tam

podstawmy x = 0. Tak otrzymane wzory przyrównajmy do siebie (czyli przyrównujemy nachylenia obu funkcji falowych w punkcie x = 0). Mamy wówczas

$$Ak - Bk = Ck_b$$
 (przyrównanie nachyleń funkcji). (38.35)

Jeżeli ten związek między współczynnikami i liczbami falowymi jest spełniony, to nachylenia funkcji falowych w punkcie x = 0 są sobie równe.

Wyznaczmy teraz prawdopodobieństwo odbicia się elektronów od bariery. Przypomnijmy sobie, że gęstość prawdopodobieństwa jest proporcjonalna do $|\psi|^2$. Podzielmy więc gęstość prawdopodobieństwa związaną z falą odbitą (która jest proporcjonalna do $|B|^2$) przez gęstość prawdopodobieństwa wiązki padającej (proporcjonalną do $|A|^2$) i zdefiniujmy to wyrażenie jako **współczynnik odbicia** *R*:

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2}.$$
 (38.36)

Wartość *R* określa prawdopodobieństwo odbicia się pojedynczego elektronu i jednocześnie opisuje, jaka część wszystkich elektronów padających zostanie odbita. Natomiast **współczynnik transmisji** (czyli prawdopodobieństwo przejścia) wyraża się wzorem

$$T = 1 - R. (38.37)$$

Dla przykładu załóżmy, że R = 0,010. Ta wartość oznacza, że jeśli wyślemy w kierunku progu potencjału 10 000 elektronów, około 100 z nich się odbije. Jednakże nigdy nie będziemy w stanie wskazać, które z nich będą należeć do odbitej setki elektronów, ponieważ wartość R podaje nam wyłącznie prawdopodobieństwo odbicia. Jeśli chodzi o pojedynczy elektron, to jedyne co możemy stwierdzić, to to, że ma 1,0% prawdopodobieństwa odbicia się od progu potencjału i 99% szansy na przejście dalej. Falowa natura elektronu nie pozwala nam na ustalenie niczego więcej.

Aby wyznaczyć *R* dla dowolnej ustalonej wartości *E* i U_b , trzeba najpierw rozwiązać układ równań (38.34) i (38.35), eliminując z nich współczynnik *C* i przekształcając do postaci zależności *B* od *A*, a następnie podstawić tę zależność do wzoru (38.36). Na koniec, do liczb falowych *k* i k_b podstawiamy opisujące je wzory (38.29) i (38.31), obliczając odpowiednie wartości. Niespodzianką okazuje się tutaj, że *R* nie jest równe zeru (a *T* nie wynosi 1), co jest wnioskiem zasadniczo odmiennym, niż przyjmowane przez nas wcześniej założenie klasyczne.

38.9. TUNELOWANIE PRZEZ BARIERĘ POTENCJAŁU

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 38.38 zidentyfikować na wykresie barierę potencjału dla elektronu, wskazując wysokość bariery U_b oraz jej szerokość L;
- 38.39 podać argument energetyczny w zagadnieniu, jaką energię (z klasycznego punktu widzenia) powinna mieć cząstka, aby mogła przejść przez barierę potencjału;
- 38.40 zdefiniować współczynnik transmisji dla efektu tunelowego;
- 38.41 dla efektu tunelowego obliczyć współczynnik transmisji *T* jako funkcję energii cząstki *E*, jej masy *m*, wysokości bariery U_b oraz jej grubości *L*;

32 ROZDZIAŁ 38. FOTONY I FALE MATERII

38.42 zinterpretować współczynnik transmisji jako prawdopodobieństwo przetunelowania przez barierę, jak również, w przypadku wielu cząstek padających, jako średnią liczbę tych, które zdołały przetunelować w porównaniu do wszystkich cząstek padających;

Podstawowe fakty.

• Bariera energii potencjalnej to obszar, w którym poruszająca się cząstka będzie miała zwiększoną wartość energii potencjalnej $U_{\rm b}$.

- Jeżeli energia cząstki E będzie większa od wartości U_b, cząstka może przejść przez barierę.
- Z klasycznego punktu widzenia, jeżeli $E < U_{\rm b}$, cząstka nie może przejść przez barierę. Jednak w ramach mechaniki kwantowej takie przejście jest możliwe i nazywamy je tunelowaniem.

czy elektron może przedostać się przez obszar o ujemnym potencjale?



Rys. 38.16. Poszczególne fragmenty rurki, w której elektron (zaznaczony kropką) zbliża się do obszaru o ujemnym potencjale elektrycznym V_b . Obszar rozciąga się od x = 0 do x = L



Rys. 38.17. Wykres będący nałożeniem dwóch przebiegów energetycznych dotyczących sytuacji na rysunku 38.16: (1) Wykres energii mechanicznej *E*, jaką ma elektron w każdym punkcie obszaru x < 0. (2) Przebieg elektrycznej energii potencjalnej *U* jako funkcji położenia elektron w *x*, *przy założeniu*, że elektron może znaleźć się w dowolnym miejscu na osi. Niezerowa część tego przebiegu (bariera potencjału) ma wysokość $U_{\rm b}$ i szerokość *L*

- 38.43 w układzie tunelowym wyznaczyć gęstość prawdopodobieństwa przed barierą, w jej środku i za nią;
- 38.44 opisać działanie skaningowego mikroskopu tunelowego;
- Dla cząstki o masie *m* i bariery o grubości *L* współczynnik transmisji ma postać

$$T \approx \mathrm{e}^{-2bL},$$

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m (U_{\rm b} - E)}{h^2}}.$$

Tunelowanie przez barierę potencjału

adzie

Zastąpmy próg potencjału z rysunku 38.14 **barierą potencjału** (lub **barierą energii potencjalnej**), czyli obszarem o szerokości *L* (zwanej *szerokością* lub *grubością* bariery), w którym potencjał elektryczny ma ujemną wartość wynoszącą V_b , a wysokość bariery wynosi U_b (= qV), co jest przedstawione na rysunku 38.16. Pociąga to za sobą powstanie na prawo od bariery trzeciego obszaru, w którym V = 0. Tak jak poprzednio, wysyłamy w kierunku bariery wiązkę nierelatywistycznych elektronów, każdy o energii *E*. Jeżeli ponownie rozpatrzymy warunek $E > U_b$, to sytuacja będzie bardziej skomplikowana niż w poprzednim przypadku, ponieważ tym razem elektrony zasadniczo mogą odbijać się od dwóch progów: zarówno przy x = 0, jak i x = L.

Rozważmy jednak przypadek, w którym $E < U_b$ — czyli gdy energia mechaniczna ma wartość mniejszą od energii potencjalnej w środkowym obszarze, która z klasycznego punktu widzenia jest minimalną energią, jaką powinien mieć elektron. Taki wymóg oznaczałby, że energia kinetyczna elektronu (= $E - U_b$) w obszarze środkowym musiałaby być ujemna, co jest z definicji niemożliwe, ponieważ nic w definiującym ją wzorze $\frac{1}{2}mv^2$ nie może mieć ujemnej wartości. A zatem, z *klasycznego* punktu widzenia przebywanie cząstki w obszarze, w którym $E < U_b$ jest wzbronione.

Tunelowanie. Jednak w ramach mechaniki kwantowej elektron jest falą materii i istnieje niezerowe prawdopodobieństwo przeniknięcia (lub inaczej, *przetunelowania*) przez barierę i pojawienia się po jej drugiej stronie. Po drugiej stronie bariery elektron uzyska z powrotem całkowitą energię mechaniczną *E*, jak gdyby (o dziwo) nic się w obszarze $0 \le x \le L$ nie działo. Rysunek 38.17 przedstawia barierę potencjału i elektron zbliżający się do niej z energią mniejszą od wysokości bariery. Chcemy wyznaczyć prawdopodobieństwo przejścia elektronu przez barierę, co oznacza, że interesuje nas współczynnik *T*.

Aby znaleźć wyrażenie opisujące T, w zasadzie powtórzymy rozumowanie wiodące do znalezienia współczynnika R dla progu potencjału. Rozwiążemy równanie Schrödingera w trzech obszarach zaznaczonych na rysunku 38.16, podając najpierw rozwiązania ogólne dla funkcji falowych. Następnie, pominiemy część rozwiązania dla obszaru na prawo od bariery, opisującą falę biegnącą w kierunku -x (gdyż w naszym przykładzie nie ma po tej stronie źródła elektronów). W dalszym kroku wyznaczymy współczynniki przy członach jako funkcje współczynnika *A* przy fali padającej, stosując warunki brzegowe, czyli przyrównując wartości i nachylenia funkcji falowych na dwóch brzegach bariery. Na koniec podamy względną gęstość prawdopodobieństwa w obszarze na prawo od bariery jako funkcję gęstości prawdopodobieństwa dla elektronów padających. Ponieważ jednak cała ta operacja wymaga znacznej liczby przekształceń matematycznych, omówimy tu jedynie wyniki ogólne.

Rysunek 38.18 przedstawia wykres gęstości prawdopodobieństwa w trzech obszarach. Oscylująca krzywa po lewej stronie bariery (dla x < 0) jest kombinacją liniową fal materii: padającej i odbitej (ta druga ma mniejszą amplitudę niż ta pierwsza). Oscylacje występują, ponieważ te dwie fale, rozchodzące się w przeciwnych kierunkach interferują ze sobą, wytwarzając falę stojącą.

Wewnątrz bariery (dla 0 < x < L) gęstość prawdopodobieństwa zmniejsza się wykładniczo ze zmianą x. Jednak jeśli szerokość bariery L jest mała, gęstość ta nie znika całkowicie w punkcie x = L.

Po prawej stronie bariery z rysunku 38.17 (dla x > L) wykres gęstości prawdopodobieństwa opisuje falę o małej, ale stałej amplitudzie, która przeszła przez barierę. Zatem elektron może być w tym obszarze wykryty, ale ze stosunkowo małym prawdopodobieństwem. (Porównaj tę część wykresu z przebiegiem na rysunku 38.13).

Można przypisać padającej fali materii i barierze *współczynnik przejścia T*, tak jak to uczyniśmy w przypadku progu potencjału. Współczynnik ten mówi o prawdopodobieństwie, z jakim zbliżający się elektron przejdzie przez barierę, a więc o prawdopodobieństwie zajścia tunelowania. Na przykład, jeśli T = 0,020, to z każdego 1000 elektronów padających na barierę (średnio) 20 przejdzie przez nią, a 980 się od niej odbije. **Współczynnik przejścia (transmisji)** T jest równy w przybliżeniu

$$T \approx \mathrm{e}^{-2kL},\tag{38.38}$$

gdzie

$$k = \sqrt{\frac{8\pi^2 m (U_{\rm b} - E)}{h^2}}.$$
(38.39)

a e jest funkcją wykładniczą. Ze względu na wykładniczą postać równania (38.38) wartość współczynnika przejścia T jest bardzo czuła na trzy zmienne, od których zależy: masę cząstki m, szerokość bariery L i różnicę energii $U_{\rm b} - E$. Ponieważ w naszych rozważaniach nie uwzględnialiśmy efektów relatywistycznych, wartość E nie jest czuła na masę (energię spoczynkową) cząstki.

Tunelowanie znalazło wiele zastosowań w technice. Jednym z nich jest dioda tunelowa, w której przepływ elektronów, będący wynikiem tunelowania, może być gwałtownie włączany lub wyłączany dzięki elektronicznie sterowanym zmianom wysokości bariery potencjału. W 1973 r. trzem badaczom zjawiska tunelowego została przyznana Nagroda Nobla. Dostali ją wówczas: Leo Esaki (tunelowanie w półprzewodnikach), Ivar Giaever



Rys. 38.18. Wykres gęstości prawdopodobieństwa $|\psi|^2$ fali materii reprezentującej elektron w układzie na rysunku 38.17. W obszarze na prawo od bariery potencjału funkcja $|\psi|^2$ ma wartości większe od zera

(tunelowanie w nadprzewodnikach) oraz Brian Josephson (złącze Josephsona, szybki przełącznik kwantowy, którego działanie oparte jest na tunelowaniu). W 1986 r. Nagrodą Nobla uhonorowani zostali Gerd Binnig i Heinrich Rohrer. Otrzymali ją za opracowanie skaningowego mikroskopu tunelowego.

Sprawdzian 5

Czy długość fali, która przeszła przez barierę potencjału w układzie z rysunku 38.18, będzie większa, mniejsza, czy taka sama jak długość fali padającej na nią?

Skaningowy mikroskop tunelowy (STM)

Rozmiar szczegółów, które można dostrzec przez mikroskop optyczny, jest ograniczony długością fali światła, które ten przyrząd wykorzystuje (dla światła w paśmie nadfioletu jest to około 300 nm). Tymczasem rozmiar widocznych detali, który jest potrzebny do obrazowania obiektów porównywalnych z atomami, jest o wiele mniejszy, a zatem i długości fal muszą być mniejsze. Falami, które się w tym celu wykorzystuje, są elektronowe fale materii. Nie rozpraszają się one jednak od badanej powierzchni w taki sposób jak fale światła w mikroskopie optycznym. Obrazy stworzone w *skaningowym mikroskopie tunelowym* (STM) tworzone są w wyniku tunelowania przez barierę potencjału na czubku ostrza tego mikroskopu.

Na rysunku 38.19 pokazano zasadę działania skaningowego mikroskopu tunelowego. W pobliżu badanej powierzchni umieszcza się cienkie metaliczne ostrze, zamontowane na trzech wzajemnie prostopadłych kwarcowych prętach. Pomiędzy ostrzem a powierzchnią zostaje przyłożona mała różnica potencjałów, wynosząca około 10 mV.

Krystaliczny kwarc ma interesującą właściwość nazywaną *piezoelek-trycznością*. Kiedy do próbki z krystalicznego kwarcu przykłada się napięcie, wymiary tej próbki nieco się zmieniają. Właściwość ta wykorzystywana jest do zmiany długości każdego z trzech prętów z rysunku 38.19 w sposób ciągły i o niewielkie wartości. W efekcie ostrze może poruszać się tam i z powrotem nad powierzchnią (w kierunkach x i y), a także może być obniżane i podnoszone w stosunku do powierzchni (w kierunku z).

Przestrzeń pomiędzy powierzchnią i ostrzem stanowi barierę energii potencjalnej, tak jak ta na rysunku 38.17. Jeśli ostrze jest wystarczająco blisko powierzchni, to elektrony z próbki mogą tunelować przez tę barierę, przepływając z powierzchni do ostrza i dając wkład do prądu tunelowego.

W czasie pracy mikroskopu elektroniczny układ sprzężenia zwrotnego dopasowuje pionowe położenie ostrza tak, aby prąd tunelowy pozostawał stały podczas przesuwania się ostrza po powierzchni. Oznacza to, że odległość między ostrzem a powierzchnią także pozostaje stała. Na wyjściu z urządzenia pojawia się obraz wideo odwzorowujący położenie ostrza, a tym samym pokazujący kontur powierzchni w zależności od położenia ostrza w płaszczyźnie *xy*.

Możliwości techniki STM nie ograniczają się tylko do uzyskiwania obrazów statycznej powierzchni. Dzięki niej można również manipulo-



Rys. 38.19. Zasada działania skaningowego mikroskopu tunelowego (STM). Trzy kwarcowe pręty służą do przesuwania przewodzącego ostrza nad badaną powierzchnią i do utrzymywania stałej odległości pomiędzy tym ostrzem a powierzchnią. Ostrze porusza się w górę i w dół zgodnie z konturem powierzchni, a zapis jego ruchów jest przekazywany do komputera, który tworzy mapę powierzchni wać atomami i cząsteczkami na płaszczyźnie, tak jak tego dokonano, tworząc *zagrodę kwantową*, pokazaną na ilustracji 39.12 w następnym rozdziale. W technice zwanej manipulacją poprzeczną, sonda STM przysuwa się wpierw do cząsteczki na tak bliską odległość, by cząsteczka uległa przyciągnięciu do sondy, jednocześnie nie dotykając jej. Następnie sonda, razem z cząsteczką, zostaje przemieszczona wzdłuż powierzchni podstawy (wykonanej np. z miedzi) aż do osiągnięcia wybranej pozycji. Wówczas sonda zostaje odsunięta od cząsteczki, stopniowo osłabiając i ostatecznie eliminując siłę przyciągającą cząstkę. Mimo że cały proces wymaga niezmiernie precyzyjnej kontroli, ostatecznie wzór udaje się wykonać. Ilustracja 39.12 przedstawia wynik przemieszczenia za pomocą techniki STM 48 atomów żelaza po powierzchni wykonanej z miedzi. Utworzona w ten sposób została "zagroda" o średnicy 14 nm, która może stanowić pułapkę dla elektronów.

Przykład 38.06. Tunelowanie fali materii przez barierę

Przypuśćmy, że elektron z rysunku 38.17a o energii całkowitej E = 5,1 eV zbliża się do bariery o wysokości $U_{\rm b} = 6,8$ eV i szerokości L = 750 pm.

a) Jakie jest przybliżone prawdopodobieństwo, że elektron pokona barierę i pojawi się (będzie wykrywalny) po jej drugiej stronie?

PODSTAWOWE FAKTY

Prawdopodobieństwo, którego szukamy, jest współczynnikiem przejścia *T*, danym równaniem (38.38) $(T \approx e^{-2bL})$, gdzie

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m (U_{\rm b} - E)}{h^2}}$$

Obliczenia: Licznik ułamka pod pierwiastkiem jest równy

$$8\pi^{2}(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(6,8 \text{ eV} - 5,1 \text{ eV})$$
$$\cdot (1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}) = 1,956 \cdot 10^{-47} \text{ J} \cdot \text{kg}.$$

Zatem

$$b = \sqrt{\frac{1,956 \cdot 10^{-47} \text{ J} \cdot \text{kg}}{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}} = 6,67 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}.$$

Bezwymiarowa wielkość 2bL równa jest zatem

$$2bL = (2)(6,67 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1})(750 \cdot 10^{-12} \text{ m}) = 10,0$$

i z równania (38.38) otrzymujemy wartość współczynnika przejścia

$$T \approx e^{-2bL} = e^{-10,0} = 45 \cdot 10^{-6}$$
 (odpowiedź).

Tak więc z każdego miliona elektronów padających na barierę przedostanie się przez nią około 45, przy czym każdy z nich po przejściu przez barierę będzie miał pierwotną energię 5,1 eV. (Transmisja przez barierę nie zmienia energii elektronu ani żadnej innej jego własności).

b) Jakie jest przybliżone prawdopodobieństwo, że proton o takiej samej energii całkowitej równej 5,1 eV przejdzie przez barierę i pojawi się (będzie wykrywalny) po jej drugiej stronie?

Rozumowanie: Współczynnik (a więc prawdopodobieństwo) przejścia *T* zależy od masy cząstki. W istocie, ponieważ masa *m* we wzorze definiującym *T* występuje w wykładniku, więc prawdopodobieństwo przejścia jest bardzo czułe na masę cząstki. Tym razem jej masą jest masa protonu $(1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg})$, która jest dużo większa niż masa elektronu rozważana w punkcie (a). Zamieniając w dokonanych poprzednio obliczeniach masę elektronu na masę protonu, a następnie kontynuując rozwiązywanie problemu, stwierdzimy, że $T \approx 10^{-186}$. Tak więc, choć prawdopodobieństwo przejścia protonu nie jest dokładnie równe zeru, to niewiele się od zera różni. Dla jeszcze cięższych cząstek o takiej samej energii całkowitej równej 5,1 eV prawdopodobieństwo przejścia wykładniczo maleje.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Podsumowanie

Kwanty światła — fotony Fala elektromagnetyczna (światło) jest skwantowana, a jej kwanty nazywamy *fotonami*. Energia *E* i pęd *p* fotonów światła o częstotliwości v i długości fali λ wynoszą odpowiednio

$$E = h\nu$$
 (energia fotonu) (38.2)

oraz

$$p = \frac{hv}{c} = \frac{h}{\lambda}$$
 (ped fotonu). (38.7)

Zjawisko fotoelektryczne Gdy światło o wystarczająco dużej częstotliwości pada na czystą powierzchnię metalu, z jego powierzchni uwalniane są elektrony. Jest to wynik oddziaływania fotonów z elektronami we wnętrzu metalu. Zachodzi związek

$$h\nu = E_{\rm k\,max} + \Phi,\tag{38.5}$$

gdzie hv jest energią fotonu, $E_{k \max}$ — energią kinetyczną najszybszych elektronów opuszczających powierzchnię tarczy, a Φ — **pracą wyjścia** dla materiału, z którego jest ona wykonana, co odpowiada minimalnej energii, jaką musi mieć elektron, aby opuścić powierzchnię tarczy. Jeśli energia fotonu hv jest mniejsza niż praca wyjścia Φ , elektrony nie są emitowane.

Przesunięcie comptonowskie Kiedy promieniowanie rentgenowskie ulega rozproszeniu na słabo związanych elektronach tarczy, część promieniowania rozproszonego ma większą długość fali niż promieniowanie padające. **Przesunięcie comptonowskie** (zmianę długości fali) można wyrazić jako

$$\Delta \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi) \tag{38.11}$$

gdzie ϕ jest kątem, pod jakim rozprasza się promieniowanie rentgenowskie.

Fale światła a fotony Gdy światło oddziałuje z materią, energia i pęd przekazywane są za pomocą fotonów. Jednak podczas biegu światła falę świetlną interpretujemy jako **falę prawdopodobieństwa**. Przypadające na jednostkę czasu prawdopodobieństwo wykrycia fotonu jest proporcjonalne do E_m^2 , przy czym E_m jest amplitudą drgań pola elektrycznego fali świetlnej w punkcie, w którym umieszczamy detektor.

Promieniowanie ciała doskonale czarnego Jako miarę emisji promieniowania termicznego przez idealny, doskonale czarny promiennik definiujemy radiancję spektralną $S(\lambda)$ jako natężenie promieniowania na jednostkę długości fali, przy ustalonej wartości λ . Prawo promieniowania Plancka, opisujące promieniowanie termiczne wytwarzane przez oscylatory atomowe, ma postać

$$S(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1},$$
 (38.14)

gdzie *h* jest stałą Plancka, *k* — stałą Boltzmanna, *T* — temperaturą powierzchni emitującej promieniowanie. Prawo Wiena podaje związek między temperaturą *T* promieniującego ciała doskonale czarnego a długością fali λ_{max} , przy której radiancja spektralna osiąga maksimum:

$$\lambda_{\max}T = 2898 \ \mu \mathbf{m} \cdot \mathbf{K}. \tag{38.15}$$

Fale materii Poruszającą się cząstkę, taką jak elektron czy proton, można opisać jako **falę materii**. Długość tej fali (zwana **długością fali de Broglie'a**) wynosi $\lambda = h/p$, gdzie *p* jest długością wektora pędu cząstki.

Funkcja falowa Fala materii opisywana jest przez **funkcję falową** $\Psi(x, y, z, t)$, którą można podzielić na część przestrzenną $\psi(x, y, z)$ i czynnik zależny od czasu $e^{-i\omega t}$. W przypadku cząstki o masie *m* poruszającej się w kierunku *x* ze stałą energią całkowitą *E* w obszarze, gdzie jej energia potencjalna jest równa U(x), odpowiednią funkcję falową $\psi(x, y, z)$ można znaleźć, rozwiązując równanie Schrödingera bez czasu

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - U(x)]\psi = 0.$$
(38.19)

Fala materii, tak jak fala światła, jest falą prawdopodobieństwa w takim sensie, że jeśli wstawimy w nią detektor cząstek, to prawdopodobieństwo, że w ciągu określonego przedziału czasu detektor zarejestruje cząstkę, jest proporcjonalne do $|\psi|^2$ — wielkości nazywanej **gęstością prawdopodobień**stwa.

W przypadku cząstki swobodnej, a więc cząstki, dla której U(x) = 0, poruszającej się wzdłuż osi *x*, gęstość prawdopodobieństwa ma stałą wartość wzdłuż całej osi *x*.

Zasada nieoznaczoności Heisenberga Probabilistyczna natura fizyki kwantowej nakłada na określanie położenia i pędu cząstki ważne ograniczenie. Nie jest mianowicie możliwe jednoczesne zmierzenie położenia \vec{r} i pędu \vec{p} cząstki z nieograniczoną dokładnością. Nieoznaczoności składowych tych wielkości dane są nierównościami:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \ge \hbar,$$

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \ge \hbar,$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \ge \hbar.$$

(38.28)

Próg potencjału To pojęcie określa obszar, w ktorym energia potencjalna cząstki jest zwiększona, kosztem jej energii kinetycznej. W ujęciu fizyki klasycznej, gdy początkowa energia kinetyczna cząstki przewyższa wartość energii potencjalnej progu, cząstka nigdy nie powinna się odbić od progu. Jednak w fizyce kwantowej istnieje niezerowe prawdopodobieństwo odbicia, którego miarą jest współczynnik odbicia *R*. Prawdopodobieństwo przejścia (transmisji) wynosi T = 1 - R. **Tunelowanie przez barierę** Zgodnie z prawami fizyki klasycznej cząstka padająca na barierę potencjału odbije się od niej, jeśli wysokość tej bariery jest większa niż energia kinetyczna tej cząstki. Jednak według fizyki kwantowej istnieje skończone prawdopodobieństwo, że cząstka ta przejdzie przez taką barierę, pojawiając się za nią bez zmiany swoich własności fizycznych. Prawdopodobieństwo, że cząstka o ma-

Pytania

1 Foton *A* ma dwa razy większą energię niż foton *B*. a) Czy pęd fotonu *A* jest mniejszy, równy, czy większy niż pęd fotonu *B*? b) Czy długość fali związanej z fotonem *A* jest większa, taka sama, czy mniejsza niż długość fali związanej z fotonem *B*?

2 W jaki sposób w zjawisku fotoelektrycznym (dla danej tarczy i danej częstotliwości padającego światła) zależą od natężenia wiązki padającego światła następujące wielkości: a) maksymalna energia kinetyczna elektronów, b) maksymalne natężenie prądu fotoelektrycznego, c) potencjał hamujący, d) częstotliwość progowa?

3 Korzystając z rysunku do sprawdzianu 2, określ, czy dla danej częstotliwości padającego światła maksymalna energia kinetyczna uwolnionych elektronów jest większa w przypadku tarczy wykonanej z sodu, czy z potasu?

4 Zjawisko fotoelektryczne. Wykres 38.20 przedstawia zależność potencjału hamującego V od długości fali światła λ dla trzech różnych materiałów. Uszereguj te materiały zgodnie z ich pracą wyjścia, zaczynając od wartości największej.



5 Metalowa płytka oświetlona jest światłem o pewnej częstotliwości. Który z wymienionych czynników wpływa na to, czy elektrony są z niej uwalniane, czy też nie: a) natężenie światła, b) czas, przez jaki płytka była naświetlona, c) przewodność cieplna płytki, d) pole powierzchni płytki, e) materiał, z jakiego wykonana jest płytka?

6 Niech E_k będzie energią kinetyczną, którą uzyskał swobodny elektron stacjonarny po rozproszeniu się na nim fotonu. Zależność E_k od kąta rozproszenia fotonu ϕ przedstawia krzywa 1 na rysunku 38.21. Gdyby jednak cząstką, na której zachodzi rozproszenie, był swobodny



Rys. 38.21. Pytanie 6

sie *m* i energii *E* przejdzie przez barierę o wysokości U_b i szerokości *L*, równe jest współczynnikowi przejścia *T*:

$$T \approx \mathrm{e}^{-2bL},\tag{38.38}$$

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m (U_{\rm b} - E)}{h^2}}.$$
 (38.39)

stacjonarny proton, to czy punkt końcowy krzywej znalazłby się (a) powyżej, tak jak sugeruje to krzywa 2, (b) poniżej, jak wskazuje krzywa 3, czy też (c) pozostałby w tym samym miejscu?

7 W doświadczeniu, w którym badano przesunięcie comptonowskie (zob. rys. 38.3), światło w zakresie rentgenowskim jest rozpraszane w kierunku na wprost (pod kątem $\phi = 0$). Jaką część pierwotnej energii światła uzyskuje elektron?

8 Rozpraszanie comptonowskie. Na rysunku 38.22 pokazano zależność przesunięcia comptonowskiego $\Delta\lambda$ od kąta rozpraszania ϕ dla trzech różnych cząstek stanowiących stacjonarną tarczę. Uszereguj te cząstki zgodnie z ich masą, zaczynając od wartości najwiekszej.

gdzie



Rys. 38.22. Pytanie 8

9 a) Jak zmieni się długość fali de Broglie'a, jeśli podwoisz energię kinetyczną nierelatywistycznej cząstki? b) Co się stanie, jeśli dwa razy zwiększy się prędkość cząstek?

10 Na rysunku 38.23 pokazano elektron poruszający się: a) w kierunku przeciwnym do pola elektrycznego, b) zgodnie z kierunkiem pola elektrycznego, c) zgodnie z kierunkiem pola magnetycznego, d) prostopadle do pola magnetycznego. Określ w każdej z wymienionych sytuacji, czy długość fali de Broglie'a tego elektronu rośnie, maleje, czy też pozostaje niezmieniona?



11 Dlaczego minima po lewej stronie rysunku 38.18 mają wartość większą od zera?

12 Elektron i proton mają jednakową energię kinetyczną. Dla której cząstki fala de Broglie'a ma większą długość?

13 Załóżmy, że następujące nierelatywistyczne cząstki mają jednakową energię kinetyczną: elektron, cząstka α , neutron. Uszereguj je zgodnie z malejącą długością fali de Broglie'a.

14 Schemat 38.24 przedstawia elektron poruszający się wzdłuż kolejnych obszarów, w których panuje jednorodny potencjał elektryczny *V*. Uszereguj te obszary zgodnie z długościami fal de Broglie'a, jakie przyjmuje w nich elektron, zaczynając od wartości największej.



15 W tabeli podane są względne wartości parametrów trzech doświadczeń, w których badano tunelowanie przez barierę z rysunków 38.16 i 38.17. Uszereguj te doświadczenia zgodnie z prawdopodobieństwem tunelowania elektronu przez barierę, zaczynając od największych.

	Energia elektronu	Wysokość bariery	Szerokość bariery	
a)	Ε	5 <i>E</i>	L	
b)	Ε	17E	L/2	
c)	Ε	2E	2L	

16 Na rysunku 38.25 pokazano dla trzech eksperymentów wykres zależności współczynnika transmisji T elektronu tunelującego przez barierę potencjału od jej szerokości L. W każdym z tych doświadczeń długości fal de Broglie'a są takie same. Jedyną wielkością fizyczną, jaką różnią się te trzy doświadczenia, jest wysokość bariery $U_{\rm b}$. Uszereguj te eksperymenty zgodnie z wartością $U_{\rm b}$, zaczynając od najwiekszej.



Rys. 38.25. Pytanie 16

Zadania

GO	Zadania z rozwiązaniami interaktywnymi, udostępnianymi studentom według uznania wykładowcy, znajdują się na stronach <i>WileyPLUS</i> (https://www.wileyplus.com/WileyCDA/) oraz WebAssign (http://www.webassign.net/index.html)
•_•••	Liczba kropek określa stopień trudności zadania
ssm	Szczegółowe rozwiązanie jest dostępne w Student Solutions Manual
www	Szczegółowe rozwiązanie znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
ilw	Rozwiązanie interaktywne znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
THE	Więcej informacji znajdziesz w książce The Flying Circus of Physics i na stronie http://flyingcircusofphysics.com

Podrozdział 38.1. Foton, kwant światła

•1 Światło monochromatyczne (czyli światło o jednej długości fali) ma być pochłonięte przez arkusz kliszy fotograficznej i w ten sposób na tej kliszy zapisane. Absorpcja fotonu nastąpi, jeśli energia fotonu będzie większa lub równa 0,6 eV, czyli najmniejsza wartość energii potrzebnej do dysocjacji cząsteczki AgBr w kliszy. (a) Jaką maksymalną długość fali światła można zapisać na tej kliszy? (b) Do jakiego obszaru widma elektromagnetycznego należy ta długość fali?

•2 Z jaką prędkością musiałby się poruszać elektron, aby jego energia kinetyczna była równa energii fotonu światła lampy sodowej o długości fali 590 nm?

•3 Z jaką szybkością Słońce emituje fotony? Przyjmij dla uproszczenia, że Słońce emituje (z mocą $3.9 \cdot 10^{26}$ W) wyłącznie falę o długości 550 nm.

•4 Laser helowo-neonowy emituje czerwone światło o długości fali $\lambda = 633$ nm w wiązce o średnicy 3,5 mm i mocy 5,0 mW. Detektor wstawiony w tę wiązkę całkowicie ją pochłania. Z jaką szybkością fotony pochłaniane są przez jednostkową powierzchnię detektora?

•5 Długość jednego metra została niegdyś zdefiniowana jako 1 650 763,73 długości fali pomarańczowego światła emitowanego przez źródło zawierające atomy kryptonu–86. Ile wynosi energia fotonu takiego światła?

•6 Jaka jest wartość energii fotonu światła żółtego z lampy sodowej oświetlającej autostradę, jeżeli jego długość fali wynosi 589 nm?

••7 Detektor światła, jakim jest Twoje oko, ma powierzchnię $2,00 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ i pochłaniania 80% padającego na niego światła o długości fali 500 nm. Detektor ten został wystawiony na jednorodne źródło światła, które znajduje się w odległości 3,00 m od niego. Jeżeli częstotliwość fotonów pochłanianych przez detektor wynosi 4000 s⁻¹, to ile wynosi moc źródła emitującego fotony?

••8 Wiązka opuszczająca laser argonowy o mocy 1,5 W ($\lambda = 515 \text{ nm}$) ma średnicę *d* równą 3,0 mm. Wiązka jest zogniskowana przez układ soczewek o efektywnej ogniskowej *f*_L równej 2,5 mm. Zogniskowana wiązka pada na całkowicie pochłaniający ekran i tworzy na nim obraz dyfrakcyjny, w którym centralny krążek ma promień wynoszący 1,22 *f*_L λ/d . Można pokazać, że 84% padającej energii trafia w obszar tego krążka. Z jaką szybkością fotony pochłaniane są przez ekran w centralnym krążku tego obrazu dyfrakcyjnego?

••9 • Lampa sodowa o mocy 100 W ($\lambda = 589$ nm) wypromieniowuje energię równomiernie we wszystkich kierunkach. a) Z jaką szybkością są przez tę lampę emitowane fotony? b) W jakiej odległości od lampy całkowicie pochłaniający ekran będzie pochłaniał fotony z szybkością 1 foton/(cm² · s)? c) Ile wynosi strumień fotonów (wyrażony w fotonach na jednostkę powierzchni i na jednostkę czasu) padający na mały ekran umieszczony 2 m od lampy?

••10 Satelita na orbicie okołoziemskiej jest wyposażony w panel z fotoogniwami o powierzchni 2,60 m², ustawiony prostopadle do kierunku padania promieni słonecznych. Natężenie światła padającego na panel wynosi 1,39 kW/m². a) Z jaką szybkością energia słoneczna dostarczana jest do panelu? b) Z jaką szybkością fotony słoneczne są pochłaniane przez panel? Załóż, że promieniowanie słoneczne jest monochromatyczne, a jego długość fali równa jest 550 nm, oraz że całe promieniowanie słoneczne padające na panel jest pochłaniane. c) Jak długo trwałoby pochłonięcie przez panel jednego "mola" fotonów?

••11 ssm www Lampa nadfioletowa emituje światło o długości fali 400 nm z mocą 400 W. Lampa na podczerwień emituje światło o długości fali 700 nm także z mocą 400 W. a) Która lampa emituje fotony z większą szybkością i b) ile ta szybkość wynosi?

••12 W idealnych warunkach oko ludzkie potrafi zareagować na światło o długości fali 550 nm padające na siatkówkę z szybkością zaledwie 100 fotonów na sekundę. Z jaką szybkością siatkówka pochłania wtedy energię?

••13 Specjalny rodzaj żarówek emituje światło monochromatyczne o długości fali 630 nm. Energia elektryczna jest do niej dostarczana z mocą 60 W, a wydajność zamiany energii elektrycznej na energię świa-

tła wynosi dla tej żarówki 93%. Ile fotonów emitowanych jest przez żarówkę w czasie jej życia (730 godzin)?

••14 ⁽¹⁰⁾ Powierzchnia detektora światła, która absorbuje promieniowanie, ma rozmiar $2,00 \cdot 10^{-6}$ m². Pochłania ona 50% padającego pro-



Rys. 38.26. Zadanie 14

mieniowania, którego długość fali wynosi 600 nm. Detektor wystawiony jest na źródło jednorodnego (izotropowego) promieniowania, oddalone od niego o 12,0 m. Rysunek 38.26 przedstawia zależność energii E wysyłanej przez źródło od czasu t (wartości zaznaczonych współczynników wynoszą: $E_s = 7,2$ nJ, $t_s = 2,0$ s). Z jaką szybkością fotony są absorbowane przez detektor?

Podrozdział 38.2. Zjawisko fotoelektryczne

•15 ssm Światło padające na powierzchnię sodu wywołuje zjawisko fotoelektryczne. Potencjał hamujący dla wybitych elektronów wynosi 5,0 V, a praca wyjścia dla sodu równa jest 2,2 eV. Jaka jest długość fali padającego światła?

•16 Znajdź maksymalną energię kinetyczną elektronów wyemitowanych z pewnego materiału, dla którego praca wyjścia wynosi 2,3 eV, a częstotliwość padającego promieniowania równa jest $3,0 \cdot 10^{15}$ Hz.

•17 Praca wyjścia dla wolframu wynosi 4,50 eV. Oblicz prędkość najszybszych elektronów wyemitowanych z powierzchni wolframu pod wpływem jej oświetlenia światłem o energii fotonu równej 5,80 eV.

•18 Chcesz wybrać materiał do budowy fotokomórki, która ma działać dzięki zjawisku fotoelektrycznemu pod wpływem światła widzialnego. Które z wymienionych pierwiastków nadają się do tego celu (w nawiasach podano prace wyjścia): tantal (4,2 eV), wolfram (4,5 eV), glin (4,2 eV), bar (2,5 eV), lit (2,3 eV)?

••19 a) Ile wynosi potencjał hamujący dla elektronów wyemitowanych z powierzchni metalu, dla którego praca wyjścia jest równa 1,8 eV, jeśli została ona oświetlona światłem o długości fali 400 nm? b) Ile wynosi maksymalna prędkość wyemitowanych elektronów?

••20 Przypuśćmy, że *względna wydajność* powierzchni cezu (o pracy wyjścia 1,80 eV) wynosi $1,0 \cdot 10^{-16}$, a więc że przeciętnie wybity zostaje jeden elektron na 10^{16} fotonów, które osiągną tę powierzchnię. Jakie byłoby natężenie prądu elektronów wyemitowanych z takiej powierzchni, gdyby została ona oświetlona światłem o długości fali 600 nm z lasera o mocy 2,00 mW i wszystkie wyemitowane elektrony wzięłyby udział w przepływie ładunku?

••21 Promieniowanie rentgenowskie o długości fali 71 pm jest kierowane na złotą folię i wybija z atomów złota silnie związane elektrony. Uwolnione elektrony poruszają się następnie po torach kołowych o promieniu r w obszarze jednorodnego pola magnetycznego B. Dla najszybszych spośród wybitych elektronów iloczyn Br wynosi 1,88 · 10⁻⁴ T · m. Oblicz a) maksymalną energię kinetyczną tych elektronów i b) pracę wykonaną przy ich wybiciu z atomów złota.

••22 Długość fali związana z częstotliwością progową dla srebra wynosi 325 nm. Oblicz maksymalną energię kine-

tyczną elektronów wybitych z powierzchni srebra przez światło nadfioletowe o długości fali 254 nm.

••23 ssm Światło o długości fali 200 nm oświetla powierzchnię glinu. Do wybicia elektronu z glinu potrzebna jest energia 4,20 eV. Ile wynosi energia kinetyczna a) najszybszego i b) najwolniejszego wybitego elektronu? c) Ile wynosi w tej sytuacji potencjał hamujący? d) Ile wynosi progowa długość fali dla glinu?

••24 W doświadczeniu fotoelektrycznym z użyciem powierzchni sodu zmierzono potencjał hamujący i otrzymano 1,85 V dla długości fali 300 nm i 0,82 V dla długości fali 400 nm. Korzystając z tych danych, oblicz a) wartość stałej Plancka, b) pracę wyjścia Φ dla sodu i c) progową długość fali λ_0 dla sodu.

••25 Potencjał hamujący dla elektronów emitowanych z powierzchni oświetlonej światłem o długości fali 491 nm wynosi 0,710 V. Kiedy zmieniono długość fali padającego światła, potencjał hamujący wyniósł 1,43 V. a) Ile wynosi nowa długość fali światła? b) Ile wynosi praca wyjścia z tej powierzchni?

••26 Światło słoneczne wybijające elektrony z zewnętrznej powierzchni satelity może go w wyniku zjawiska fotoelektrycznego naładować elektrycznie. Trzeba to wziąć pod uwagę przy jego projektowaniu, tak aby zminimalizować ten efekt — w przeciwnym razie może on zniszczyć czułą elektronikę. Przypuśćmy, że satelita pokryty jest platyną, metalem o bardzo dużej pracy wyjścia ($\Phi = 5,32$ eV). Oblicz największą długość fali padającego światła słonecznego, która jest w stanie wybić elektron z platyny.

Podrozdział 38.3. Fotony, pęd, rozpraszanie comptonowskie i interferencja światła

•27 ssm Światło o długości fali 2,40 pm kierowane jest na tarczę zawierającą swobodne elektrony. a) Oblicz długość fali światła rozproszonego pod kątem 30,0° względem kierunku wiązki padającej. b) Rozwiąż ten problem dla kąta 120°.

•28 a) Ile w jednostkach MeV/c wynosi wartość pędu fotonu, którego energia jest równa energii spoczynkowej elektronu? Ile wynosi b) długość fali i c) częstotliwość odpowiadającego mu promieniowania?

•29 Jaka a) częstotliwość, b) energia fotonu i c) długość wektora pędu fotonu (w jednostkach keV/c) odpowiada promieniom rentgenowskim o długości fali 35,0 pm?

••**30** Ile wynosi maksymalne przesunięcie comptonowskie w zderzeniu fotonu i swobodnego *protonu*?

••31 Jaki procentowy wzrost długości fali prowadzi do 75% utraty energii fotonu w zderzeniu fotonu i swobodnego elektronu?

••32 Promieniowanie rentgenowskie o długości fali 0,01 nm zostaje skierowane wzdłuż osi *x* na tarczę zawierającą słabo

związane elektrony. W przypadku rozpraszania comptonowskiego na jednym z takich elektronów pod kątem 180° , oblicz: a) przesunięcie comptonowskie, b) zmianę energii fotonu, c) energię kinetyczną odrzuconego elektronu i określ d) kąt pomiędzy dodatnim kierunkiem osi *x* a kierunkiem ruchu elektronu.

••33 Oblicz procentową zmianę energii fotonu podczas zderzenia takiego, jak pokazane na rysunku 38.5, dla $\phi = 90^{\circ}$ i dla promieniowania w zakresie: a) mikrofal, $\lambda = 3,0$ cm, b) światła widzialnego, $\lambda = 500$ nm, c) promieniowania rentgenowskiego, $\lambda = 25$ pm, d) promieniowania γ o energii fotonu 1,0 MeV. e) Co można powiedzieć o łatwości wykrywania przesunięcia comptonowskiego w tych różnych zakresach widma elektromagnetycznego, biorąc pod uwagę wyłącznie stratę energii w pojedynczym zderzeniu fotonu z elektronem?

••34 Toton o długości fali $3,00 \cdot 10^{-12}$ m pada na stacjonarny elektron swobodny i ulega na nim rozproszeniu comptonowskiemu pod kątem 90°. Ile wynosi energia kinetyczna wybitego elektronu?

••35 Oblicz comptonowską długość fali dla a) elektronu i b) protonu. Ile wynosi energia fotonu promieniowania elektromagnetycznego o długości fali równej comptonowskiej długości fali c) elektronu i d) protonu?

••36 Promieniowanie γ o energii fotonu 0,511 MeV kierowane jest na tarczę wykonaną z glinu i rozpraszane pod różnymi kątami przez słabo związane w niej elektrony. a) Ile wynosi długość fali padającego promieniowania γ ? b) Ile wynosi długość fali promieniowania γ rozproszonego pod kątem 90° względem wiązki padającej? c) Ile wynosi energia fotonu dla promieniowania rozproszonego w tym kierunku?

••37 Rozważ zderzenie fotonu promieniowania rentgenowskiego o energii początkowej 50,0 keV i spoczywającego elektronu, w którym foton rozpraszany jest do tyłu, a elektron odrzucany jest do przodu. a) Ile wynosi energia rozproszonego fotonu? b) Ile wynosi energia kinetyczna elektronu?

••38 Pokaż, że kiedy foton o energii *E* rozpraszany jest na swobodnym elektronie, znajdującym się w spoczynku, mak-symalna energia kinetyczna odrzuconego elektronu wynosi

$$E_{\rm k\,max} = \frac{E^2}{E + mc^2/2}$$

••39 Pod jakim kątem musiałby być rozproszony na swobodnym elektronie foton o energii 200 keV, aby utracić 10% swojej energii?

••40 • Ile wynosi maksymalna energia kinetyczna elektronów wybitych z cienkiej miedzianej folii na skutek rozpraszania comptonowskiego padającej na nią wiązki promieniowania rentgenowskiego o energii 17,5 keV? Załóż, że praca wyjścia ma pomijalnie małą wartość. ••41 Jakie będzie: a) przesunięcie comptonowskie $\Delta\lambda$, b) względne przesunięcie comptonowskie $\Delta\lambda/\lambda$ i c) zmiana ΔE energii fotonu światła o długości fali $\lambda = 590$ nm rozpraszającego się na swobodnym elektronie pozostającym początkowo w spoczynku, jeśli rozpraszanie to zachodzi pod kątem 90° do kierunku padającej wiązki? Ile będą wynosić d) $\Delta\lambda$, e) $\Delta\lambda/\lambda$ i f) ΔE w przypadku rozproszenia pod kątem 90° fotonu o energii 50,0 keV (pasmo promieniowania rentgenowskiego)?

Podrozdział 38.4. Narodziny fizyki kwantowej

•42 Słońce jest prawie idealnym ciałem doskonale czarnym o temperaturze powierzchni 5800 K. a) Wyznacz długość fali, przy której radiancja spektralna Słońca osiąga maksimum. oraz b) na podstawie rysunku 33.1 wskaż, w jakim pasmie fal elektromagnetycznych mieści się ta długość fali. c) Jak to omówimy w rozdziale 44, Wszechświat jest niemal idealnym ciałem doskonale czarnym, którego promieniowanie zostało wyemitowane w czasie, gdy powstawały pierwsze atomy. W dzisiejszych czasach radiancja spektralna tego promieniowania ma maksimum przy długości fali 1,06 mm (w paśmie promieniowania mikrofalowego). Jaka jest odpowiadająca temu temperatura Wszechświata?

••43 Tak zwaną *fireball* (kulę ognistą), która powstaje w zderzeniu dwóch jąder atomowych, można potraktować jako ciało doskonale czarne, którego temperatura powierzchni wynosi $1,0 \cdot 10^7$ K. a) Znajdź długość fali, przy której promieniowanie termiczne osiąga maksimum oraz b) na podstawie rysunku 33.1 wskaż pasmo promieniowania elektromagnetycznego, w którym mieści się ta długość fali. Promieniowanie to zostaje niemal natychmiastowo pochłonięte przez otaczające cząsteczki powietrza, które również można zbiorowo potraktować jako ciało doskonale czarne o temperaturze powierzchni około $1,0 \cdot 10^5$ K. c) Znajdź długość fali, przy której radiancja spektralna tego promieniowania osiąga maksimum oraz d) wskaż pasmo promieniowania elektromagnetycznego, w którym mieści się ta długość fali.

••44 • Rozważ promieniowanie termiczne emitowane przez ciało doskonale czarne o temperaturze powierzchni 2000 K. Niech I_c opisuje natężenie na jednostkę długości fali według klasycznego wyrażenia na radiancję spektralną, a I_P wyraża odpowiednie natężenie na jednostkę długości fali zgodnie ze wzorem Plancka. Ile wynosi stosunek I_c/I_P przy długości fali a) 400 nm (na niebieskim krańcu pasma widzialnego) oraz b) 200 µm (w dalekiej podczerwieni)? c) Czy oba wyrażenia (klasyczne i Plancka) zbiegają do siebie w zakresie dłuższych, czy krótszych długości fali?

••45 Załóż, że temperatura powierzchni Twojego ciała wynosi 36,6°C i promieniowanie, które emitujesz, jest promieniowaniem ciała doskonale czarnego (jest to całkiem dobre przybliżenie). Znajdź a) długość fali, przy której radiancja spektralna Twojego promieniowania osiąga maksimum, b) moc promieniowania termicznego, jaką wysyła powierzchnia 4,00 cm² Twojego ciała w przedziale długości fali 1,00 nm wokół tej długości, c) odpowiadająca temu częstotliwość fotonów wysyłanych z tej powierzchni. Dla długości fali 500 mm (w paśmie widzialnym) d) przelicz na nowo moc oraz e) częstotliwość emitowanych fotonów. (Jak daje się zauważyć, w mroku nie wytwarzasz poświaty w paśmie widzialnym).

Podrozdział 38.5. Elektrony i fale materii

•46 Oblicz długość fali de Broglie'a dla: a) elektronu o energii 1,00 keV, b) fotonu o energii 1,00 keV i c) neutronu o energii 1,00 keV.

•47 ssm Elektrony w wychodzących z użycia kineskopowych odbiornikach telewizyjnych przyspieszane są przez różnicę potencjałów wynoszącą 25,0 kV. Ile wynosi długość fali de Broglie'a dla takich elektronów? (Efekty relatywistyczne są do zaniedbania).

••48 Najmniejsza odległość, jaką można rozdzielić za pomocą mikroskopu elektronowego (tzw. *rozdzielczość*) jest równa długości fali de Broglie'a dla elektronów. Jakim napięciem należałoby przyspieszać elektrony, aby otrzymać taką samą rozdzielczość, jak za pomocą promieniowania gamma o energii 100 keV?

••49 ssm www Jednokrotnie zjonizowane atomy sodu są przyspieszane przez różnicę potencjałów 300 V. a) Jaki pęd nadawany jest tym jonom? b) Ile wynosi ich długość fali de Broglie'a?

••50 Elektrony przyspieszone do energii 50 GeV mają na tyle małe długości fali de Broglie'a λ , że poprzez rozpraszanie ich na jądrach atomowych można badać szczegóły struktury tych jąder. Załóż, że energia elektronów jest na tyle duża, że można dla nich zastosować ultrarelatywistyczne przybliżenie p = E/c zależności pomiędzy wielkością pędu p a energią E(w tej ekstremalnej sytuacji energia elektronu jest o wiele większa od jego energii spoczynkowej). a) Ile wynosi długość fali λ ? b) Jeśli jądro tarczy ma promień R = 5,0 fm, to ile wynosi stosunek R/λ ?

••**51** www Długość fali żółtej linii widmowej emitowanej z lampy sodowej wynosi 590 nm. Jaką energię kinetyczną musiałby mieć elektron, aby jego fala de Broglie'a miała taką samą długość?

••52 Strumień protonów, z których każdy ma prędkość 0,99*c*, pada na układ służący do doświadczenia z dwiema szczelinami, w którym odstęp między szczelinami wynosi $4,00 \cdot 10^{-9}$ nm. W wyniku tego na ekranie powstaje widmo interferencyjne charakterystyczne dla układu dwoch szczelin. Ile wynosi kąt między środkiem tego widma a drugim minimum (licząc w dowolną stronę od środka)?

••53 Podaj długość fali: a) fotonu o energii 1,00 eV, b) elektronu o energii 1,00 eV, c) fotonu o energii 1,00 GeV oraz d) elektronu o energii 1,00 GeV. ••54 Długość fali zarówno elektronu, jak i fotonu wynosi 0,20 nm. Ile w jednostkach kg · m/s wynosi pęd a) elektronu i b) fotonu? Ile w jednostkach eV wynosi energia c) elektronu i d) fotonu?

••55 Największa osiągalna zdolność rozdzielcza mikroskopu ograniczona jest wyłącznie przez długość zastosowanej fali. Oznacza to, że najmniejszy wymiar, który można rozróżnić, jest równy w przybliżeniu tej długości fali. Przypuśćmy, że chcemy "zajrzeć" do środka atomu. Zakładając, że atom ma średnicę 100 pm, oznacza to, że musimy umieć odróżniać szczegóły o wymiarze powiedzmy 10 pm. a) Jaka minimalna energia elektronów jest potrzebna, jeśli chcemy użyć mikroskopu elektronowego? b) Jaka minimalna energia fotonu jest niezbędna, jeśli chcemy używać mikroskopu optycznego? c) Który z tych mikroskopów bardziej nam się przyda? Dlaczego?

••56 Jądro atomowe zostało odkryte przez Ernesta Rutherforda w 1911 r. Zinterpretował on poprawnie pewne doświadczenia, w których wiązka cząstek α rozpraszana była na metalowej folii zawierającej atomy złota. a) Ile wynosiła długość fali de Broglie'a tych cząstek, gdy miały one energię kinetyczną 7,5 MeV? b) Czy falowa natura padających cząstek α powinna była być wzięta pod uwagę w interpretacji tych doświadczeń? Masa cząstek α wynosi 4,00 u (atomowych jednostek masy), a odległość ich największego zbliżenia do jądra wynosiła w tych doświadczeniach około 30 fm. (Postulat falowej natury materii pojawił się po ponad dziesięciu latach od wykonania po raz pierwszy tych kluczowych doświadczeń).

••57 Nierelatywistyczna cząstka porusza się trzy razy szybciej niż elektron. Stosunek długości fali de Broglie'a tej cząstki do długości fali elektronu wynosi $1,813 \cdot 10^{-4}$. Zidentyfikuj tę cząstkę, znajdując jej masę.

••58 Ile wynosi a) energia fotonu, którego długość fali jest równa 1,00 nm, b) energia kinetyczna elektronu o długości fali de Broglie'a 1,00 nm, c) energia fotonu odpowiadająca długości fali 1,00 fm oraz d) energia kinetyczna elektronu, którego długość fali de Broglie'a wynosi 1,00 fm?

•••59 • Załóżmy, że długość fali de Broglie'a protonu wynosi 100 fm. a) Ile wynosi prędkość tego protonu i b) jaką różnicą potencjałów musiałby być przyspieszany, aby osiągnąć taką prędkość?

Podrozdział 38.6. Równanie Schrödingera

•60 Przypuśćmy, że w równaniu (38.24) podstawilibyśmy A = 0 i zmienilibyśmy stałą *B* na ψ_0 . Co opisywałaby otrzymana w taki sposób funkcja falowa? Czy rysunek 38.13 uległby zmianie, a jeśli tak, to w jaki sposób?

•61 ssm Jeśli w równaniu Schrödingera rządzącym ruchem cząstki (równanie (38.27)) przyjmiemy, że energia potencjalna U(x) = 0, to cząstkę tę opisuje funkcja falowa $\psi(x)$ określona wzorem (38.19). Załóżmy teraz, że w równaniu Schrödingera $U(x) = U_0 = \text{const.}$ Pokaż, że funkcja (38.27) jest nadal rozwiązaniem równania Schrödingera, przy czym liczbę falową *k* opisuje wzór

$$k = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(E - U_0)}.$$

•62 Pokaż, że wyrażenie (38.24) jest rzeczywiście rozwiązaniem równania (38.22). Podstaw do równania (38.22) funkcję $\psi(x)$ oraz jej drugą pochodną i sprawdź, czy otrzymałeś tożsamość.

•63 a) Wyraź funkcję falową $\psi(x)$ przedstawioną w równaniu (38.27) w postaci a + ib, gdzie a i b są wielkościami rzeczywistymi. (Załóż, że ψ_0 jest rzeczywiste). b) Wypisz postać funkcji falowej $\Psi(x, t)$ odpowiadającej funkcji $\psi(x)$.

•64 ssm Pokaż, że liczbę falową *k* dla nierelatywistycznej cząstki swobodnej o masie *m* można zapisać jako

$$k = \frac{2\pi\sqrt{2mE_{\rm k}}}{h},$$

gdzie E_k jest energią kinetyczną cząstki.

•65 a) Niech n = a + ib będzie liczbą zespoloną, w której a i b — liczby rzeczywiste (dodatnie lub ujemne). Pokaż, że iloczyn nn* jest zawsze dodatnią liczbą rzeczywistą.
b) Niech m = c + id będzie inną liczbą zespoloną. Pokaż, że |nm| = |n||m|.

••66 W równaniu (38.25) podstaw $A = B = \psi_0$. Równanie opisywać będzie wtedy superpozycję dwóch fal materii o takiej samej amplitudzie, poruszających się w przeciwnych kierunkach. (Przypomnij sobie, że jest to warunek powstania fali stojącej). a) Pokaż, że $|\Psi(x, t)|^2$ dane jest wtedy równaniem

$$|\Psi(x,t)|^2 = 2\psi_0^2 [1 + \cos 2kx].$$

 b) Narysuj tę funkcję i pokaż, że opisuje ona kwadrat amplitudy stojącej fali materii. c) Pokaż, że węzły tej fali stojącej znajdują się w punktach x

$$x = (2n+1)\left(\frac{1}{4}\lambda\right), \quad \text{gdzie } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

a λ jest długością fali de Broglie'a cząstki, której ta fala jest przypisana. d) Napisz podobne wyrażenie na najbardziej prawdopodobne położenia tej cząstki.

Podrozdział 38.7. Zasada nieoznaczoności Heisenberga

•67 Niepewność składowej x położenia elektronu wynosi 50 pm, co jest równe mniej więcej połowie promienia atomu wodoru. Jaka jest najmniejsza niepewność w dowolnym jednoczesnym pomiarze składowej p_x pędu tego elektronu?

••68 W rozdziale 39 przekonasz się, że elektrony nie mogą się poruszać w atomach na określonych orbitach, tak jak planety w Układzie Słonecznym. Aby zobaczyć, dlaczego tak

jest, spróbujmy "zaobserwować" taki elektron w atomie pod mikroskopem optycznym. Spróbujmy zmierzyć położenie na orbicie z dokładnością powiedzmy 10 pm (typowy atom ma promień około 100 pm). Długość fali światła użytego w mikroskopie musi być zatem rzędu 10 pm. a) Ile wynosiłaby energia fotonu tego światła? b) Ile energii przekazałby taki foton elektronowi w zderzeniu czołowym? c) Co mówią te wyniki o możliwości "oglądania" elektronu w atomie w dwóch lub więcej punktach na jego orbicie? (*Wskazówka*: Energie wiązania zewnętrznych elektronów w atomie wynoszą zaledwie kilka elektronowoltów).

••69 Na rysunku 38.13 pokazano przypadek, w którym pęd cząstki p_x jest ustalony, a więc $\Delta p_x = 0$. Zatem z zasady nieoznaczoności (równanie (38.28)) wynika, że położenie x tej cząstki jest całkowicie nieznane. Z tej samej zasady wynika również, że prawdą jest także stwierdzenie przeciwne, a więc jeśli położenie cząstki jest dokładnie znane ($\Delta x = 0$), to niepewność jego pędu jest nieskończona.

Rozważmy sytuację pośrednią, w której położenie cząstki mierzone jest ze skończoną dokładnością równą $\lambda/2\pi$, gdzie λ jest długością fali de Broglie'a dla tej cząstki. Pokaż, że niepewność (jednocześnie mierzonej) danej składowej pędu jest wtedy równa samej wartości tej składowej, a więc że $\Delta p_x = p$. Czy w takich warunkach zaskoczyłby cię wynik pomiaru pędu wynoszący zero? A jeśli zmierzony pęd byłby równy 0,5*p*, 2*p*, 12*p*?

Podrozdział 38.8. Odbicie od progu potencjału

••70 Elektron o energii całkowitej 500 eV przechodzi przez obszar jednorodnego potencjału elektrycznego –200 V. Ile wynosi jego: a) energia kinetyczna (w elektronowoltach), b) pęd, c) prędkość, d) długość fali de Broglie'a oraz e) liczba falowa?

••71 • W sytuacji naszkicowanej na rys. 38.14 i 38.15 elektrony wiązki padającej z lewej strony rysunku mają energię E = 800 eV, a próg potencjału ma wysokość $U_1 = 600$ eV. Ile wynosi liczba falowa w obszarze a) przed i b) po przebyciu progu potencjału? c) Oblicz współczynnik odbicia. d) Jeżeli wiązka padająca na próg potencjału składa się z $5,00 \cdot 10^5$ elektronów, to około ile z nich ulegnie odbiciu?

••72 • W sytuacji naszkicowanej na rys. 38.14 i 38.15 elektrony wiązki padającej z lewej strony rysunku mają prędkość $1,60 \cdot 10^7$ m/s, a w obszarze po prawej stronie rysunku panuje potencjał elektryczny $V_2 = -500$ V. Ile wynosi liczba falowa w obszarze a) przed i b) po przebyciu progu potencjału? c) Oblicz współczynnik odbicia. d) Jeżeli wiązka padająca na próg potencjału składa się z $3,00 \cdot 10^9$ elektronów, to około ile z nich ulegnie odbiciu?

•••73 • Natężenie prądu składającego się z elektronów, z których każdy ma prędkość 900 m/s, wynosi 5,00 mA. W pewnym punkcie wiązka napotyka na swej drodze próg po-

tencjału o wysokości $-1,25 \,\mu$ V. Ile będzie wynosić natężenie prądu po drugiej stronie progu?

Podrozdział 38.9. Tunelowanie przez barierę potencjału

••74 Rozważmy barierę energii potencjalnej jak ta na rysunku 38.17, o wysokości $U_b = 6,0$ eV i szerokości L = 0,70 nm. Ile wynosi energia elektronu padającego na tę barierę, jeśli współczynnik przejścia przez nią jest równy dla elektronu 0,001?

••75 Proton o energii kinetycznej 3,0 MeV pada na barierę energii potencjalnej o szerokości 10 fm i wysokości 10 MeV. Ile wynoszą: a) współczynnik transmisji T, b) energia kinetyczna $E_{k,t}$, jaką będzie miał proton po drugiej stronie bariery, jeśli przez nią przetuneluje, c) energia kinetyczna $E_{k,r}$, jaką będzie miał, jeżeli ulegnie odbiciu od bariery? Następnie rozważ padanie deuteronu (ten sam ładunek, ale masa dwukrotnie większa od masy protonu) o energii 3,0 MeV na tę barierę. Ile w tym przypadku wynoszą a) T, e) $E_{k,t}$ i f) $E_{k,r}$?

••76 2 a) Rozważmy wiązkę protonów o energii kinetycznej 5,0 eV, która pada na barierę energii potencjalnej o wysokości 6,0 eV i szerokości 0,70 nm, z intensywnością odpowiadającą natężeniu prądu 1000 A. Ile czasu trzeba (średnio) czekać na przetunelowanie jednego protonu? b) Ile (średnio) zabrałoby to czasu, gdyby w wiązce zamiast protonów były elektrony?

••77 ssm www Elektron o energii mechanicznej E = 5,1 eV pada na barierę o wysokości $U_b = 6,8 \text{ eV}$ i szerokości L = 750 pm. O ile procent ulegnie zmianie współczynnik transmisji, jeżeli o 1,0% zmieni się a) wysokość bariery, b) jej szerokość lub c) energia kinetyczna padającego elektronu?

•••78 • Natężenie prądu wiązki elektronów, z których każdy ma prędkość $1,200 \cdot 10^3$ m/s, wynosi 9,0 mA. W pewnym punkcie na swojej drodze wiązka napotyka barierę potencjału o wysokości $-4,719 \,\mu$ V i szerokości 200,0 nm. Znajdź natężenie prądu tej części wiązki, która przetunelowała przez bariere.

Zadania dodatkowe

79 Rysunek 38.13 dotyczy przypadku, w którym z powodu zasady nieoznaczoności Heisenberga nie jest możliwe przypisanie położeniu swobodnego elektronu poruszającego się wzdłuż osi *x*, wartości na tej osi. a) Czy można przypisać mu współrzędną *y* lub *z*? (*Wskazówka*: Pęd elektronu nie ma składowej *y* ani *z*). b) Opisz rozciągłość fali materii we wszystkich trzech kierunkach.

80 Emisyjna linia widmowa to promieniowanie elektromagnetyczne emitowane w dostatecznie wąskim zakresie widmowym, by ją traktować jak pojedynczą długość fali. Jedna z takich ważnych w astronomii linii emisyjnych ma długość fali równą 21 cm. Ile wynosi energia fotonu promieniowania elektromagnetycznego o tej długości fali?

81 Używając klasycznych wyrażeń na pęd i energię kinetyczną, pokaż, że wyrażoną w nanometrach długość fali de Broglie'a elektronu można zapisać w postaci $\lambda = 1,226/\sqrt{E_k}$, gdzie E_k jest energią kinetyczną elektronu wyrażoną w elektronowoltach.

82 Wyprowadź wzór na przesunięcie comptonowskie (równanie (38.11)), korzystając z równań (38.8), (38.9) i (38.10) i eliminując z nich v i θ .

83 Średnia energia kinetyczna neutronów pozostających w równowadze termodynamicznej z materią wynosi (3/2)kT, gdzie *k* jest stałą Boltzmanna, *T* zaś (które można przyjąć równe 300 K) jest temperaturą otoczenia tych neutronów. a) Ile wynosi średnia energia kinetyczna takiego neutronu? b) Ile wynosi odpowiadająca jej długość fali de Broglie'a?

84 Rozważ balon napełniony gazowym helem pozostający w temperaturze pokojowej i pod ciśnieniem atmosferycznym. Oblicz a) średnią długość fali de Broglie'a atomów helu i b) średnią odległość pomiędzy atomami w powyższych warunkach. Średnia energia kinetyczna atomu jest równa (3/2)kT, gdzie *k* jest stałą Boltzmanna. c) Czy atomy w tych warunkach można traktować jak cząstki? Wyjaśnij swoją odpowiedź.

85 Około 1916 r. R. A. Millikan zmierzył w swoich doświadczeniach następujące wartości potencjału hamującego dla litu:

Długość fali [nm]	433,9	404,7	365,0	312,5	253,5
Potencjał hamujący [V]	0,55	0,73	1,09	1,67	2,57

Wykorzystaj powyższe dane do narysowania wykresu takiego jak na rysunku 38.2 (przedstawiającym wyniki otrzymane dla sodu), a następnie wyznacz z tego wykresu a) stałą Plancka i b) pracę wyjścia dla litu.

86 Pokaż, że $|\psi|^2 = |\Psi|^2$, przy czym funkcje ψ i Ψ są ze sobą powiązane jak w równaniu (38.14), a więc że gęstość prawdopodobieństwa nie zależy od czasu.

87 Pokaż, że $\Delta E/E$ — względna strata energii fotonu w zderzeniu z cząstką o masie *m* — dana jest wzorem

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{h\nu'}{mc^2}(1 - \cos\phi),$$

gdzie *E* jest energią padającego fotonu, ν' — częstotliwością fotonu rozproszonego, ϕ zaś jest zdefiniowane tak jak na rysunku 38.5.

88 Pocisk o masie 40 g porusza się z prędkością 1000 m/s. Mimo że pocisk ten jest niewątpliwie za duży, aby traktować go jako falę materii, oblicz, jaką długość fali de Broglie'a przewiduje równanie (38.17) dla pocisku o powyższej masie.

89 a) Najmniejsza energia potrzebna do wyemitowania elektronu z metalicznego sodu wynosi 2,28 eV. Czy pod wpływem czerwonego światła o długości fali $\lambda = 680$ nm zajdzie dla sodu zjawisko fotoelektryczne (czyli — czy kwant takiego światła spowoduje emisję elektronu)? b) Ile wynosi graniczna długość fali dla emisji fotoelektrycznej? c) Jaka barwa światła odpowiada tej długości fali?

90 ssm Wyobraź sobie grę w baseball w innym Wszechświecie, w którym stała Plancka wynosi $0,60 \text{ J} \cdot \text{s}$. Ile wynosiłaby niepewność położenia ważącej 0,50 kg piłki do baseballu poruszającej się z prędkością 20 m/s wzdłuż pewnej osi, jeśli niepewność prędkości jest równa 1,0 m/s?

R O Z D Z I A Ł 39

Jeszcze o falach materii

39.1. ENERGIA ELEKTRONU W PUŁAPCE

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 39.01 wyjaśnić zasadę uwięzienia: uwięzienie fali (w tym również fali materii) prowadzi do kwantyzacji energii i długości fali;
- 39.02 narysować jednowymiarową nieskończoną studnię potencjału, zaznaczając jej długość (lub szerokość) oraz energie potencjalne ścianek;
- 39.03 zastosować dla elektronu związek pomiędzy długością fali de Broglie'a λ i energią kinetyczną;
- 39.04 zastosować dla elektronu w jednowymiarowej, nieskończonej studni potencjału związek pomiędzy długością fali de Broglie'a λ, szerokością studni L i liczbą kwantową n;
- **39.05** zastosować dla elektronu w jednowymiarowej, nieskończonej studni potencjału związek pomiędzy dozwolonymi energiami *E_n*, szerokością studni *L* i liczbą kwantową *n*;
- **39.06** narysować diagram poziomów energetycznych elektronu w jednowymiarowej, nieskończonej studni potencjału, zaznaczając stan podstawowy i stany wzbudzone;

- 39.07 zauważyć, że uwięziony elektron dąży do przebywania w swoim stanie podstawowym; może zostać wzbudzony do stanu o wyższej energii, ale nie może mieć energii pośredniej między dozwolonymi wartościami dla stanów;
- 39.08 obliczyć porcję energii, jakiej potrzebuje elektron, aby zmienić swój stan na inny w tzw. przeskoku kwantowym do góry lub do dołu na diagramie poziomów energetycznych;
- 39.09 wyjaśnić, że w przeskoku kwantowym uczestniczy kwant światła, kwantowy przeskok w górę wymaga absorpcji fotonu (by zwiększyć energię elektronu), a przeskok w dół wymaga emisji fotonu (by zmniejszyć energię elektronu);
- 39.10 stosować związki pomiędzy zmianą energii a częstotliwością i długością fali związanymi z fotonem, jeżeli w przeskoku kwantowym uczestniczy kwant światła;
- **39.11** zidentyfikować widma emisyjne i absorpcyjne związane z elektronem w jednowymiarowej, nieskończonej studni potencjału.

Podstawowe fakty

 Uwięzienie fal (każdego typu: fal w strunie, fal materii itd.) prowadzi do kwantyzacji — czyli stanów dyskretnych z określonymi energiami. Stany o energii pośredniej są wzbronione.

• Ponieważ elektron jest falą materii, po uwięzieniu w nieskończonej studni potencjału może on przebywać jedynie w pewnych określonych stanach. Jeśli studnia jest jednowymiarowa i ma szerokość *L*, to energie tych stanów kwantowych opisuje wzór

$$E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)n^2$$
 dla $n = 1, 2, 3, \dots,$

gdzie m jest masą elektronu, a n jest liczbą kwantową.

 Najniższa możliwa energia nie jest równa 0, ale jest równa wartości dla stanu określonego przez n = 1.

• Elektron może dokonać zmiany (przeskoku) pomiędzy jednym stanem kwantowym a drugim tylko wtedy, gdy zmiana jego energii wynosi

$$\Delta E = E_{\rm W} - E_{\rm n},$$

gdzie *E*_w jest energią stanu wyższego, a *E*_n — niższego.

• Jeżeli zmiana następuje poprzez absorpcję lub emisję fotonu, jego energia musi być równa zmianie energii elektronu:

$$hv = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E = E_{\rm W} - E_{\rm n},$$

gdzie *ν* i λ odpowiadają częstotliwości i długości fali fotonu.

0 fizyce

Jednym z głównych celów fizyki jest zrozumienie natury atomów. We wczesnych latach dwudziestego wieku nikt nie wiedział, w jaki sposób elektrony są ułożone w atomie, jak się one poruszają, w jaki sposób atomy emitują lub pochłaniają światło, a nawet dlaczego atomy są trwałe. Bez tej wiedzy nie sposób było zrozumieć, jak łączą się ze sobą atomy, tworząc cząsteczki, lub jak się układają, formując ciało stałe. W konsekwencji podstawy chemii, włączając w to biochemię leżącą u podstaw samej natury życia, były w większym lub mniejszym stopniu owiane tajemnicą.

Odpowiedzi na te, a także wiele innych pytań przyniósł dzięki rozwojowi fizyki kwantowej rok 1926. Podstawową przesłanką fizyki kwantowej jest stwierdzenie, że poruszające się elektrony, protony czy też cząstki każdego innego rodzaju najlepiej przedstawiać w postaci fal materii. Ruch tych fal rządzony jest przez równanie Schrödingera. Mimo że teorię kwantową stosuje się także do większych obiektów, nie ma sensu jej używać do opisu obiektów takich jak piłki bejsbolowe czy planety, ponieważ jej rozwiązania dają takie same wyniki jak fizyka klasyczna, która jest łatwiejsza w stosowaniu i bardziej intuicyjna.

Zanim będziemy mogli zastosować metody fizyki kwantowej do opisu budowy atomu, musimy rozwinąć pewne idee, stosując je w kilku prostszych sytuacjach. Niektóre z tych sytuacji mogą się wydawać silnie uproszczone i nierealne, ale pozwolą one nam przedyskutować podstawowe zasady fizyki kwantowej atomów bez wikłania się w ich przytłaczającą złożoność. Ponadto rozwój nanotechnologii sprawił, że sytuacje, które wcześniej można było napotkać jedynie w podręcznikach, są obecnie urzeczywistniane w laboratoriach i stosowane w nowoczesnej elektronice i fizyce materiałowej. Jesteśmy u progu możliwości wykorzystania konstrukcji w skali nanometrów, zwanych *zagrodami kwantowymi* i *kropkami kwantowymi* do stworzenia "atomów na życzenie", których własnościami będzie można manipulować laboratoryjnie. Dla obu rodzajów atomów: naturalnych i sztucznych, musimy zacząć dyskusję od falowej natury elektronu.

Fale w linie a fale materii

W rozdziale 16 zobaczyliśmy, że w naprężonej linie można utworzyć dwa rodzaje fal. Jeśli lina jest na tyle długa, że można ją traktować jak nieskończenie długą, to możemy na niej utworzyć *falę biegnącą* o dowolnej w zasadzie częstotliwości. Jednak jeśli taka napięta lina ma skończoną długość, na przykład z powodu trwałego zamocowania jej obu końców, to powstać na niej mogą jedynie *fale stojące*. Co więcej, takie fale stojące mogą mieć wyłącznie dyskretne częstotliwości. Innymi słowy, ograniczenie fali do skończonego obszaru przestrzeni prowadzi do *kwantyzacji* tego ruchu — do istnienia dyskretnych *stanów* fali, z których każdy ma dokładnie zdefiniowaną częstotliwość.

Obserwację tę można zastosować do fal wszystkich rodzajów, włączając w to fale materii. Jednak w przypadku fal materii zamiast częstotliwości fali ν wygodniej jest rozważać energię *E* związanej z nią cząstki. W dalszych rozważaniach skupimy się na fali materii związanej z elektronem, ale otrzymane wyniki stosują się do dowolnej ograniczonej przestrzennie fali materii. Rozważmy falę materii związaną z elektronem poruszającym się w dodatnim kierunku osi x, na który nie działa żadna siła wypadkowa — a więc z tak zwaną *cząstką swobodną*. Energia takiego elektronu może przyjmować każdą rozsądną wartość, tak jak fala biegnąca wzdłuż naprężonej liny może mieć dowolną rozsądną częstotliwość.

Rozważmy następnie falę materii związaną z elektronem w atomie, na przykład z elektronem *walencyjnym* (elektronem związanym najsłabiej) w atomie sodu. Elektron, utrzymywany wewnątrz atomu przez przyciągającą siłę elektrostatyczną działającą pomiędzy nim a dodatnio naładowanym jądrem, nie jest cząstką swobodną. Może on istnieć tylko w pewnych określonych stanach, z których każdy charakteryzuje się dyskretną wartością energii *E*. Podobnie dla drgającej naprężonej liny o skończonej długości mamy dyskretne stany i skwantowane częstotliwości. W przypadku fal materii możemy zatem, tak jak dla fal każdego innego rodzaju, podać **regułę lokalizacji przestrzennej**:

Lokalizacja fali w przestrzeni prowadzi do kwantyzacji, a więc do powstania dyskretnych stanów o dyskretnych energiach. Zlokalizowana fala może przyjmować jedynie takie energie.

Energia elektronu w pułapce

Jednowymiarowe pułapki elektronów

Przeanalizujemy teraz falę materii związaną z nierelatywistycznym elektronem pozostającym w pewnym ograniczonym obszarze przestrzeni. Skorzystamy z analogii do fal stojących w linie o skończonej długości, rozciągniętej wzdłuż osi x i zawieszonej pomiędzy sztywno zamocowanymi uchwytami. Ponieważ uchwyty te są sztywne, więc na końcach liny muszą powstać węzły, tzn. że lina w tych punktach zawsze będzie pozostawać w spoczynku. Wzdłuż liny może powstać więcej węzłów, ale zawsze będą obecne co najmniej te dwa. Pokazano to na rysunku 16.21.

Stanami lub dyskretnymi formami fali stojącej, mogącymi powstawać w wyniku drgań liny, są takie, dla których długość liny L jest równa całkowitej wielokrotności połowy długości fali. A więc naprężona lina może pozostawać tylko w takich stanach, dla których

$$L = \frac{n\lambda}{2}$$
, dla $n = 1, 2, 3, ...$ (39.1)

Każda wartość *n* identyfikuje pewien stan drgającej liny. W języku fizyki kwantowej możemy tę liczbę całkowitą *n* nazywać **liczbą kwantową**.

Poprzeczne wychylenie drgającej liny w jakimś punkcie jej długości *x* będzie w przypadku każdego stanu dozwolonego przez równanie (39.1) wynosić

$$y_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots, \quad (39.2)$$

gdzie liczba kwantowa n identyfikuje postać drgań, amplituda A zaś zależy od chwili, w której dokonuje się obserwacji. (Równanie (39.2) jest skróconą wersją równania (16.60)). Widzimy, że dla wszystkich wartości n

w obszarze o potencjale V = 0 elektron może zostać schwytany w pułapke



Rys. 39.1. Elementy wyidealizowanej "pułapki" stworzonej, aby lokalizować elektron w środkowym cylindrze. Przyjmujemy, że potencjał dwóch skrajnych cylindrów jest ujemny i ma nieskończenie dużą wartość, a potencjał cylindra środkowego jest równy zeru





Rys. 39.2. Elektryczna energia potencjalna U(x) elektronu zlokalizowanego w środkowym cylindrze wyidealizowanej pułapki z rysunku 39.1. Widać, że U = 0 dla 0 < x < L i $U \rightarrow \infty$ dla x < 0 i x > L

i w każdej chwili istnieją punkty (węzły), w których wychylenie jest równe zeru. Te punkty to x = 0 i x = L, tak jak już zauważyliśmy wcześniej. Na rysunku 16.20 pokazano zdjęcia takiej naprężonej liny dla n = 2, 3 i 4.

Przejdźmy teraz do fal materii. Pierwszym problemem jest fizyczne ograniczenie położenia elektronu poruszającego się wzdłuż osi x do pewnego skończonego odcinka tej osi. Na rysunku 39.1 przedstawiono możliwą jednowymiarową *pułapkę elektronową*. Składa się ona z dwóch zamkniętych z jednej strony cylindrów o nieskończonej długości, których potencjał elektryczny jest bliski $-\infty$, oraz umieszczonego pomiędzy nimi cylindra o długości L i potencjałe elektrycznym równym zeru. Elektron umieszczony w tym środkowym cylindrze znajdzie się w pułapce.

Pułapka z rysunku 39.1 jest łatwa do analizy, ale niezbyt praktyczna. Pojedyncze elektrony *można* jednak utrzymywać w bardziej skomplikowanych pułapkach w warunkach laboratoryjnych. Zasada działania takich pułapek jest podobna. Na przykład w University of Washington pojedynczy elektron utrzymywany był w pułapce bez przerwy przez miesiące. Umożliwiło to naukowcom przeprowadzenie bardzo precyzyjnych badań jego właściwości.

Obliczenie skwantowanych energii

Na rysunku 39.2 pokazano wykres energii potencjalnej elektronu w zależności od jego położenia wzdłuż osi x wyidealizowanej pułapki z rysunku 39.1. Kiedy elektron znajduje się w środkowym cylindrze, jego energia potencjalna U (= -eV) jest równa zeru, gdyż potencjał w tym obszarze jest równy zeru. Gdyby elektron mógł się wydostać poza ten obszar, wówczas ponieważ $V \rightarrow -\infty$, jego energia potencjalna byłaby nieskończona i dodatnia. Przebieg potencjału pokazany na rysunku 39.2 nazywamy **nieskończenie głęboką studnią potencjału** lub w skrócie *nieskończoną studnią potencjału*. Jest to "studnia", ponieważ elektron umieszczony w środkowym cylindrze na rysunku 39.1 nie może z niego uciec. Kiedy elektron dociera do jednego z końców cylindra, działa na niego siła w zasadzie o nieskończenie dużej wartości. Siła ta zmienia zwrot prędkości elektronu na przeciwny. W efekcie elektron uwięziony jest w pułapce. Ponieważ elektron może poruszać się tylko wzdłuż jednej osi, pułapkę tę możemy nazywać *jednowymiarową nieskończoną studnią potencjału*.

Dokładnie tak samo jak fala stojąca w naprężonej linie, fala materii opisująca zlokalizowany elektron musi mieć węzły dla x = 0 i x = L. Ponadto, jeśli w równaniu (39.1) będziemy interpretować długość fali λ jako długość fali de Broglie'a związanej z poruszającym się elektronem, to możemy zastosować to równanie do tej fali materii.

Długość fali de Broglie'a λ jest zdefiniowana wzorem (38.17) jako $\lambda = h/p$, gdzie p jest pędem elektronu. Ponieważ ograniczamy się do nierelatywistycznych elektronów, wartość tego pędu p jest związana z energią kinetyczną E_k relacją $p = \sqrt{2mE_k}$, gdzie m jest masą elektronu. W przypadku elektronu poruszającego się w środkowym cylindrze z rysunku 39.1, gdzie U = 0, jego całkowita (mechaniczna) energia E równa jest energii kinetycznej. Zatem długość fali de Broglie'a możemy wyrazić jako

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}.$$
(39.3)
Po podstawieniu równania (39.3) do równania (39.1) możemy znaleźć zależność energii *E* od liczby *n*:

$$E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)n^2, \qquad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$
 (39.4)

Dodatnia liczba całkowita n jest liczbą kwantową elektronowego stanu kwantowego w pułapce.

Równanie (39.4) mówi nam coś bardzo ważnego. Ponieważ elektron jest zlokalizowany w pułapce, więc może on przyjmować wyłącznie wartości energii dane przez to równanie. Elektron taki *nie może* mieć energii, której wartość jest równa powiedzmy średniej wartości dla n = 1 i n = 2. Skąd to ograniczenie? Elektron jest falą materii. Gdyby elektron był cząstką, tak jak to opisuje fizyka klasyczna, mógłby, będąc zlokalizowany w pułapce, przyjmować *dowolną* wartość energii.

Na rysunku 39.3 przedstawiono pięć najmniejszych wartości energii dozwolonych dla elektronu w nieskończonej studni o szerokości L = 100 pm (a więc o rozmiarze typowego atomu). Wartości te nazywamy *poziomami energetycznymi*. Na rysunku 39.3 przedstawiono je jako poziomy lub szczeble drabinki na *diagramie poziomów energetycznych*. Energia jest odłożona na osi pionowej, osi poziomej nie przypisujemy żadnej wielkości.

Stan kwantowy o najniższej możliwej energii E_1 dozwolonej przez równanie (39.4), którego liczba kwantowa *n* wynosi 1, nazywany jest *stanem podstawowym* elektronu. Elektron dąży do zajęcia tego stanu o najniższej energii. Wszystkie stany kwantowe o wyższych energiach (odpowiadające liczbom kwantowym n = 2 lub więcej) zwane są *stanami wzbudzonymi* elektronu. Stan kwantowy o energii E_2 , dla którego n = 2, nazywany jest *pierwszym stanem wzbudzonym*, ponieważ jest pierwszym ze stanów wzbudzonych, jakie napotykamy, przesuwając się na schemacie poziomów energetycznych ku wyższym energiom. Inne stany nazywamy podobnie.

Zmiany energii

Elektron w pułapce dąży do zajęcia stanu o najniższej dozwolonej energii, a zatem do zajęcia stanu podstawowego. Stan elektronu można zmienić na stan wzbudzony (stan o wyższej energii) tylko przez dostarczenie ze źródła zewnętrznego dodatkowej energii, której wartość odpowiada tej zmianie. Niech E_n będzie energią początkową elektronu, E_w zaś będzie większą energią stanu znajdującego się wyżej na diagramie poziomów energetycznych. Energia niezbędna do zmiany stanu takiego elektronu będzie wówczas równa

$$\Delta E = E_{\rm w} - E_{\rm n}.\tag{39.5}$$

Kiedy elektron otrzyma taką energię, mówimy, że następuje *przejście kwantowe* (*przeskok kwantowy*) lub że elektron zostaje *wzbudzony* ze stanu o niższej energii do stanu o energii wyższej. Na rysunku 39.4a pokazano takie przejście ze stanu podstawowego (z poziomu o energii E_1) do trzeciego stanu wzbudzonego (na poziom o energii E_4). Jak widać na rysunku, przejście takie *musi* zachodzić pomiędzy dwoma poziomami energetycznymi,



Rys. 39.3. Kilka dozwolonych energii elektronu zlokalizowanego w nieskończonej studni z rysunku 39.2. Szerokość studni L = 100 pm



może on wrócić do poziomu o niższej energii na różne sposoby (o wyborze decyduje przypadek)



Rys. 39.4. a) Wzbudzenie uwięzionego elektronu ze stanu podstawowego do trzeciego stanu wzbudzonego. b)–d) Trzy z czterech możliwych sposobów powrotu elektronu ze stanu wzbudzonego do stanu podstawowego. (Jaki sposób nie został pokazany?) może jednak pomijać po drodze jeden lub więcej poziomów o energiach pośrednich.

Fotony Jednym ze sposobów uzyskania przez elektron energii niezbędnej do przejścia na wyższy poziom energetyczny jest pochłonięcie fotonu. Jednak takie pochłonięcie i odpowiednie przejście może nastąpić wyłącznie wtedy, gdy spełniony jest następujący warunek:

Aby zlokalizowany elektron mógł pochłonąć foton, energia fotonu hv musi być równa różnicy energii ΔE pomiędzy początkowym poziomem energetycznym elektronu a wyższym poziomem energetycznym.

Zatem wzbudzenie elektronu w wyniku absorpcji światła wymaga spełnienia warunku

$$hv = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E = E_{\rm w} - E_{\rm n}.$$
 (39.6)

Kiedy elektron osiąga stan wzbudzony, nie pozostaje w nim w nieskończoność, lecz szybko ulega *deekscytacji*, zmniejszając swoją energię. Na rysunkach 39.4b–39.4d przedstawiono niektóre z możliwych przejść kwantowych z poziomu energetycznego trzeciego stanu wzbudzonego. Elektron taki może osiągnąć stan podstawowy albo dokonując jednego przejścia (rys. 39.4b), albo kilku przejść na poziomy pośrednie (rys. 39.4c i d).

Elektron może zmniejszyć swą energię poprzez emisję fotonu, ale tylko w taki sposób:

Aby zlokalizowany elektron mógł wyemitować foton, energia fotonu hv musi być równa różnicy ΔE pomiędzy energią początkowego poziomu energetycznego elektronu a energią niższego poziomu końcowego.

Tak więc równanie (39.6) stosuje się zarówno do pochłaniania, jak i do emisji światła przez zlokalizowany elektron. Oznacza to, że pochłaniane lub emitowane światło może przyjmować wyłącznie pewne określone wartości częstotliwości ν i długości fali λ .

Na marginesie: Równanie (39.6) i naszą dyskusję absorpcji i emisji fotonów można zastosować do fizycznych (rzeczywistych) pułapek elektronowych. Nie nadaje się ona jednak do opisu jednowymiarowych (wyidealizowanych) pułapek elektronowych. Jest to wynik konieczności zachowania momentu pędu w procesie absorpcji lub emisji fotonu. W niniejszej książce pominiemy tę potrzebę i będziemy używać wzoru (39.6) nawet w przypadku pułapek jednowymiarowych.

Sprawdzian 1

Uszereguj następujące pary stanów kwantowych elektronu zlokalizowanego w nieskończonej studni potencjału według malejącej różnicy energii pomiędzy tymi stanami: a) n = 3 i n = 1, b) n = 5 i n = 4, c) n = 4i n = 3.

Przykład 39.01. Poziomy energetyczne w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału

Elektron uwięziony jest w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości L = 100 pm.

 a) Ile wynosi najmniejsza możliwa wartość energii tego elektronu? (Uwięziony elektron nie może mieć zerowej energii).

PODSTAWOWE FAKTY

Lokalizacja elektronu (fali materii) w studni prowadzi do kwantyzacji jego energii. Ponieważ studnia jest nieskończenie głęboka, więc dozwolone wartości energii dane są równaniem (39.4) ($E_n = (h^2/8mL^2)n^2$), w którym liczba kwantowa *n* jest dodatnią liczbą całkowitą.

Najniższy poziom energii: Po podstawieniu do równania (39.4) wartości z przykładu, możemy obliczyć stałą pojawiającą się przed wartością n^2 :

$$\frac{h^2}{8mL^2} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{(8)(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(100 \cdot 10^{-12} \text{ m})^2}$$
$$= 6,031 \cdot 10^{-18} \text{ J}. \tag{39.7}$$

Najmniejsza wartość energii, jaką może mieć elektron, odpowiada najmniejszej wartości liczby kwantowej, która dla stanu podstawowego elektronu wynosi n = 1. Zatem równania (39.4) i (39.7) dają nam

$$E_1 = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)n^2 = (6,031 \cdot 10^{-18} \text{ J})(1)^2$$

\$\approx 6,03 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 37,7 eV (odpowiedź).

b) Ile energii należy dostarczyć elektronowi, aby ze stanu podstawowego przeszedł on do drugiego stanu wzbudzonego?

PODSTAWOWE FAKTY

Najpierw uwaga: Zauważ, że z rysunku 39.3 wynika, że *drugi* stan wzbudzony odpowiada *trzeciemu* poziomowi energetycznemu, o liczbie kwantowej n = 3. Energia niezbędna do przejścia elektronu z poziomu o n = 1 na poziom o n = 3 równa jest zgodnie z równaniem (39.5)

$$\Delta E_{31} = E_3 - E_1. \tag{39.8}$$

Przeskok w górę: Energie E_3 i E_1 zależą od liczby kwantowej *n*, tak jak w równaniu (39.4). Tak więc podstawiając to równanie do równania (39.8) i korzystając

z równania (39.7), otrzymamy

$$\Delta E_{31} = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)(3)^2 - \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)(1)^2$$

= $\frac{h^2}{8mL^2}(3^2 - 1^2)$
= (6,031 \cdot 10^{-18} J) (8)
= 4,83 \cdot 10^{-17} J = 301 eV (odpowiedź).

c) Jaka powinna być długość fali światła, aby pochłaniający je elektron przeszedł z poziomu energetycznego E_1 na poziom E_3 ?

PODSTAWOWE FAKTY

1) Przekazanie energii światła elektronowi musi zajść na skutek absorpcji fotonu. 2) Energia tego fotonu musi być równa różnicy ΔE pomiędzy energią poziomu początkowego i energią poziomu wyższego, zgodnie z równaniem (39.6) ($h\nu = \Delta E$). W innym przypadku foton *nie może* zostać pochłonięty.

Długość fali: Podstawiając zamiast częstotliwości v stosunek c/λ , możemy przepisać wzór (39.6) w postaci

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}.$$
(39.9)

Dla różnicy energii ΔE_{31} znalezionej w punkcie (b) otrzymujemy

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E_{31}}$$

= $\frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{4,83 \cdot 10^{-17} \text{ J}}$
= $4.12 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ (odpowiedź).

d) Światło o jakich długościach fali może wyemitować w trakcie deekscytacji elektron, który znalazł się w drugim stanie wzbudzonym?

PODSTAWOWE FAKTY

- 1. Elektron zamiast pozostawać w stanie wzbudzonym, będzie dążył do obniżenia swojej energii, aż znajdzie się w stanie podstawowym (n = 1).
- 2. Elektron zmniejszający swoją energię musi stracić dokładnie tyle energii, ile jest potrzebne aby znaleźć się na niższym poziomie energetycznym.

3. Jeśli elektron ma utracić energię, emitując przy tym światło, to tracona energia musi być unoszona przez emitowany foton.

Przeskoki w dół: Elektron znajdujący się w drugim stanie wzbudzonym (poziom o n = 3) może przejść do stanu podstawowego (n = 1) *albo* dokonując przeskoku kwantowego bezpośrednio na poziom podstawowy (rys. 39.5a), albo dzięki dwóm *osobnym* przeskokom za pośrednictwem poziomu o n = 2 (rys. 39.5b i c).

Przejście bezpośrednie będzie miało tę samą energię ΔE_{31} , jaką obliczyliśmy w punkcie (c). Zatem długość fali jest taka sama, jak długość fali wyznaczona powyżej — jedyną różnicą jest to, że jest to długość fali światła emitowanego, a nie pochłanianego jak poprzednio. Tak więc elektron może przejść bezpośrednio do stanu podstawowego, emitując światło o długości fali

$$\lambda = 4,12 \cdot 10^{-9} \,\mathrm{m} \qquad (\mathrm{odpowied}\hat{z}).$$

Postępując według przepisu podanego w punkcie (b), można pokazać, że różnice energii odpowiadające przejściom pokazanym na rysunkach 39.5b i c wynoszą

 $\Delta E_{32} = 3,016 \cdot 10^{-17} \text{ J} \quad \text{i} \quad \Delta E_{21} = 1,809 \cdot 10^{-17} \text{ J}.$ pierwszeg **PLUS** Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie *WileyPLUS*.

Korzystając z równania (39.9), możemy zatem stwierdzić, że długość fali światła emitowanego w pierwszym z tych przeskoków (z n = 3 do n = 2) wynosi

$$\lambda = 6,60 \cdot 10^{-9} \,\mathrm{m} \qquad (\mathrm{odpowied}\hat{z}),$$

a długość fali światła emitowanego w drugim przeskoku (zn = 2 do n = 1) równa jest



Rys. 39.5. Powrót z drugiego stanu wzbudzonego do stanu podstawowego bezpośrednio (a) lub za pośrednictwem pierwszego stanu wzbudzonego (b, c)

39.2. FUNKCJE FALOWE ELEKTRONU W PUŁAPCE

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 39.12 dla elektronu uwięzionego w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału zapisać jego funkcję falową, zależną od położenia wewnątrz studni i liczby kwantowej n;
- 39.13 określić, czym jest gęstość prawdopodobieństwa;
- 39.14 zapisać gęstość prawdopodobieństwa elektronu uwięzionego w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału i zajmującego w niej określony stan jako funkcję położenia wewnątrz studni; stwierdzić, że gęstość prawdopodobień-

Podstawowe fakty.

• Funkcje falowe elektronu w nieskończonej, jednowymiarowej studni potencjału o szerokości *L* wzdłuż osi *x* opisuje wzór

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$

gdzie n jest liczbą kwantową.

• Iloczyn $\psi_n^2(x) dx$ opisuje prawdopodobieństwo, że elek-

stwa na zewnątrz studni wynosi zero oraz wyznaczyć prawdopodobieństwo wykrycia elektronu między dwoma danymi położeniami wewnątrz studni;

- 39.15 zdefiniować zasadę korespondencji;
- 39.16 znormalizować daną funkcję falową i objaśnić, co to ma wspólnego z prawdopodobieństwem wykrycia cząstki;
- 39.17 pokazać, że najniższa dopuszczalna energia (tj. energia stanu podstawowego) elektronu uwięzionego w studni nie jest równa zeru.

tron zostanie zaobserwowany w przedziale położeń między x a x + dx.

• Jeżeli gęstość prawdopodobieństwa elektronu zostanie scałkowana wzdłuż całej osi *x*, to całkowite prawdopodobieństwo musi być równe 1:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^2(x) \, \mathrm{d}x = 1$$

Funkcje falowe elektronu w pułapce

Rozwiazujac równanie Schrödingera dla elektronu uwiezionego w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości L i nakładając jako warunki brzegowe żądanie, by rozwiązanie wynosiło zero na brzegach nieskończonych ścianek, stwierdzimy, że jego funkcje falowe mają postać

$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \qquad \text{dla} \ n = 1, 2, 3, \dots$$
 (39.10)

dla $0 \leq x \leq L$ (poza tym obszarem funkcja falowa jest równa zeru). Amplitude A występującą w tym równaniu obliczymy wkrótce.

Zwróć uwage, że funkcje falowe $\psi_n(x)$ mają taką samą postać, jak funkcje $y_n(x)$ określające wychylenie dla fali stojącej w linie rozciągnietej pomiędzy sztywnymi uchwytami (patrz równanie (39.2)). Elektron uwięziony pomiędzy nieskończonymi ścianami potencjału w jednowymiarowej studni możemy sobie wyobrażać jako stojącą falę materii.

Prawdopodobieństwo wykrycia

Funkcji falowej $\psi_n(x)$ nie można wykryć lub bezpośrednio zmierzyć w żaden sposób — nie możemy po prostu zajrzeć do studni, żeby zobaczyć te falę, tak jak można zobaczyć na przykład falę w wannie wypełnionej wodą. Możemy jedynie umieścić tam jakiś czujnik i spróbować wykryć elektron, czyli stwierdzić jego obecność w pewnym punkcie x wewnątrz studni.

Jeśli powtarzalibyśmy taką procedurę detekcji w wielu punktach wewnątrz studni, zobaczylibyśmy, że prawdopodobieństwo wykrycia elektronu zależy od położenia detektora x. W istocie prawdopodobieństwo to jest związane z położeniem za pomocą gęstości prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$. Przypomnij sobie z podrozdziału 38.6, iż w ogólności prawdopodobieństwo, że cząstkę można wykryć w pewnej nieskończenie małej objętości dookoła pewnego punktu, jest proporcjonalne do $|\psi_n|^2$. W przypadku elektronu uwięzionego w jednowymiarowej studni potencjału interesuje nas tylko wykrywanie elektronu wzdłuż osi x. Zatem gęstość prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$ jest tu prawdopodobieństwem przypadającym na jednostkę długości osi x. (Możemy w tym przypadku pominąć znak wartości bezwzględnej, ponieważ funkcja $\psi_n(x)$ w równaniu (39.10) ma wartości rzeczywiste, a nie zespolone). Prawdopodobieństwo p(x) wykrycia elektronu w punkcie x wewnatrz studni wynosi

$$\begin{pmatrix} \text{prawdopodobieństwo } p(x) \text{ wykrycia} \\ \text{elektronu wewnątrz odcinka dx} \\ \text{w otoczeniu punktu } x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{gęstość prawdopodobieństwa} \\ \psi_n^2(x) \text{ w punkcie } x \end{pmatrix} (\text{szerokość dx}),$$

czyn

$$p(x) = \psi_n^2(x) \,\mathrm{d}x.$$
 (39.11)

Widzimy z równania (39.10), że gęstość prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$ znalezienia uwięzionego elektronu w punkcie x odcinka $0 \le x \le L$ (funkcja falowa poza tym obszarem równa się zeru) jest równa



Rys. 39.6. Gęstość prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$ dla czterech stanów elektronu uwięzionego w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału, których liczby kwantowe równe są n = 1, 2, 3, 15. Prawdopodobieństwo znalezienia elektronu jest największe tam, gdzie największa jest gęstość prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$. Prawdopodobieństwo to jest najmniejsze tam, gdzie gęstość prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$ jest najmniejsza

$$\psi_n^2(x) = A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \qquad \text{dla} \ n = 1, 2, 3, \dots$$
 (39.12)

Na rysunku 39.6 przedstawione są wykresy gęstości prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$ dla stanów n = 1, 2, 3 i 15 w nieskończonej studni o szerokości *L* równej 100 pm.

Aby wyznaczyć prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w dowolnej skończonej części studni — powiedzmy pomiędzy punktami x_1 i x_2 musimy scałkować prawdopodobieństwo p(x) pomiędzy tymi punktami. Tak więc z równań (39.11) i (39.12) wynika

$$\begin{pmatrix} \text{prawdopodobieństwo wykrycia} \\ \text{elektronu pomiędzy } x_1 \text{ i } x_2 \end{pmatrix} = \int_{x_1}^{x_2} p(x) \\ = \int_{x_1}^{x_2} A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx. \quad (39.13)$$

Jeśli obszar Δx , w którym poszukujemy elektronu, jest o wiele mniejszy od szerokości studni *L*, możemy zwykle przybliżyć całkę w równaniu 39.13 do iloczynu $p(x)\Delta x$, gdzie p(x) obliczone jest w środku Δx .

W ujęciu klasycznym spodziewalibyśmy się, że uwięziony elektron będzie wykrywany z jednakowym prawdopodobieństwem w każdej części studni. Z rysunku 39.6 widzimy, że tak nie jest. Na przykład, przyglądając się temu rysunkowi lub równaniu (39.12), zobaczymy, że dla stanu o n = 2najbardziej prawdopodobne jest wykrycie elektronu w pobliżu x = 25 pm i x = 75 pm. Prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w pobliżu x = 0, x = 50 pm i x = 100 pm jest natomiast bliskie zera.

Przypadek n = 15 na rysunku 39.6 sugeruje, że ze wzrostem liczby kwantowej n prawdopodobieństwo wykrycia elektronu w obszarze studni staje się coraz bardziej jednorodne. Wynik ten jest przykładem ogólnej zasady zwanej **zasadą odpowiedniości (korespondencji)**:

Dla dostatecznie dużych liczb kwantowych przewidywania fizyki kwantowej przechodzą w sposób ciągły w przewidywania fizyki klasycznej.

Zasada ta, wysunięta po raz pierwszy przez duńskiego fizyka Nielsa Bohra, ma zastosowanie do wszystkich przewidywań teorii kwantowej.

Sprawdzian 2

Na rysunku pokazane są trzy nieskończone studnie potencjału o szerokościach L, 2L i 3L. Każda z nich zawiera elektron znajdujący się w stanie o n = 10. Uszereguj te studnie według malejącej: a) liczby maksimów gęstości prawdopodobieństwa elektronu i b) energii elektronu.



Normalizacja

Iloczyn $\psi_n^2(x)dx$ określa prawdopodobieństwo, że elektron w nieskończonej studni można wykryć na odcinku osi x pomiędzy x i x + dx. Wiemy, że taki elektron musi być *gdzieś* wewnątrz nieskończonej studni. Ponieważ prawdopodobieństwo równe 1 odpowiada pewności, musi być spełniony warunek

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^2(x) dx = 1 \qquad \text{(równanie normalizacyjne).} \tag{39.14}$$

Mimo że całkowanie obejmuje całą oś x, to tylko obszar od x = 0 do x = L daje jakiś wkład do prawdopodobieństwa. Graficznie całka z równania (39.14) jest równa polu powierzchni pod wykresem każdej z funkcji pokazanych na rysunku 39.6. Jeśli do równania (39.14) podstawimy wartość gęstości prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$ z równania (39.12), to otrzymamy $A = \sqrt{2/L}$. Taki proces, polegający na skorzystaniu z równania (39.14) w celu obliczenia amplitudy funkcji falowej, nazywany jest **normalizacją** funkcji falowej. Procedura ta ma zastosowanie do *wszystkich* jednowymiarowych funkcji falowych.

Energia stanu podstawowego

Wstawiając do równania (39.4) wartość n = 1, definiujemy stan elektronu w nieskończonej studni potencjału o najniższej energii — stan podstawowy. To w tym stanie będzie znajdował się zlokalizowany elektron, chyba że dostarczymy mu energię, aby go przenieść do stanu wzbudzonego.

Można zapytać, dlaczego do możliwych liczb kwantowych n w równaniu (39.4) nie dołączymy wartości n = 0? Podstawienie do równania (39.12) wartości n = 0 prowadziłoby w istocie do stanu podstawowego o zerowej energii. Ale podstawienie do tego równania wartości n = 0 spowodowałoby także zerowanie się ψ_n^2 dla wszystkich wartości x, co można interpretować jedynie jako brak elektronu w studni. Jednak wiemy, że elektron tam jest, a więc n = 0 nie jest możliwą liczbą kwantową.

Konkluzja, że układy zlokalizowane nie mogą istnieć w stanach o energii zerowej, jest bardzo ważnym wynikiem fizyki kwantowej. Układy zlokalizowane w stanie podstawowym muszą zawsze mieć pewną minimalną energię, zwaną czasem **energią drgań zerowych**.

Energię stanu podstawowego możemy dowolnie zmniejszać, poszerzając nieskończoną studnię potencjału, a więc zwiększając w równaniu (39.4) wartość L dla n = 1. W granicy $L \to \infty$ energia stanu podstawowego $E_1 \to 0$. Jednakże wówczas elektron staje się cząstką swobodną, nieograniczoną w swym ruchu wzdłuż osi x. A ze względu na to, że energia cząstki swobodnej nie jest skwantowana, może ona przyjmować dowolne wartości, także wartość zero. Jedynie cząstka zlokalizowana musi mieć skończoną energię stanu podstawowego i nigdy nie może pozostawać w spoczynku.



Sprawdzian 3

W nieskończonych studniach potencjału o jednakowych szerokościach zlokalizowane są następujące cząstki: a) elektron, b) proton, c) deuteron i d) cząstka α . Podana kolejność odpowiada ich rosnącej masie. Uszereguj te cząstki zgodnie z malejącą energią stanu podstawowego.

Przykład 39.02. Prawdopodobieństwo wykrycia elektronu w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału

Elektron w stanie podstawowym jest zlokalizowany w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału z rysunku 39.2 o szerokości L = 100 pm.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że elektron można znaleźć w tej studni w obszarze pomiędzy $x_1 = 0$ i $x_2 = L/3$?

PODSTAWOWE FAKTY

1) Badając jedną trzecią szerokości studni po jej lewej stronie, nie wiemy, czy znajdziemy tam elektron. Możemy jednak obliczyć prawdopodobieństwo wykrycia tego elektronu, korzystając z całki (39.13). 2) Prawdopodobieństwo to w dużym stopniu zależy od stanu, w którym znajduje się elektron, a więc od wartości liczby kwantowej n.

Obliczenia: Ponieważ elektron, o którym mowa w zadaniu, znajduje się w stanie podstawowym, więc do równania (39.13) wstawiamy n = 1. Granicami całkowania będą w naszym przypadku położenia $x_1 = 0$ i $x_2 = L/3$, a żeby funkcja falowa była znormalizowana, przypisujemy amplitudzie A wartość $\sqrt{2/L}$. Widzimy zatem, że

prawdopodobieństwo wykrycia elektronu w jednej trzeciej szerokości studni po jej lewej stronie

$$= \int_{0}^{L/3} \frac{2}{L} \sin^2\left(\frac{1\pi}{L}x\right) \mathrm{d}x.$$

Moglibyśmy wyznaczyć to prawdopodobieństwo, podstawiając za L wartość $100 \cdot 10^{-12}$ m i wykonując obliczenia numeryczne za pomocą kalkulatora lub komputera. Tu jednak obliczymy tę wartość "ręcznie". Wpierw przejdziemy do nowej zmiennej całkowania y:

$$y = \frac{\pi}{L}x$$
, skąd $dx = \frac{L}{\pi}dy$.

Z pierwszego z tych równań znajdujemy nowe granice całkowania $y_1 = 0$ dla $x_1 = 0$ oraz $y_2 = \pi/3$ dla $x_2 = L/3$. Musimy zatem obliczyć

prawdopodobieństwo =
$$\left(\frac{2}{L}\right)\left(\frac{L}{\pi}\right)\int_{0}^{\pi/3} (\sin^2 y) dy.$$

Wynik całkowania otrzymujemy, korzystając z całki 11 z dodatku E. W rezultacie

prawdopodobieństwo = $\frac{2}{\pi} \left[\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4} \right]_0^{\pi/3} = 0,20.$

Mamy zatem

$$\begin{pmatrix} \text{prawdopodobieństwo wykrycia elektronu} \\ \text{w jednej trzeciej szerokości studni} \\ \text{po jej lewej stronie} \end{pmatrix} = 0,20$$

(odpowiedź).

Tak więc powtarzając wielokrotnie próbę wykrycia elektronu w jednej trzeciej szerokości studni po jej lewej stronie, stwierdzimy jego obecność w tym obszarze w 20% przypadków.

b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że elektron można wykryć pomiędzy $x_1 = L/3$ i $x_2 = 2L/3$?

Rozumowanie: Wiemy już, że prawdopodobieństwo znalezienia elektronu po lewej stronie studni pomiędzy $x_1 = 0$ i $x_2 = L/3$ wynosi 0,20. Ze względu na symetrię problemu prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w jednej trzeciej szerokości studni po jej prawej stronie jest także równe 0,20. Ponieważ elektron na pewno znajduje się w studni, więc prawdopodobieństwo jego wykrycia w całej studni jest równe 1. Zatem prawdopodobieństwo wykrycia elektronu w środkowej jednej trzeciej szerokości studni wynosi:

 $\begin{pmatrix} \text{prawdopodobieństwo wykrycia elektronu} \\ \text{w środkowej jednej trzeciej części studni} \end{pmatrix} = 1 - 0.20 - 0.20 = 0.60$

(odpowiedź).

Przykład 39.03. Normalizowanie funkcji falowej w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału

Oblicz amplitudę A w równaniu (39.10) dla nieskończonej studni potencjału rozciągającej się od x = 0 do x = L.

PODSTAWOWE FAKTY

Funkcje falowe w równaniu (39.10) muszą spełniać warunek normalizacji z równania (39.14), a więc prawdopodobieństwo znalezienia elektronu gdziekolwiek wzdłuż osi x musi wynosić 1.

Obliczenia: Podstawiając równanie (39.10) do równania (39.14) i wyciągając stałą *A* przed znak całki, otrzymujemy

$$A^{2} \int_{0}^{L} \sin^{2}\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx = 1.$$
 (39.15)

Zmieniliśmy granice całkowania z $-\infty$ i $+\infty$ na 0 i L, ponieważ poza tymi nowymi granicami funkcja falowa jest równa zeru.

Całkę (39.15) można uprościć przez zamianę zmiennej *x* na bezwymiarową zmienną *y* określoną wzorem

$$y = \frac{n\pi}{L}x.$$
 (39.16)

Tak więc

$$\mathrm{d}x = \frac{L}{n\pi}\mathrm{d}y$$

Zmieniając zmienną całkowania, musimy także zmienić (powtórnie) granice całkowania. Równanie (39.16) mówi, że y = 0, kiedy x = 0 oraz $y = n\pi$, gdy x = L, tak więc 0 i $n\pi$ są nowymi granicami całkowania. Po tych wszystkich podstawieniach równanie (39.15) przybiera postać

$$A^2 \frac{L}{n\pi} \int_0^{n\pi} (\sin^2 y) \, \mathrm{d}y = 1$$

Wynik całkowania otrzymujemy, korzystając z całki 11 z dodatku E. W rezultacie

$$\frac{A^2 L}{n\pi} \left[\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4} \right]_0^{n\pi} = 1$$

i dalej

$$\frac{A^2L}{n\pi}\frac{n\pi}{2} = 1.$$

Tak wiec

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}} \qquad (odpowiedź). (39.17)$$

Wynik ten oznacza, że wymiarem A^2 , a zatem wymiarem $\psi_n^2(x)$ jest odwrotność długości. Ma to sens, ponieważ gęstość prawdopodobieństwa z równania (39.12) jest prawdopodobieństwem przypadającym *na jednostkę długości.*

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

39.3. ELEKTRON W SKOŃCZONEJ STUDNI POTENCJAŁU

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 39.18 naszkicować jednowymiarową, skończoną studnię potencjału, zaznaczając jej szerokość i wysokość;
- 39.19 dla elektronu uwięzionego w skończonej studni o danych poziomach energii, naszkicować diagram poziomów energetycznych, wskazać obszar nieskwantowany i porównać energie oraz długości fali de Broglie'a z przypadkiem studni nieskończonej o tej samej szerokości;
- 39.20 w przypadku elektronu uwięzionego w skończonej studni wyjaśnić, w jaki sposób wyznacza się funkcje falowe dla stanów dozwolonych;
- 39.21 dla elektronu uwięzionego w skończonej studni o danej liczbie kwantowej naszkicować gęstość prawdopodobieństwa jako funkcję położenia wzdłuż całej studni, aż do jej ścianek;
- 39.22 wykazać, że uwięziony elektron może istnieć jedynie w stanach dozwolonych i związać energię danego stanu z energią kinetyczną elektronu;
- 39.23 obliczyć energię, jaką musi zaabsorbować lub wyemitować elektron, aby dokonać przeskoku między stanami dozwolonymi lub między stanem dozwolonym a dowolną wartością energii w obszarze nieskwantowanym;

- 39.24 jeśli w przeskoku kwantowym uczestniczy kwant światła, zastosować związek między zmianą energii a częstotliwością lub długością fali fotonu;
- 39.25 obliczyć najmniejszą energię potrzebną elektronowi w danym stanie dozwolonym skończonej studni, by wydo-

Podstawowe fakty

 Funkcja falowa dla elektronu w skończonej jednowymiarowej studni potencjału rozciąga się poza ścianki studni, malejąc eksponencjalnie z głębokością. stał się z niej, oraz energię kinetyczną, z jaką opuści studnię, jeżeli otrzyma wiekszą ilość energii;

39.26 zidentyfikować widma emisyjne i absorpcyjne elektronu w jednowymiarowej skończonej studni potencjału uwzględniając wpadnięcie elektronu do studni i opuszczenie jej;

 W porównaniu ze stanami w nieskończonej studni, stany w studni skończonej o tej samej szerokości mają większe długości fali de Broglie'a, niższe energie i jest ich skończona liczba.



Rys. 39.7. *Skończona* studnia energii potencjalnej. Głębokość studni wynosi U_0 , jej szerokość zaś *L*. Tak jak w nieskończonej studni potencjału z rysunku 39.2, ruch uwięzionego elektronu jest ograniczony do kierunku *x*



Rys. 39.8. Pierwsze trzy gęstości prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$ dla elektronu uwięzionego w skończonej studni potencjału o głębokości $U_0 = 450 \text{ eV}$ i szerokości L = 100 pm. Dozwolone sąjedynie stany o liczbach kwantowych n = 1, 2, 3 i 4

Elektron w skończonej studni potencjału

Studnia energii potencjalnej o nieskończonej głębokości jest idealizacją. Na rysunku 39.7 pokazano rzeczywistą studnię potencjału, taką, w której energia potencjalna elektronu poza studnią nie jest nieskończenie duża, ale ma skończoną dodatnią wartość U_0 , zwaną **głębokością studni**. Analogia pomiędzy falami w naprężonej linie i falami materii w przypadku studni o skończonej głębokości zawodzi. Nie możemy być dłużej pewni, że węzły fali materii istnieją w punktach x = 0 i x = L. (Jak zobaczymy, nie jest to prawda).

Aby znaleźć funkcje falowe opisujące stany kwantowe elektronu w skończonej studni z rysunku 39.7, *musimy* powrócić do równania Schrödingera — podstawowego równania fizyki kwantowej. Z podrozdziału 38.6 przypominamy sobie, że w przypadku ruchu w jednym wymiarze używamy równania Schrödingera w postaci równania (38.19):

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - U(x)]\psi = 0. \tag{39.18}$$

Nie rozwiążemy tego równania dla studni skończonej, ale podamy po prostu wyniki dla konkretnych wartości U_0 i L. Na rysunku 39.8 wyniki te pokazane są w postaci wykresów gęstości prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$ dla studni o głębokości $U_0 = 450$ eV i szerokości L = 100 pm.

Gęstość prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$ dla każdego z wykresów na rysunku 39.8 spełnia równanie normalizacyjne (39.14), tak więc wiadomo, że pola pod wszystkimi trzema wykresami gęstości prawdopodobieństwa równe są 1.

Porównując rysunek 39.8 dla skończonej studni z rysunkiem 39.6 dla studni nieskończonej, zauważysz pewną uderzającą różnicę. W przypadku studni skończonej elektronowa fala materii wnika w ściany studni, to znaczy w obszar, w którym mechanika klasyczna zabrania istnienia elektronu. Wnikanie to nie powinno nas zaskoczyć, ponieważ zobaczyliśmy w podrozdziale 38.9, że elektron może tunelować przez barierę energii potencjalnej. Wnikanie w ściany studni potencjału o skończonej głębokości jest podobnym zjawiskiem. Z wykresów gęstości prawdopodobieństwa ψ^2 na rysunku 39.8 widać, że im większa jest wartość liczby kwantowej *n*, tym silniejsze jest to wnikanie.

Ponieważ fala materii *wnika* do ścian skończonej studni potencjału, więc długość fali λ dla każdego stanu kwantowego jest większa, kiedy

elektron jest zlokalizowany w skończonej studni potencjału, niż kiedy jest uwięziony w studni nieskończonej o tej samej szerokości L. Z równania (39.3) ($\lambda = h/\sqrt{2mE}$) wynika, że energia E dla każdego takiego stanu jest mniejsza w studni skończonej niż w studni nieskończonej.

Ten fakt pozwala na przybliżone określenie diagramu poziomów energetycznych dla elektronu uwięzionego w skończonej studni potencjału. Jako przykład możemy rozważyć taki diagram dla skończonej studni z rysunku 39.8 o szerokości L = 100 pm i głębokości $U_0 = 450$ eV. Diagram poziomów energetycznych dla studni *nieskończonej* o takiej samej szerokości pokazany jest na rysunku 39.3. Najpierw usuwamy część rysunku 39.3 znajdującą się powyżej 450 eV. Następnie obniżamy pozostałe cztery poziomy energetyczne, przesuwając najbardziej poziom o n = 4, gdyż wnikanie fali w ściany jest dla tego poziomu najsilniejsze. W wyniku otrzymujemy przybliżony diagram poziomów energetycznych dla skończonej studni potencjału. Właściwy diagram pokazany jest na rysunku 39.9.

Na rysunku tym elektron o energii większej niż U_0 (= 450 eV) ma zbyt dużą energię, aby zostać uwięziony w skończonej studni. Taki elektron nie jest zlokalizowany, a jego energia nie jest skwantowana, czyli nie jest ograniczona do pewnych wartości. Aby elektron uwięziony w studni mógł osiągnąć tę *nieskwantowaną* część diagramu poziomów energetycznych, musi on w jakiś sposób otrzymać na tyle dużo energii, aby jego energia mechaniczna była równa 450 eV lub więcej. W taki sposób zlokalizowany elektron stanie się elektronem swobodnym.

450 $E_4 = 393 \text{ eV}$ $E_2 = 106 \text{ eV}$ 0 $E_1 = 27 \text{ eV}$

Rys. 39.9. Diagram poziomów energetycznych odpowiadający gęstościom prawdopodobieństwa z rysunku 39.8. Elektron zlokalizowany w skończonej studni potencjału może przyjmować jedynie energie odpowiadające stanom o liczbach kwantowych n = 1, 2, 3 i 4. Elektron o energii większej niż 450 eV nie jest uwięziony, zatem jego energia nie jest skwantowana

Przykład 39.04. Elektron uciekający ze skończonej studni potencjału

Załóżmy, że w skończonej studni potencjału o głębokości $U_0 = 450$ eV i szerokości L = 100 pm został uwięziony pojedynczy elektron w stanie podstawowym.

a) Ile wynosi długość fali światła wystarczającego zaledwie do uwolnienia tego elektronu w wyniku pojedynczego aktu absorpcji fotonu?

PODSTAWOWE FAKTY

Uwolnienie elektronu wymaga dostarczenia mu wystarczająco dużo energii, aby dokonał przeskoku kwantowego do obszarzu nieskwantowanych energii z rysunku 39.9. Tak więc musi on po absorpcji fotonu mieć energię co najmniej równą U_0 (= 450 eV).

Zaledwie uwolnienie: Elektron pierwotnie znajduje się w stanie podstawowym o energii $E_1 = 27$ eV. Zatem do uwolnienia elektronu trzeba dostarczyć mu energię równą co najmniej

$$U_0 - E_1 = 450 \text{ eV} - 27 \text{ eV} = 423 \text{ eV}$$

Tak więc elektron musi otrzymać przynajmniej taką energię. Po zamianie częstotliwości ν w równaniu

(39.6)
$$(h\nu = E_{\rm w} - E_{\rm n})$$
 na c/λ otrzymujemy
$$\frac{hc}{\lambda} = U_0 - E_1,$$

skąd znajdujemy

$$\lambda = \frac{hc}{U_0 - E_1}$$

= $\frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{(423 \text{ eV})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV})}$

$$= 2,94 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 2,94 \text{ nm}$$
 (odpowiedź).

Zatem jeżeli $\lambda = 2,94$ nm, elektronowi udaje się zaledwie uwolnić ze studni.

b) Czy elektron znajdujący się początkowo w stanie podstawowym w studni może pochłonąć światło o długości fali 2,00 nm? Jeśli tak, to ile wynosi jego energia po pochłonięciu fotonu?

PODSTAWOWE FAKTY

1. W punkcie (a) stwierdziliśmy, że światło o długości fali 2,94 nm wystarczy zaledwie do uwolnienia elektronu ze studni potencjału.

- 2. Rozważamy teraz światło o mniejszej długości fali, równej 2,00 nm, a więc o większej energii fotonu $(h\nu = hc/\lambda)$.
- Zatem elektron *może* pochłonąć foton takiego światła. W wyniku przekazu energii elektron nie tylko zostanie uwolniony, ale będzie miał pewną energię kinetyczną. Co więcej, ponieważ elektron nie będzie już uwięziony, jego energia nie będzie skwantowana.

Uwolnienie z nadwyżką: Energia przekazana elektronowi to energia fotonu:

$$hv = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{2,00 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$$
$$= 9,95 \cdot 10^{-17} \text{ J} = 622 \text{ eV}.$$

Z rozwiązania punktu (a) wynika, że energia wystarczająca do uwolnienia elektronu ze studni wynosi $U_0 - E_1$ (= 423 eV). Pozostała część energii fotonu, równej 622 eV, zamienia się na energię kinetyczną. Tak więc energia kinetyczna uwolnionego elektronu równa jest

$$E_{\rm k} = h\nu - (U_0 - E_1)$$

= 622 eV - 423 eV = 199 eV (odpowiedź).

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

39.4. DWU- I TRÓJWYMIAROWE PUŁAPKI ELEKTRONÓW

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 39.27 rozważać nanokryształy jako pułapki elektronów i wyjaśnić, jak progowa długość fali determinuje ich kolor;
- 39.28 określić, czym są kropki i zagrody kwantowe;
- 39.29 dla danego stanu elektronu w nieskończonej studni potencjału o dwóch lub trzech wymiarach napisać wzór na funkcję falową i gęstość prawdopodobieństwa, a następnie obliczyć prawdopodobieństwo wykrycia w danym obszarze studni;
- 39.30 dla danego stanu elektronu w nieskończonej studni potencjału o dwóch lub trzech wymiarach obliczyć energie do-

Podstawowe fakty

 Skwantowane energie elektronu uwięzionego w dwuwymiarowej, nieskończonej studni potencjału, tworzącej prostokątną zagrodę, mają postać

$$E_{nx,ny} = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} \right),$$

gdzie nx jest liczbą kwantową związaną z szerokością stud-

zwolone i narysować diagram poziomów energetycznych, zaznaczając na nim liczby kwantowe, stan podstawowy oraz kilka stanów wzbudzonych;

- 39.31 określić, czym są stany zdegenerowane;
- 39.32 obliczyć energię, jaką musi pochłonąć lub wyemitować elektron, by dokonać przeskoku między stanami dozwolonymi w dwu- lub trójwymiarowych pułapkach;
- 39.33 jeżeli w przeskoku kwantowym bierze udział kwant światła, stosować związki pomiędzy zmianą energii a częstotliwością i długością fali fotonu.

ni L_x , a n_y jest liczbą kwantową związaną z szerokością studni L_y .

• Funkcje falowe elektronu w dwuwymiarowej studni potencjału mają postać

$$\psi_{nx,ny} = \sqrt{\frac{2}{L_x}} \sin\left(\frac{n_x \pi}{L_x}x\right) \sqrt{\frac{2}{L_y}} \sin\left(\frac{n_y \pi}{L_y}y\right).$$

Inne pułapki elektronów

Omówimy teraz trzy inne typy pułapek elektronowych.

Nanokryształy

Być może najprostszym sposobem skonstruowania studni energii potencjalnej w warunkach laboratoryjnych jest przygotowanie próbki materiału półprzewodnikowego w formie proszku o małych — nanometrowych — ziarnach o jednorodnych rozmiarach. Każde z takich ziaren — każdy **nanokryształ** — działa jak studnia potencjału dla uwięzionych w nim elektronów.

Równanie (39.4) ($E = (h^2/8mL^2)n^2$) pokazuje, że zmniejszając szerokość *L* nieskończonej studni, możemy zwiększać wartości poziomów energetycznych uwięzionego w niej elektronu. Taka zmiana powoduje zwiększenie się możliwych energii fotonów, które może zaabsorbować studnia, a więc przesunięcie się odpowiednich długości fali ku mniejszym wartościom.

Te ogólne wnioski mają zastosowanie również dla studni utworzonych przez nanokryształy. Dany nanokryształ może zaabsorbować fotony o energiach powyżej pewnej wartości progowej E_{prog} (= $h\nu_{\text{prog}}$), czyli o długościach fali poniżej odpowiedniej wartości progowej:

$$\lambda_{\rm prog} = \frac{c}{\nu_{\rm prog}} = \frac{ch}{E_{\rm prog}}.$$

Każde światło, którego długość fali byłaby większa od λ_{prog} , zostałoby przez kryształ rozproszone, a nie pochłonięte. Tak więc barwa, którą przypisujemy danemu nanokryształowi, jest określona przez kompozycję długości fali rozproszonego światła, jaka dociera do ludzkiego oka.

Na przykładowym rysunku 39.10 pokazano dwie próbki wykonane z półprzewodnika — selenku kadmu. Na każdą z nich składa się proszek nanokryształów o jednorodnym rozmiarze. Dolna próbka rozprasza światło z czerwonej części widma. Próbka górna różni się od dolnej *tylko* rozmiarem nanokryształów, które są w niej mniejsze. Z tego powodu jej energia progowa $E_{\rm prog}$ jest większa, a jak to pokazuje powyższy wzór, progowa długość fali $\lambda_{\rm prog}$ jest mniejsza i odpowiada kolorowi zielonemu w paśmie światła widzialnego. Tak więc próbka rozprasza światło czerwone i żółte. Ponieważ składnik żółty okazuje się jaśniejszy, dominującym kolorem będzie właśnie żółty. Uderzająca różnica barwy pomiędzy tymi dwiema próbkami jest nieodpartym dowodem na kwantyzację energii uwięzionych elektronów i na zależność tych energii od rozmiarów pułapki elektronowej.

Kropki kwantowe

Zaawansowane metody służące do produkcji mikroukładów elektronicznych (zwanych popularnie chipami) używanych w komputerach można wykorzystać do konstrukcji pojedynczych studni energii potencjalnej. Studnie takie, budowane atom po atomie, zachowują się pod wieloma względami jak sztuczne atomy. Te **kropki kwantowe**, jak się je zwykle nazywa, znajdują obiecujące zastosowania w optoelektronice i technice komputerowej.

Jedna z metod otrzymywania kropek kwantowych polega na wytworzeniu "kanapki", w której cienka warstwa materiału półprzewodnikowego, oznaczonego na rysunku 39.11a kolorem fioletowym, zostaje umieszczona pomiędzy dwiema warstwami izolującymi. Jedna z tych warstw jest dużo cieńsza niż druga. Na obu końcach dodaje się metalowe pokrywki z przewodzącymi doprowadzeniami. Użyte materiały dobiera się tak, aby energia potencjalna elektronu w warstwie środkowej była mniejsza niż w otaczających ją warstwach izolujących. W ten sposób środkowa warstwa struktury działa jak studnia energii potencjalnej. Na rysunku 39.11b przedstawiono fotografię rzeczywistej kropki kwantowej.

Dolna (ale nie górna) warstwa izolująca na rysunku 39.11a jest dostatecznie cienka, aby po przyłożeniu do kontaktów odpowiedniej róż-



Rys. 39.10. Dwie próbki sproszkowanego półprzewodnika — selenku kadmu, różniące się tylko rozmiarem ziaren. Każde ziarno jest pułapką elektronową. W próbce znajdującej się w dolnej części zdjęcia ziarna są większe i w efekcie mniejsza jest różnica energii pomiędzy poziomami energetycznymi oraz mniejsza progowa energia absorpcji światła. Światło, które nie zostało pochłoniete w próbce, ulegnie rozproszeniu. W rezultacie próbka rozprasza światło o wiekszej długości fali i jest czerwona. Ziarna w próbce górnej są mniejsze, a więc większa jest różnica energii pomiędzy poziomami energetycznymi. Większa progowa energia absorpcji powoduje, że próbka ma barwe żółtą (ilustracja pochodzi z Scientific American, styczeń 1993, str. 119; przedruk za zgodą Michaela Steigerwalda)



nicy potencjałów mogły przez nią tunelować elektrony. W taki sposób można zmieniać liczbę elektronów zlokalizowanych w studni. Taki układ rzeczywiście zachowuje się jak sztuczny atom. Można w nim sterować liczbą elektronów, którą zawiera. Kropki kwantowe mogą być umieszczane w dwuwymiarowych matrycach, co może stanowić doskonałą podstawę układów liczących o wielkiej szybkości i dużej pojemności.



Rys. 39.11. Kropka kwantowa, czyli "sztuczny atom". a) Środkowa warstwa materiału półprzewodnikowego stanowi studnię energii potencjalnej, w której lokalizowane są elektrony. Izolująca warstwa poniżej jest na tyle cienka, że umożliwia tunelowanie elektronów. Dzięki temu przez odpowiednie dobranie napięcia przyłożonego do kontaktów można do środkowej studni dodawać lub zabierać z niej elektrony. b) Zdjęcie rzeczywistej kropki kwantowej (dzięki uprzejmości prof. L.P. Kouwenhovena, Department of Applied Physics and DIMES, Delft University of Technology, Holandia)

Zagrody kwantowe

Podczas pracy skaningowego mikroskopu tunelowego (opisanego w podrozdziale 38.9, rysunek 38.19) jego ostrze działa niewielką siłą na izolowane atomy, które mogą znajdować się na płaskiej powierzchni. Uważnie manipulując ostrzem, można "przeciągać" takie izolowane atomy po powierzchni i umieszczać je w innym położeniu. Tą metodą naukowcy z IBM Almaden Research Center przesuwali atomy żelaza po odpowiednio przy-



Rys. 39.12. Cztery etapy tworzenia zagrody kwantowej. Zwróć uwagę na pojawienie się zmarszczek od elektronów uwięzionych w zagrodzie na końcowym etapie jej tworzenia. (ilustracja pochodzi z: M.F. Crommie, C.P. Lutz, D.M. Eigler, *Science*, 262: 218, 1993; przedruk za zgodą AAAS) gotowanej powierzchni miedzi, ustawiając je na okręgu (zobacz rys. 39.12), który nazwali **zagrodą kwantową** (ang. *quantum corral*). Wynik doświadczenia pokazany jest na zdjęciu otwierającym ten rozdział. Każdy atom żelaza osadzony jest we wgłębieniu na powierzchni miedzi, które jest jednakowo odległe od trzech sąsiadujących ze sobą atomów miedzi. Zagroda została utworzona w niskiej temperaturze (około 4 K), aby zminimalizować przypadkowe ruchy termiczne atomów żelaza.

Zmarszczki widoczne wewnątrz zagrody odpowiadają falom materii związanym z elektronami, które mogą się poruszać po powierzchni miedzi, ale są w dużym stopniu zlokalizowane w studni potencjału zagrody. Wymiary zmarszczek pozostają w doskonałej zgodności z przewidywaniami teorii kwantów.

Dwu- i trójwymiarowe pułapki elektronów

W następnym podrozdziale omówimy atom wodoru będący trójwymiarową skończoną studnią potencjału. Na rozgrzewkę przed tymi rozważaniami rozszerzymy naszą dyskusję skończonych studni potencjału na dwa i trzy wymiary.

Zagroda prostokątna

Na rysunku 39.13 pokazano prostokątny obszar, do którego może być ograniczony ruch elektronu w dwuwymiarowej wersji rysunku 39.2. Jest to dwuwymiarowa nieskończona studnia potencjału o wymiarach L_x i L_y , tworząca *zagrodę prostokątną*. Zagroda taka mogłaby powstać na powierzchni ciała, jeśli w jakiś sposób udałoby się zapobiec ruchowi elektronu wzdłuż osi *z*, a tym samym uniemożliwić mu opuszczenie tej powierzchni. Przebieg energii potencjalnej wzdłuż każdego boku takiej zagrody musimy sobie wyobrażać w postaci funkcji o nieskończonych wartościach (jak U(x) na rysunku 39.2), utrzymującej elektron w jej wnętrzu.

Rozwiązanie równania Schrödingera pokazuje, że aby elektron był zlokalizowany w prostokątnej zagrodzie z rysunku 39.13, jego fala materii musi pasować osobno do każdego jej wymiaru, dokładnie w taki sam sposób, jak fala materii dla uwięzionego elektronu musi pasować do jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału. Oznacza to, że fala ta jest osobno skwantowana wzdłuż L_x i osobno wzdłuż L_y . Niech n_x będzie liczbą kwantową, dla której fala materii odpowiada wymiarowi L_x , n_y zaś — liczbą kwantową, dla której fala odpowiada wymiarowi L_y . Tak jak w przypadku jednowymiarowej studni potencjału, te liczby kwantowe mogą być tylko dodatnimi liczbami całkowitymi. Aby zapisać znormalizowane funkcje falowe dla tego przypadku, możemy uogólnić wzory (39.10) i (39.17):

$$\psi_{nx,ny} = \sqrt{\frac{2}{L_x}} \sin\left(\frac{n_x \pi}{L_x} x\right) \sqrt{\frac{2}{L_y}} \sin\left(\frac{n_y \pi}{L_y} y\right).$$
(39.19)

Energia elektronu zależy od obu liczb kwantowych. Jest ona sumą energii, jaką miałby elektron, gdyby był zlokalizowany wyłącznie wzdłuż osi *x*, oraz energii, jaką miałby w rezultacie lokalizacji wyłącznie wzdłuż osi *y*. Z równania (39.4) wynika, że możemy przepisać tę sumę jako

$$E_{nx,ny} = \left(\frac{h^2}{8mL_x^2}\right)n_x^2 + \left(\frac{h^2}{8mL_y^2}\right)n_y^2 = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2}\right).$$
 (39.20)



Rys. 39.13. Zagroda prostokątna — dwuwymiarowa wersja nieskończonej studni potencjału z rysunku 39.2 — o wymiarach L_x i L_y



Rys. 39.14. Pudło prostokątne trójwymiarowa wersja nieskończonej studni potencjału z rysunku 39.2 — o wymiarach L_x , L_y i L_z Wzbudzenie elektronu w wyniku absorpcji fotonu i jego deekscytacja z emisją fotonu muszą spełniać takie same wymagania, jak w przypadku pułapek jednowymiarowych. Jednak w naszym przypadku w grę wchodzą dwie liczby kwantowe (n_x i n_y). Z tego powodu różne stany mogą mieć tę samą energię. Stany takie (oraz ich poziomy energetyczne) nazywamy *zdegenerowanymi*.

Pudło prostokątne

Elektron może zostać także uwięziony w trójwymiarowej nieskończonej studni potencjału — *pudle*. Jeśli takie pudło jest prostokątne, tak jak na rysunku 39.14, to równanie Schrödingera pokazuje, że energię elektronu możemy wyrazić jako

$$E_{nx,ny,nz} = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2} \right).$$
(39.21)

W równaniu powyższym n_z jest trzecią liczbą kwantową, odpowiadającą dopasowaniu fali materii do wymiaru L_z .

Sprawdzian 4

Czy według równania (39.20) podstawowy stan energetyczny elektronu w (dwuwymiarowej) prostokątnej zagrodzie to: $E_{0,0}$, $E_{1,0}$, $E_{0,1}$, czy $E_{1,1}$?

Przykład 39.05. Poziomy energii w dwuwymiarowej nieskończonej studni potencjału

Elektron został uwięziony w kwadratowej zagrodzie, będącej dwuwymiarową nieskończoną studnią potencjału (rys. 39.13) o wymiarach $L_x = L_y$.

a) Wyznacz energię najniższych pięciu możliwych poziomów energetycznych elektronu w takiej zagrodzie i skonstruuj odpowiedni diagram poziomów energetycznych.

PODSTAWOWE FAKTY

Jeśli elektron jest uwięziony w dwuwymiarowej prostokątnej studni potencjału, to jego energia zależy od dwóch liczb kwantowych n_x i n_y , zgodnie z równaniem (39.20). Studnia jest kwadratowa, a więc można napisać, że $L_x = L_y = L$.

Poziomy energetyczne: Ponieważ w tym przypadku studnia ma kształt kwadratu, możemy sprowadzić oznaczenia szerokości do $L_x = L_y = L$. Wtedy równanie (39.20) upraszcza się do

$$E_{nx,ny} = \frac{h^2}{8mL^2}(n_x^2 + n_y^2).$$
 (39.22)

Najniższe stany energetyczne odpowiadają małym wartościom liczb kwantowych n_x i n_y , mogących przyjmować dodatnie liczby całkowite 1, 2, ..., ∞ . Podstawiając w równaniu (39.22) te liczby za n_x i n_y , począwszy od najmniejszej wartości 1, możemy uzyskać wartości energii wypisane w tabeli 39.1. Zobaczymy w niej, że różne pary liczb kwantowych (n_x i n_y) prowadzą do takich samych wartości energii. Na przykład stany (1, 2) i (2, 1) mają taką samą energię $5(h^2/8mL^2)$. Każda taka para jest związana ze zdegenerowanym poziomem energetycznym. Zauważ także, że być może

Tabela 39.1.	Poziomy	energetyczne
---------------------	---------	--------------

n_{χ}	n_y	Energia ^a	n_X	n_y	Energia ^a
1	3	10	2	4	20
3	1	10	4	2	20
2	2	8	3	3	18
1	2	5	1	4	17
2	1	5	4	1	17
1	1	2	2	3	13
			3	2	13

^{*a*} wyrażona jako wielokrotność $h^2/8mL^2$

nieoczekiwanie stany (4, 1) i (1, 4) mają niższą energię niż stan (3, 3).

Korzystając z tabeli 39.1 (zwracając uwagę na to, że niektóre poziomy są zdegenerowane), możemy skonstruować diagram poziomów energetycznych przedstawiony na rysunku 39.15.

b) Ile wynosi różnica energii między stanem podstawowym i trzecim stanem wzbudzonym, wyrażona jako wielokrotność $h^2/8mL^2$?

Różnica energii: Z rysunku 39.15 widzimy, że stanem podstawowym jest stan (1, 1) o energii $2(h^2/8mL^2)$. Widzimy także, że trzeci stan wzbudzony (trzeci stan powyżej stanu podstawowego na diagramie poziomów energetycznych) to zdegenerowane stany (1, 3) i (3, 1) o energii $10(h^2/8mL^2)$. Zatem różnica energii ΔE między tymi stanami wynosi

$$\Delta E = 10 \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right) - 2 \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right) = 8 \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)$$
(odpowiedź)





PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

39.5. ATOM WODORU

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- **39.34** opisać model Bohra atomu wodoru i wyjaśnić, jak Bohr wyprowadził skwantowane promienie i energie;
- 39.35 dla danej liczby kwantowej n w modelu Bohra, obliczyć promień elektronu na orbicie, jego energię kinetyczną, potencjalną i całkowitą, okres i częstotliwość obrotu, pęd i moment pędu;
- 39.36 rozróżnić opisy Bohra i Schrödingera atomu wodoru, w tym wskazać różnice między dozwolonymi wartościami momentu pędu;
- **39.37** dla atomu wodoru stosować związek pomiędzy skwantowanymi energiami E_n a liczbą kwantową n;
- 39.38 dla danego przeskoku kwantowego w atomie wodoru, który zachodzi bądź pomiędzy dwoma stanami skwantowanymi, bądź między stanem skwantowanym a nieskwantowanym, obliczyć zmianę energii, a jeśli w przeskoku bierze udział kwant światła, obliczyć jego energię, częstotliwość, długość fali i pęd;
- 39.39 naszkicować diagram poziomów energetycznych w atomie wodoru, zaznaczając stan podstawowy, kilka stanów

wzbudzonych, obszar nieskwantowany, serie Paschena, Balmera oraz Lymana (razem z granicami serii);

- 39.40 dla każdej z serii wskazać przejścia o największych długościach fali, najmniejszych długościach fali w przypadku przejść w dół, granicę serii i obszar jonizacji;
- 39.41 wypisać liczby kwantowe dla danego atomu i zaznaczyć wartości dozwolone;
- **39.42** mając znormalizowaną funkcję kwantową dla danego stanu, znaleźć radialną gęstość prawdopodobieństwa *P*(*r*) i prawdopodobieństwo wykrycia elektronu w danym przedziale promieni;
- 39.43 dla atomu wodoru w stanie podstawowym, narysować wykres radialnej gęstości prawdopodobieństwa w funkcji promienia i zaznaczyć promień Bohra a;
- **39.44** udowodnić, że dana znormalizowana funkcja falowa atomu wodoru spełnia równanie Schrödingera;
- 39.45 odróżnić powłokę od podpowłoki;
- 39.46 objaśnić punktowy rozkład gęstości prawdopodobieństwa.

Podstawowe fakty _

 Model Bohra atomu wodoru, tłumacząc widma emisyjne i absorpcyjne atomu, przewiduje prawidłowe wartości jego poziomów energetycznych, ale jest błędny w niemal każdym innym aspekcie.

• Model Bohra jest modelem planetarnym, w którym elektron krąży po orbicie kołowej wokół protonu z momentem pędu *L* o określonych możliwych wartościach opisanych wzorem

 $L = n\hbar$, dla n = 1, 2, 3, ...,

gdzie n jest liczbą kwantową. Wartość L = 0 jest w tym modelu wzbroniona, co jest sprzeczne z doświadczeniem.

 Rozwiązując równanie Schrödingera dla atomu wodoru, otrzymujemy prawidłowe wartości L oraz skwantowane energie

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,60 \text{ eV}}{n^2} \qquad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$

 Atom (lub elektron w atomie) może zmienić wartość swojej energii jedynie poprzez przeskok kwantowy pomiędzy powyższymi dozwolonymi energiami.

 Jeżeli przeskok odbywa się poprzez absorpcję fotonu (energia atomu wzrasta) lub emisję fotonu (energia atomu maleje), powyższe ograniczenie możliwych zmian energii prowadzi do wzoru na długości fal fotonów

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_{\mathsf{n}}^2} - \frac{1}{n_{\mathsf{w}}^2}\right).$$

gdzie R jest stałą Rydberga:

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1,097\,373\cdot 10^7 \text{ m}^{-1}.$$

• Radialna gęstość prawdopodobieństwa P(r) danego stanu atomu wodoru jest zdefiniowana w ten sposób, że P(r) jest prawdopodobieństwem wykrycia elektronu w dowolnym miejscu obszaru pomiędzy sferami o promieniu r i r + dr (obie sfery o wspólnym środku w jądrze atomowym).

• Warunek normalizacji funkcji falowej wymaga, by

$$\int_{0}^{\infty} P(r) \mathrm{d}r = 1.$$

 Prawdopodobieństwo wykrycia elektronu w obszarze pomiędzy promieniami r₁ i r₂ opisuje wzór

(prawdopodobieństwo wykrycia pomiędzy
$$r_1$$
 a r_2) = $\int_{r_1}^{r_2} P(r) dr$.

Atom wodoru jako pułapka elektronu

Przejdziemy teraz od sztucznych i fikcyjnych pułapek elektronowych do pułapek naturalnych — atomów.

W tym rozdziale skupimy się na najprostszym przykładzie, czyli atomie wodoru. Proton, który stanowi jądro tego atomu, oddziałując z elektronem poprzez siłę kulombowską, utrzymuje go w pułapce. Ponieważ proton jest o wiele bardziej masywny od elektronu, założymy, że tkwi on w miejscu. Pomyślmy więc o atomie jako o nieruchomej pułapce potencjału, w środku której krąży elektron.

Dyskutowaliśmy już szczegółowo fakt, że uwięzienie elektronu skutkuje skwantowaniem energii elektronu E, co pociąga za sobą fakt, że jakakolwiek jej zmiana ΔE może przybierać wyłącznie ustalone wartości. W tym podrozdziale obliczymy skwantowane energie elektronu zamkniętego w atomie wodoru. Do opisu pułapki zastosujemy, przynajmniej co do zasady, równanie Schrödingera, co pozwoli nam uzyskać dozwolone energie i związane z nimi funkcje falowe. Jednak, zależnie od uznania Waszego nauczyciela, przyjrzyjmy się wpierw w ramach dygresji początkom idei skwantowania atomów, wtedy gdy była ona koncepcją rewolucyjną.

Model Bohra atomu wodoru jako szczęśliwy zbieg okoliczności

Na początku XX wieku naukowcy rozumieli, że materia składa się z miniaturowych elementów, zwanych atomami, oraz że atom wodoru ma ładunek dodatni o wartości +*e* zlokalizowany w środku, a ujemny –*e* (elektron) na zewnątrz. Jednak nikt nie rozumiał, dlaczego przyciąganie elektryczne pomiędzy elektronem a ładunkiem dodatnim nie sprawi, że te dwa składniki zapadną się na siebie.

Widoczne długości fali. Jedyną podpowiedzią był fakt, że atom wodoru może emitować i pochłaniać światło wyłącznie w czterech długościach fali w paśmie widzialnym (656 nm, 486 nm, 434 nm i 410 nm). Zastanawiano się, dlaczego nie może on emitować wszystkich długości fali, jak na przykład ciało doskonale czarne? W 1913 roku Niels Bohr wpadł na znakomity pomysł, który jednocześnie wyjaśniał nie tylko ograniczenie do czterech dozwolonych długości fal, ale również tłumaczył, dlaczego atom się nie zapada. Jednak jakkolwiek te dwa zjawiska model wyjaśniał, to jego przewidywania okazały się błędne wobec niemal każdej innej własności atomu. Nie odniósł on też szczególnych sukcesów w wyjaśnianiu własności atomów bardziej skomplikowanych od wodoru. Pomimo tego model Bohra jest ważny z historycznego punktu widzenia, gdyż wprowadził on myśl badaczy w fizykę kwantową atomów.

Założenia. Aby stworzyć swój model, Bohr wysunął dwa śmiałe (i niczym niepoparte) postulaty: 1) w atomie wodoru elektron krąży wokół jądra atomowego po okręgu tak jak Ziemia krąży wokół Słońca (rys. 39.16a). 2) Wartość momentu pędu \vec{L} elektronu na swojej orbicie jest ograniczona (skwantowana) jedynie do wartości

$$L = n\hbar,$$
 dla $n = 1, 2, 3, \dots,$ (39.23)

gdzie \hbar (h kreślone) wynosi $h/2\pi$, *n* zaś jest dodatnią liczbą całkowitą (liczbą kwantową). Chcąc otrzymać wzór na skwantowane energie atomu wodoru, podążymy za tymi względnie prostymi argumentami Bohra. Musimy jednak postawić sprawę jasno: elektron *nie* jest zwyczajną cząstką krążącą po orbicie kołowej, a równanie (39.23) *nie* przewiduje prawidłowo dozwolonych wartości momentu pedu (na przykład, brakuje wartości L = 0).

Druga zasada dynamiki Newtona. Jak widzimy na rysunku 39.16a, elektron porusza się ruchem jednostajnym po okręgu, co oznacza, że działa na niego siła dośrodkowa (rys. 39.16b), która powoduje powstanie przyspieszenia dośrodkowego. Tą siłą jest oddziaływanie kulombowskie (zob. równanie (21.4)) pomiędzy elektronem (o ładunku -e) a protonem (o ładunku +e), oddalonymi od siebie o odległość będącą promieniem orbity r. Przyspieszenie dośrodkowe jest równe $a = v^2/r$ (zob. równanie (4.34)), gdzie v jest prędkością elektronu. Możemy zatem zapisać drugą zasadę dynamiki Newtona dla osi radialnej:

$$F = ma,$$

$$-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|-e||e|}{r^2} = m\left(-\frac{v^2}{r}\right),$$
 (39.24)

gdzie m jest masą elektronu.





Korzystając z postulatu Bohra wyrażonego w równaniu (39.23), dokonamy teraz kwantyzacji. Z równania (11.19) wiemy, że wartość momentu pędu *l* cząstki o masie *m* i prędkości *v* poruszającej się po okręgu o promieniu *r* wyraża się wzorem $l = rmv \sin \phi$, gdzie ϕ (kąt pomiędzy \vec{r} a \vec{v}) wynosi 90°. Podstawiając pod *L* w równaniu (39.23) wartość $rmv \sin 90^\circ$, otrzymujemy

$$rmv = n\hbar$$

v

czyli

$$=\frac{n\hbar}{rm}.$$
(39.25)

Po podstawieniu tego związku do równania (39.24), zamianie \hbar na $h/2\pi$ i przekształceniu wyrażenia, otrzymujemy

$$r = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m e^2} n^2$$
, dla $n = 1, 2, 3, \dots$ (39.26)

Możemy to zapisać jako

$$r = an^2$$
, dla $n = 1, 2, 3, ...,$ (39.27)

gdzie

$$a = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m e^2} = 5,291\ 772 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 52,92 \text{ pm.}$$
 (39.28)

Powyższe trzy równania mówią nam, że *w modelu Bohra atomu wodoru* promień orbity elektronu *r* jest skwantowany i najmniejszy możliwy promień orbity (dla n = 1) wynosi *a*. Jest to tak zwany *promień Bohra*. Według modelu Bohra, elektron nie może się bardziej przybliżyć do jądra niż na odległość promienia orbitalnego a — i to jest powodem, dla którego przyciąganie między elektronem a jądrem nie spowoduje zapadnięcia się ich na siebie.

Energia na orbicie jest skwantowana

Znajdźmy teraz w ramach modelu Bohra energię atomu wodoru. Elektron ma energię kinetyczną $E_{\rm k} = \frac{1}{2}mv^2$, a układ elektron–jądro ma elektryczną energię potencjalną $U = q_1q_2/4\pi\varepsilon_0 r$ (zob. równanie (24.46)). Podstawmy ponownie pod q_1 ładunek elektronu -e, pod q_2 zaś ładunek jądra +e. Wówczas energia mechaniczna przybierze postać

$$E = E_{\rm k} + U = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}\right).$$
(39.29)

Wyznaczając mv^2 z równania (39.24) i podstawiając wynik do równania (39.29), dojdziemy do zależności

$$E = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r}.$$
(39.30)

Podstawiając następnie pod r wzór (39.26), otrzymamy

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} \qquad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots,$$
(39.31)

przy czym pojawienie się indeksu n przy energii E i we wzorze sygnalizuje nam, że energia jest skwantowana.

Na podstawie tego równania Bohr potrafił wyznaczyć długości fali światła w paśmie widzialnym, jakie może wysyłać lub pochłaniać atom wodoru. Jednak zanim rozważymy przejście ze wzoru na energię do długości fali, przyjrzyjmy się prawidłowemu modelowi atomu wodoru.

Równanie Schrödingera a atom wodoru

W modelu Schrödingera atomu wodoru elektron (o ładunku -e), przyciągany elektrycznie do protonu (o ładunku +e) zlokalizowanego w środku atomu, tkwi w pułapce energii potencjalnej. Funkcję energii potencjalnej z równania (24.46) zapisujemy jako

$$U(r) = \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$
(39.32)

Ponieważ tym razem studnia jest trójwymiarowa, jest ona bardziej skomplikowana od naszych wcześniejszych jedno- i dwuwymiarowych przypadków. A ze względu na jej skończoność, jest bardziej skomplikowana niż trójwymiarowa studnia z rysunku 39.14. Co więcej, nie ma ona jednoznacznie zlokalizowanych, ostrych ścianek: wysokość ścianki zależy od promienia *r*. Wykres 39.17 to prawdopodobnie maksimum tego, co wiemy o studni potencjału atomu wodoru, ale również w interpretację tego rysunku musimy włożyć pewien wysiłek.

Aby znaleźć prawidłowe dozwolone energie i funkcje falowe dla elektronu uwięzionego w studni potencjału opisanej równaniem (39.32), skorzystamy z równania Schrödingera. Po pewnych przekształceniach dojdziemy do wniosku, że można rozseparować to równanie na trzy niezależne równania różniczkowe, z których dwa pierwsze zależą od kątów, a trzecie — od promienia *r* od jądra. Rozwiązanie tego trzeciego równania wymaga pojawienia się liczby kwantowej *n* i generuje wartości energii E_n elektronu

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}, \qquad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots,$$
(39.33)

(Jest to równanie identyczne ze wzorem, jaki otrzymał Bohr w ramach planetarnego modelu atomu, który był jednak błędny). Po podstawieniu stałych w równaniu (39.33) otrzymujemy



Równanie to mówi nam, że energie E_n atomu wodoru są skwantowane. Oznacza to, że E_n jest ograniczona zależnością od liczby kwantowej n. Ponieważ założyliśmy, że jedynie elektron się porusza, a jądro tkwi w miejscu, możemy przypisać wartości energii z równania (39.34) albo elektronowi, albo atomowi jako całości.

Zmiany energii

Gdy atom wysyła lub pochłania światło, energia atomu wodoru (lub, co jest równoważne, jego elektronu) się zmienia. Jak to zauważyliśmy już kilkakrotnie począwszy od równania (39.6), w emisji lub absorpcji bierze udział kwant światła, zgodnie ze wzorem

$$h\nu = \Delta E = E_{\rm w} - E_{\rm n}.\tag{39.35}$$

Dokonajmy w tym równaniu trzech zmian. Podstawmy po lewej stronie c/λ w miejsce ν . Następnie, po prawej stronie równania podstawmy dwukrotnie wzór (39.33) na energię atomu. Po kilku przekształceniach otrzymamy

$$\frac{1}{\lambda} = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \left(\frac{1}{n_{\rm w}^2} - \frac{1}{n_{\rm n}^2}\right).$$
(39.36)

co możemy przepisać jako

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_{\rm n}^2} - \frac{1}{n_{\rm w}^2} \right),$$
 (39.37)

gdzie R jest stałą Rydberga

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1,097\ 373 \cdot 10^7\ \mathrm{m}^{-1}.$$
 (39.38)

I tak, dla przykładu, jeśli w równaniu (39.36) pod n_n podstawimy 2, a następnie ograniczymy n_w do czterech możliwości: 3, 4, 5 i 6, to otrzymane w ten sposób wartości λ będą dokładnie tymi czterema długościami fal w paśmie widzialnym, jakie może emitować lub pochłaniać atom: 656 nm, 486 nm, 434 nm i 410 nm.

Widmo atomu wodoru

Diagram 39.18a przedstawia poziomy energii odpowiadające kolejnym wartościom *n* w równaniu (39.34). Poziom najniższy, przy n = 1, odpowiada stanowi podstawowemu atomu wodoru. Wyższe poziomy obrazują stany wzbudzone, podobnie jak to już widzieliśmy przy prostszych pułapkach potencjału. Zauważmy jednak kilka różnic: 1) w przypadku atomu energie kolejnych poziomów są ujemne, a nie dodatnie, jak otrzymywaliśmy poprzednio, co było widać np. na rysunkach 39.3 i 39.9. 2) Gdy przesuwamy się ku wyższym energiom, odległości między kolejnymi poziomami maleją. 3) Energia dla największej wartości *n*, czyli w naszym przypadku $n = \infty$, wynosi $E_{\infty} = 0$. Dla każdej energii powyżej $E_{\infty} = 0$ elektron i proton nie są ze sobą związane (nie tworzą atomu wodoru), a obszar E > 0 na rysunku 39.18a można porównać do obszaru nieskwantowanego dla studni skończonej z rysunku 39.9.

Atom wodoru może dokonywać przeskoku kwantowego pomiędzy swymi poziomami energii, emitując lub absorbując światło o długościach



Rys. 39.18. a) Diagram poziomów energii dla atomu wodoru. Niektóre z przejść w: b) serii Lymana, c) serii Balmera i d) serii Paschena. Dla każdej serii na osi długości fali zaznaczone są cztery najdłuższe długości fali oraz granica serii. Przejście jest możliwe przy dowolnej długości fali, która jest krótsza od granicy serii

fali danych wzorem (39.36). Ze względu na sposób, w jaki wyznacza się je w spektroskopie, każda z takich długości fali jest często nazywana *linią*. Linie mogą być emisyjne lub absorpcyjne. Zbiór takich linii nazywamy **widmem** atomu wodoru.

Serie. Mówimy, że linie widmowe wodoru układają się w serie zgodnie z poziomem początkowym lub końcowym przejścia. Na przykład linie emisyjne i absorpcyjne dla wszystkich możliwych przejść na poziom o n = 1 (w przypadku emisji) lub z poziomu o n = 1 (w przypadku absorpcji) tworzą serię Lymana (rys. 39.18b), nazwaną tak od nazwiska jej pierwszego badacza. Tak jak seria Lymana jest związana z przejściami na poziom o n = 1, tak seria Balmera wiąże się z przejściami na poziom o n = 2 (rys. 39.18c), a seria Paschena z przejściami na poziom o n = 3(rys. 39.18d).

Niektóre z przejść kwantowych będących źródłem tych trzech serii pokazano na rysunku 39.18. Cztery linie serii Balmera znajdują się w zakresie widzialnym i na rysunku zaznaczone są strzałkami o odpowiadających im kolorach. Najkrótsza z tych strzałek reprezentuje najkrótsze przejście w tej serii, przejście z poziomu o n = 3 na poziom o n = 2. Tak więc przejście to jest związane z najmniejszą zmianą energii elektronu i odpowiada mu najmniejsza energia emitowanego fotonu z całej serii. Emitowane światło ma czerwoną barwę. Następne przejście w serii, przejście z poziomu o n = 4 na poziom o n = 2 ma większą energię, większa jest zatem energia fotonu i mniejsza długość fali emitowanego światła. Światło ma barwę zieloną. Trzecia, czwarta i piąta strzałka reprezentują przejścia o większych energiach i krótszych falach. W przypadku piątego przejścia emitowane światło leży poza zakresem widzialnym, w nadfioletowej części widma.

Granica serii jest linią związaną z przejściem między najwyższym poziomem energetycznym, poziomem o granicznej liczbie kwantowej $n = \infty$, a wspólnym dla danej serii poziomem dolnym. Tak więc granica serii odpowiada najkrótszej fali w serii.

Jeżeli podczas przeskoku energia elektronu wzrośnie do wartości w obszarze nieskwantowanym, widocznym na rysunku 39.18, wówczas nie można zastosować wzoru (39.34), gdyż elektron nie jest już uwięziony w atomie. W tej sytuacji atom wodoru uległ *jonizacji*, co oznacza, że odległość elektronu od jądra jest tak duża, że siła kulombowska pomiędzy tymi składnikami stała się zaniedbywalnie mała. Atom może ulec jonizacji, jeśli zaabsorbuje kwant światła o dowolnej długości fali, która jest większa od granicy serii. Uwolniony elektron uzyskuje wówczas tylko energię kinetyczną E_k (= $\frac{1}{2}mv^2$ w przypadku nierelatywistycznym)

Liczby kwantowe w atomie wodoru

Mimo że energie stanów atomu wodoru można opisać pojedynczą liczbą kwantową n, to funkcje falowe opisujące te stany wymagają trzech liczb kwantowych odpowiadających trzem wymiarom, w których mogą się poruszać elektrony. Te trzy liczby kwantowe, wraz z ich nazwami i wartościami, jakie mogą przyjmować, pokazano w tabeli 39.2.

Każdy zestaw liczb kwantowych (n, l, m_l) identyfikuje funkcję falową poszczególnych stanów kwantowych. Liczba kwantowa n, zwana **główną liczbą kwantową**, pojawia się w równaniu (39.34) opisującym energię

Symbol	Nazwa	Dozwolone wartości
n	główna liczba kwantowa	1, 2, 3,
l	orbitalna liczba kwantowa	$0, 1, 2, \ldots, n-1$
m_l	magnetyczna liczba kwantowa	$-l, -(l-1), \ldots, +(l-1), +l$

 Tabela 39.2.
 Liczby kwantowe atomu wodoru

stanu. **Orbitalna liczba kwantowa** l jest miarą wielkości momentu pędu związanego ze stanem kwantowym. **Magnetyczna liczba kwantowa** m_l jest związana z przestrzenną orientacją wektora orbitalnego momentu pędu. Ograniczenia nałożone na liczby kwantowe w przypadku atomu wodoru, jak to pokazuje tabela 39.2, nie są dowolne, ale wynikają z rozwiązania równania Schrödingera. Zauważ, że w przypadku stanu podstawowego (n = 1) ograniczenia te wymagają, aby liczby kwantowe przyjęły wartości l = 0 i $m_l = 0$. Tak więc atom wodoru w swoim stanie podstawowym ma moment pędu równy zeru, czego nie przewiduje wzór (39.23), wyprowadzony w modelu Bohra.

Sprawdzian 5

a) Rozważmy stany kwantowe atomu wodoru charakteryzujące się główną liczbą kwantową n = 5. Ile jest dozwolonych wartości orbitalnej liczby kwantowej l dla takich stanów? b) Pewne stany kwantowe atomu wodoru charakteryzują się główną liczbą kwantową n = 5 i orbitalną liczbą kwantową l = 3. Ile jest dozwolonych wartości magnetycznej liczby kwantowej m_l dla tych stanów?

Funkcja falowa stanu podstawowego atomu wodoru

Funkcja falowa stanu podstawowego atomu wodoru, otrzymana w wyniku rozwiązania trójwymiarowego równania Schrödingera i normalizacji wyniku, ma następującą postać:

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} a^{3/2} e^{-r/a} \qquad (\text{stan podstawowy}). \tag{39.39}$$

W powyższym równaniu $a (= 5,291772 \cdot 10^{-11} \text{ m})$ oznacza promień Bohra, pewną stałą o wymiarze *długości*. Stała ta, którą w zasadzie można utożsamiać z efektywnym promieniem atomu wodoru, okazuje się wygodną jednostką długości także w innych sytuacjach dotyczących wymiarów atomowych.

Tak jak w przypadku innych funkcji falowych, również funkcja $\psi(r)$ z równania (39.34) nie ma samoistnego znaczenia fizycznego. Znaczenie takie ma kwadrat funkcji falowej $\psi^2(r)$, który jest gęstością prawdopodobieństwa, czyli prawdopodobieństwem wykrycia elektronu przypadającym na jednostkę objętości. W szczególności $\psi^2(r)dV$ jest prawdopodobieństwem wykrycia elektronu w dowolnym danym (nieskończenie małym) elemencie objętości dV odległym o r od środka atomu:

$$\begin{pmatrix} \text{prawdopodobieństwo wykrycia} \\ \text{elektronu w objętości } dV \\ \text{w odległości } r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{objętościowa gęstość} \\ \text{prawdopodobieństwa} \\ \psi^2(r) \text{ w odległości } r \end{pmatrix} (\text{objętość } dV).$$
(30.40)

(39.40)

Ponieważ gęstość prawdopodobieństwa $\psi^2(r)$ zależy tylko od promienia r, rozsądnie jest wybrać jako element objętości dV objętość zawartą pomiędzy dwiema koncentrycznymi sferami o promieniach r i r + dr. Zatem wybieramy element objętości dV

$$dV = (4\pi r^2)dr,$$
 (39.41)

w którym $4\pi r^2$ jest powierzchnią wewnętrznej sfery, dr zaś jest radialną odległością pomiędzy obiema sferami. Następnie, zestawiając równania (39.39), (39.40) i (39.41), otrzymujemy

$$\begin{pmatrix} \text{prawdopodobieństwo wykrycia} \\ \text{elektronu w objętości } dV \\ \text{w odległości } r \end{pmatrix} = \psi^2(r) dV = \frac{4}{a^3} e^{-2r/a} r^2 dr. \quad (39.42)$$

Opisywanie prawdopodobieństwa wykrycia elektronu jest prostsze, jeśli zamiast objętościowej gęstości prawdopodobieństwa $\psi^2(r)$ rozważamy **radialną gęstość prawdopodobieństwa** P(r). Radialna gęstość prawdopodobieństwa podobieństwa P(r) jest taką liniową gęstością prawdopodobieństwa, która spełnia

$$\begin{pmatrix} \text{radialna gęstość} \\ \text{prawdopodobieństwa} \\ P(r) \text{ w odległości } r \end{pmatrix} (\text{odległość } dr) = \begin{pmatrix} \text{objętościowa gęstość} \\ \text{prawdopodobieństwa} \\ \psi^2(r) \text{ w odległości } r \end{pmatrix} (\text{objętość } dV),$$

czyli

$$P(r) dr = \psi^2(r) dV.$$
(39.43)

Podstawiając wartość prawdopodobieństwa $\psi^2(r) \, dV \, z$ równania (39.42), otrzymujemy

$$P(r) = \frac{4}{a^3} r^2 e^{-2r/a}$$
 (radialna gęstość prawdopodobieństwa,
stan podstawowy atomu wodoru).
(39.44)

Aby wyznaczyć prawdopodobieństwo wykrycia elektronu w stanie podstawowym pomiędzy dwoma promieniami r_1 i r_2 (czyli w obszarze pomiędzy sferyczną powłoką określoną przez promień r_1 a drugą taką powłoką o promieniu r_2) scałkujemy równanie (39.44) w granicach między tymi wartościami:

$$\begin{pmatrix} \text{prawdopodobieństwo wykrycia} \\ \text{pomiędzy } r_1 \text{ a } r_2 \end{pmatrix} = \int_{r_1}^{r_2} P(r) \, \mathrm{d}r. \quad (39.45)$$

Jeżeli odległość między promieniami $\Delta r (= r_2 - r_1)$, w miejscu, w którym szukamy elektronu, jest na tyle mała, że P(r) nie zmienia się wiele na jej drodze, wówczas całkę w równaniu 39.45 możemy zwykle przybliżyć do iloczynu $P(r)\Delta r$, gdzie P(r) wyznaczone jest w środku przedziału.

Na rysunku 39.19 przedstawiono wykres funkcji P(r) z równania (39.44). Pole pod wykresem jest równe jedności, a więc

$$\int_{0}^{\infty} P(r) \, \mathrm{d}r = 1. \tag{39.46}$$

Równanie powyższe stwierdza, że w atomie wodoru elektron musi być *gdzieś* w przestrzeni otaczającej jądro.

0



Rys. 39.19. Rozkład radialnej gęstości prawdopodobieństwa P(r) dla stanu podstawowego atomu wodoru. Trójkąt został umieszczony w odległości jednego promienia Bohra od początku układu współrzędnych. Początek układu współrzędnych przedstawia środek atomu

Trójkąt na osi odciętych na rysunku 39.19 wskazuje odległość jednego promienia Bohra od początku układu współrzędnych. Wykres mówi nam, że w stanie podstawowym atomu wodoru elektron można najprawdopodobniej znaleźć w okolicy tej odległości od środka atomu.

Rysunek 39.19 stoi w oczywistej sprzeczności z popularnym poglądem, że elektrony w atomach poruszają się po dobrze określonych orbitach tak jak planety poruszające się wokół Słońca. *Ten popularny obraz, choć dobrze znany, jest nieprawdziwy*. Na rysunku 39.19 pokazano wszystko, czego możemy się kiedykolwiek dowiedzieć o położeniu elektronu w stanie podstawowym atomu wodoru. Właściwym pytaniem nie jest "Kiedy elektron pojawi się w tym a tym punkcie?", ale "Jaka jest szansa, że elektron zostanie wykryty w małej objętości wokół tego a tego punktu?" Na rysunku 39.20 przedstawiony jest rozkład gęstości prawdopodobieństwa, ukazujący probabilistyczną naturę funkcji falowej. Zagęszczenie kropek odpowiada gęstości prawdopodobieństwa wykrycia w atomie wodoru elektronu w stanie podstawowym. Pomyśl o atomie w tym stanie jak o włochatej piłce bez ostro określonych granic i bez śladu orbit.

Początkowo nie jest łatwo wyobrazić sobie cząstki subatomowe w taki probabilistyczny sposób. Trudność leży w naszej naturalnej tendencji do traktowania elektronu jako czegoś w rodzaju małego groszku znajdującego się w pewnych chwilach w pewnych miejscach i podążającego po dobrze określonych orbitach. Elektrony i inne cząstki subatomowe po prostu nie zachowują się w taki sposób.

Energia stanu podstawowego obliczona po podstawieniu do równania (39.34) wartości n = 1 równa jest $E_1 = -13,60$ eV. Funkcję falową opisaną równaniem (39.39) uzyskamy, rozwiązując równanie Schrödingera dla tej wartości energii. Właściwie równanie Schrödingera można rozwiązać *dla dowolnej* wartości energii, a więc powiedzmy E = -11,6 eV lub -14,3 eV. Mogłoby to sugerować, że energie stanów atomu wodoru nie są skwantowane — ale my wiemy, że są.

Zagadka ta została rozwiązana, gdy badacze zrozumieli, że takie rozwiązania równania Schrödingera nie są dopuszczalne fizycznie. W granicy $r \rightarrow \infty$ rozwiązania takie przyjmują wartości nieskończone. Takie "funkcje falowe" mówią nam, że elektron z większym prawdopodobieństwem będzie przebywał daleko od jądra niż w jego pobliżu, a to nie ma sensu. Pozbywamy się takich niepotrzebnych rozwiązań i akceptujemy tylko takie, które spełniają warunki brzegowe: $\psi(r) \rightarrow 0$ gdy $r \rightarrow \infty$, tak więc zgadzamy się zajmować tylko elektronami *związanymi*. Rozwiązania równania Schrödingera, na które nałożono takie ograniczenie, tworzą dyskretny zbiór ze skwantowanymi energiami danymi równaniem (39.34).

Stany atomu wodoru o liczbie kwantowej n = 2

Zgodnie z warunkami przedstawionymi w tabeli 39.2 istnieją cztery stany atomu wodoru o głównej liczbie kwantowej n = 2. Ich liczby kwantowe przedstawione są w tabeli 39.3. Rozważmy najpierw stan o liczbach kwantowych n = 2 i $l = m_l = 0$. Gęstość prawdopodobieństwa dla tego stanu przedstawiona jest na rysunku 39.21. Zauważ, że rozkład ten, tak jak rozkład dla stanu podstawowego pokazany na rysunku 39.20, ma symetrię sferyczną. A więc w układzie współrzędnych sferycznych, zdefiniowanym na



Rys. 39.20. "Wykres punktowy" przedstawiający rozkład przestrzennej gęstości prawdopodobieństwa $\psi^2(x)$ (a nie *radialnej* gęstości prawdopodobieństwa P(r)) dla stanu podstawowego atomu wodoru. Zagęszczenie kropek maleje wykładniczo ze wzrostem odległości od jądra, które jest tu oznaczone czerwonym punktem



Rys. 39.21. Rozkład przestrzennej gęstości prawdopodobieństwa $\psi^2(r)$ dla atomu wodoru w stanie o liczbach kwantowych n = 2, l = 0 i $m_l = 0$. Rozkład ma symetrię sferyczną, a środkiem symetrii jest jądro. Pusty pierścień widoczny na rysunku odpowiada sferze, na której gęstość prawdopodobieństwa $\psi^2(r) = 0$

Tabela 39.3. Liczby kwantowe stanów atomu wodoru o liczbie kwantowej n = 2

n 2	<i>l</i>	m_l
2	1	1
2	1	+1
2	1	-1
-	1	1



Rys. 39.22. Związek pomiędzy współrzędnymi prostokątnymi x, y, za współrzędnymi sferycznymi r, θ, ϕ . Współrzędne sferyczne bardziej nadają się do opisu układów o symetrii sferycznej, takich jak atom wodoru

rysunku 39.22, gęstość prawdopodobieństwa zależy tylko od współrzędnej radialnej r i nie zależy od współrzędnych kątowych θ (kąta biegunowego) i ϕ (kąta azymutalnego).

Okazuje się, że funkcje falowe wszystkich stanów kwantowych o l = 0 mają symetrię sferyczną. Jest to rozsądne, gdyż orbitalna liczba kwantowa l jest miarą momentu pędu związanego z danym stanem. Jeśli l = 0, to moment pędu jest także równy zeru, co oznacza, że rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla takiego stanu nie ma wyróżnionej osi symetrii.

Rozkłady gęstości prawdopodobieństwa ψ^2 dla trzech stanów o liczbach kwantowych n = 2 i l = 1 pokazano na rysunku 39.23. Gęstości prawdopodobieństwa dla stanów $m_l = +1$ i $m_l = -1$ są identyczne. Mimo że rozkłady te są symetryczne względem osi *z*, to *nie mają* przy tym symetrii sferycznej. Tak więc gęstości prawdopodobieństwa dla tych trzech stanów są funkcjami zarówno współrzędnej radialnej *r*, jak i współrzędnej kątowej θ .

Pojawia się pytanie: co w atomie wodoru powoduje powstanie osi symetrii tak dobrze widocznej na rysunku 39.23? Odpowiedź brzmi: *absolutnie nic*.

Zagadkę tę rozwiążemy natychmiast, jeśli uświadomimy sobie, że wszystkie trzy stany pokazane na rysunku 39.23 mają jednakową energię. Przypomnijmy sobie, że energia stanu dana równaniem (39.33) zależy wyłącznie od głównej liczby kwantowej n i jest niezależna od l i m_l . W istocie w przypadku *izolowanego* atomu wodoru nie ma sposobu na doświadczalne rozróżnienie trzech stanów z rysunku 39.23.

Jeśli dodamy gęstości prawdopodobieństwa dla trzech stanów o n = 2i l = 1, to sumaryczna gęstość prawdopodobieństwa będzie miała symetrię sferyczną, a więc nie będzie mieć żadnej wyróżnionej osi. Można zatem



Rys. 39.23. Rozkłady przestrzennej gęstości prawdopodobieństwa $\psi^2(r, \theta)$ dla atomu wodoru w stanach o liczbach kwantowych n = 2, l = 1. a) Rozkład dla stanu o liczbie kwantowej $m_l = 0$. b) Rozkład dla stanów o liczbach kwantowych $m_l = +1$ i $m_l = -1$. Oba rozkłady pokazują, że gęstość prawdopodobieństwa ma symetrię osiową, a osią symetrii jest oś *z*

myśleć, że elektron spędza jedną trzecią czasu w każdym z trzech stanów z rysunku 39.23. Ważona suma tych trzech niezależnych funkcji falowych definiuje w takim wypadku symetryczną **podpowłokę** o liczbach kwantowych n = 2, l = 1. Poszczególne stany ujawnią swój niezależny byt tylko w przypadku, gdy umieścimy atom wodoru w zewnętrznym polu elektrycznym lub magnetycznym. Wówczas te trzy stany podpowłoki o n = 2, l = 1 będą miały różne energie, a kierunek przyłożonego pola określi niezbędną oś symetrii.

Stan o n = 2, l = 0, którego gęstość prawdopodobieństwa pokazana jest na rysunku 39.21, *również* ma taką samą energię jak każdy z trzech stanów przedstawionych na rysunku 39.23. Wszystkie cztery stany, których liczby kwantowe wypisane są w tabeli 39.3, tworzą **powłokę** o symetrii sferycznej, charakteryzującą się jedną liczbą kwantową n. Znaczenie powłok i podpowłok stanie się jasne w rozdziale 40, w którym omawiamy atomy z więcej niż jednym elektronem.

Aby uzupełnić nasz obraz atomu wodoru, przedstawiamy na rysunku 39.24 rozkład *radialnej* gęstości prawdopodobieństwa dla stanu atomu wodoru o stosunkowo dużej liczbie kwantowej (n = 45) i największej orbitalnej liczbie kwantowej dopuszczonej przez ograniczenia z tabeli 39.2 (l = n - 1 = 44). Rozkład gęstości prawdopodobieństwa ma postać pierścienia symetrycznego względem osi z i leżącego bardzo blisko płaszczyzny xy. Średni promień tego pierścienia jest równy n^2a , gdzie a jest promieniem Bohra. Ten średni promień jest ponad 2000 razy większy niż efektywny promień atomu wodoru w stanie podstawowym.

Rysunek 39.24 sugeruje istnienie orbity elektronu w sensie fizyki klasycznej — przypomina to krążenie planety wokół gwiazdy. Zatem mamy do czynienia z kolejną ilustracją zasady odpowiedniości Bohra. Kiedy liczby kwantowe przybierają duże wartości, przewidywania mechaniki kwantowej gładko przechodzą w przewidywania fizyki klasycznej. Wyobraź sobie, jak wyglądałby rozkład gęstości prawdopodobieństwa podobny do tego z rysunku 39.24 w przypadku *naprawdę* dużych wartości liczb kwantowych *n* i *l*, a więc powiedzmy dla n = 1000 i l = 999.



Rys. 39.24. Rozkład radialnej gęstości prawdopodobieństwa P(r) dla atomu wodoru w stanie kwantowym o stosunkowo dużej głównej liczbie kwantowej n = 45i orbitalnej liczbie kwantowej l = n - 1 = 44. Kropki znajdują się w pobliżu płaszczyzny *xy*, pierścień kropek zaś sugeruje istnienie klasycznej orbity elektronowej

Przykład 39.06. Radialna gęstość prawdopodobieństwa elektronu w atomie wodoru

Pokaż, że radialna gęstość prawdopodobieństwa dla stanu podstawowego atomu wodoru ma maksimum dla r = a.

PODSTAWOWE FAKTY

1) Radialna gęstość prawdopodobieństwa dla stanu podstawowego atomu wodoru dana jest równaniem (39.44),

$$P(r) = \frac{4}{a^3} r^2 \mathrm{e}^{-2r/a}$$

 Aby znaleźć maksimum (lub minimum) dowolnej funkcji, musimy ją zróżniczkować i przyrównać pochodną do zera. **Obliczenia:** Różniczkując radialną gestość prawdopodobieństwa P(r) względem r, przy wykorzystaniu pochodnej 7 z dodatku E i reguły różniczkowania iloczynu, otrzymujemy

$$\frac{dP}{dr} = \frac{4}{a^3} r^2 \left(\frac{-2}{a}\right) e^{-2r/a} + \frac{4}{a^3} 2r e^{-2r/a} \\
= \frac{8r}{a^3} e^{-2r/a} - \frac{8r^2}{a^4} e^{-2r/a} \\
= \frac{8}{a^4} r(a-r) e^{-2r/a}.$$

Przyrównując prawą stronę do zera, otrzymujemy równanie, którego rozwiązaniem jest r = a (gdyż wówczas człon (a - r) w środku wyrażenia po prawej stronie będzie równy zeru). Innymi słowy, dP/dr = 0, kiedy r = a. (Zauważ, że dP/dr = 0 także dla r = 0 i $r = \infty$. Jednak warunki te odpowiadają *minimum* radialnej gęstości prawdopodobieństwa P(r), jak to widać na rysunku 39.19).

Przykład 39.07. Prawdopodobieństwo wykrycia elektronu w atomie wodoru

Można pokazać, że prawdopodobieństwo p(r) znalezienia elektronu w stanie podstawowym atomu wodoru wewnątrz sfery o promieniu r dane jest wzorem

$$p(r) = 1 - e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2),$$

w którym bezwymiarowa wielkość x równa jest r/a. Znajdź promień r, dla którego prawdopodobieństwo p(r) = 0.90.

PODSTAWOWE FAKTY

Nie ma pewności, że elektron zostanie wykryty w jakiejś konkretnej odległości r od środka atomu wodoru. Jednak dla danej funkcji można obliczyć prawdopodobieństwo wykrycia elektronu *gdzieś* wewnątrz sfery o promieniu r.

Obliczenia: Szukamy promienia sfery, dla której p(r) = 0.90. Podstawiając tę wartość do wyrażenia

Przykład 39.08. Emisja światła z atomu wodoru

a) Rozważmy przejścia, którym odpowiadają linie serii Lymana w atomie wodoru. Ile wynosi długość fali linii, dla której fotony mają najmniejszą energię?

PODSTAWOWE FAKTY

1) W przypadku każdej serii przejście o najmniejszej energii to przejście pomiędzy wspólnym poziomem dla tej serii i poziomem leżącym bezpośrednio nad nim. 2) W przypadku serii Lymana tym wspólnym poziomem jest poziom n = 1 (rys. 39.18b). Tak więc przejście o najmniejszej energii w serii Lymana to przejście z poziomu n = 2 na n = 1.

Obliczenia: Z równania (39.34) wynika, że różnica energii między poziomami jest równa

$$\Delta E = E_2 - E_1$$

= (-13,60) eV $\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2}\right) = 10,20$ eV.

na prawdopodobieństwo p(r), otrzymujemy

$$0,90 = 1 - e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2),$$

czyli

$$10e^{-2x}(1+2x+2x^2) = 1.$$

Musimy znaleźć wartość x spełniającą powyższe równanie. Nie da się z tego równania bezpośrednio wyznaczyć wartości x, ale korzystając z programowalnego kalkulatora lub komputera, otrzymamy x = 2,66. Oznacza to, że promień sfery, wewnątrz której elektron może zostać wykryty z prawdopodobieństwem 90%, równy jest 2,66*a*. Innymi słowy oznacza to, że przebywa on wewnątrz tej sfery przez 90% czasu. Zaznacz to położenie na poziomej osi na rysunku 39.19. Pole powierzchni pod krzywą w przedziale od r = 0 do r = 2,66a odpowiada prawdopodobieństwu wykrycia elektronu w tym obszarze i stanowi 90% całkowitej powierzchni pod tą krzywą.

Następnie z równania (39.6) ($\Delta E = h\nu$) z częstotliwością ν wyrażoną jako c/λ otrzymujemy

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{(10,20 \text{ eV})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV})}$$

= 1,22 \cdot 10^{-7} m = 122 nm (odpowiedź)

Światło o takiej długości fali leży w nadfioletowym zakresie widma.

b) Ile wynosi długość fali odpowiadająca granicy serii Lymana?

PODSTAWOWE FAKTY

Granica serii odpowiada przejściu pomiędzy wspólnym poziomem danej serii (dla serii Lymana n = 1) i poziomem w granicy $n = \infty$.

Obliczenia: Po zidentyfikowaniu liczb n, chcąc wyznaczyć szukaną długość fali λ , moglibyśmy przeprowadzić rozumowanie jak w części a). Skorzystajmy jednak z bardziej bezpośredniej drogi. Przekształcając równanie (39.37), otrzymujemy

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_{\rm n}^2} - \frac{1}{n_{\rm w}^2} \right)$$
$$= 1,097\,373 \cdot 10^7 \,{\rm m}^{-1} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)$$

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Podsumowanie

Lokalizacja przestrzenna Lokalizacja (uwięzienie) fal (dotyczy to fal w linie, fal materii i każdego innego rodzaju fal) prowadzi do kwantyzacji, czyli stanów dyskretnych o określonych energiach. Stany o energiach pośrednich nie są dozwolone.

Elektron w nieskończonej studni potencjału Elektron uwięziony w nieskończonej studni potencjału może, jako fala materii, istnieć tylko w pewnych określonych dyskretnych stanach. W przypadku jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości *L* energie związane z tymi stanami kwantowymi wynoszą

$$E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)n^2, \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots, \quad (39.4)$$

gdzie *m* jest masą elektronu, a n - liczbą kwantową. Najniższa energia, zwana *energią stanu podstawowego*, nie jest równa zeru, tylko jest określona przez najmniejszą liczbę kwantową, n = 1. Elektron może dokonać przejścia (przeskoku kwantowego) z jednego stanu kwantowego na drugi tylko wtedy, gdy zmiana jego energii wynosi

$$\Delta E = E_{\rm w} - E_{\rm n},\tag{39.5}$$

gdzie E_w jest energią stanu wyższego, E_n zaś jest energią stanu niższego. Jeśli zmiana ta dokonuje się w wyniku absorpcji lub emisji fotonu, to energia tego fotonu musi być równa liczbowo zmianie energii elektronu:

$$hv = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E = E_{\rm w} - E_{\rm n},$$
 (39.6)

gdzie częstotliwość ν i długość λ fali są związane z fotonem.

Funkcje falowe związane ze stanami kwantowymi elektronu w nieskończonej studni potencjału o szerokości L, rozciągnętej wzdłuż osi x, mają postać

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$$
 dla $n = 1, 2, 3, \dots$ (39.10)

gdzie *n* jest liczbą kwantową, a czynnik $\sqrt{2/L}$ pochodzi od normalizacji funkcji falowej. Funkcja $\psi_n(x)$ nie ma znaczenia fizycznego, ale znaczenie takie ma funkcja gestości prawdopodobieństwa $\psi_n^2(x)$: iloczyn $\psi_n^2(x) dx$ jest prawdopodobieństwem wykrycia elektronu w przedziale pomiędzy *x*

skąd wyznaczamy

$$\lambda = 9,11 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 91,1 \text{ nm}.$$

Światło o takiej długości fali należy także do nadfioletowego zakresu widma.

a x + dx. Jeżeli gęstość prawdopodobieństwa elektronu zostanie scałkowana po całej osi x, łączne prawdopodobieństwo musi być równe 1. Oznacza to, że szansa wykrycia elektronu w dowolnym miejscu na osi x wynosi 1 (czyli 100 procent):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^2(x) \, \mathrm{d}x = 1, \qquad (39.14)$$

Elektron w skończonej studni Funkcja falowa elektronu w skończonej jednowymiarowej studni potencjału wnika w jej ściany. W porównaniu do stanów w nieskończonej studni o tej samej szerokości, liczba stanów w studni skończonej jest ograniczona, odpowiednie długości fal de Broglie'a są większe, a odpowiednie energie — niższe.

Dwuwymiarowa pułapka elektronów Skwantowane energie elektronu uwięzionego w dwuwymiarowej nieskończonej studni potencjału o postaci prostokątnej zagrody wynoszą

$$E_{nx,ny} = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} \right),$$
 (39.20)

gdzie n_x jest liczbą kwantową, dla której fala materii elektronu odpowiada szerokości studni L_x , n_y zaś jest liczbą kwantową, dla której fala materii odpowiada szerokości studni L_y . Funkcje falowe elektronu w dwuwymiarowej studni potencjału opisuje wzór

$$\psi_{nx,ny} = \sqrt{\frac{2}{L_x}} \sin\left(\frac{n_x \pi}{L_x}x\right) \sqrt{\frac{2}{L_y}} \sin\left(\frac{n_y \pi}{L_y}y\right).$$
 (39.19)

Atom wodoru Model Bohra atomu wodoru przewidywał prawidłowe wartości poziomów energii elektronu w atomie, dzięki czemu wyjaśniał widma emisji i absorpcji atomu. Był jednak błędny w każdym innym aspekcie. Jest to model planetarny, w którym elektron krąży wokół umieszczonego w środku protonu, a ruch odbywa się z momentem pędu *L* określonym wzorem

$$L = n\hbar,$$
 dla $n = 1, 2, 3, \dots,$ (39.23)

gdzie *n* jest liczbą kwantową. Wzór ten jest jednak niepoprawny. Zastosowanie równania Schrödingera do przypadku elektronu w atomie prowadzi do prawidłowych wartości momentu pędu L i skwantowanych wartości energii według wzoru

$$E_{n} = -\frac{me^{4}}{8\varepsilon_{0}^{2}h^{2}}\frac{1}{n^{2}}$$
$$= -\frac{13,60 \text{ eV}}{n^{2}} \qquad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots (39.34)$$

Atom (lub elektron w atomie) może zmienić swoją energię wyłącznie w wyniku przeskoku między tymi dozwolonymi stanami. Jeżeli przejście zachodzi poprzez absorpcję fotonu (wówczas energia atomu wzrasta) lub emisję fotonu (energia atomu maleje), powyższe ograniczenie w energiach prowadzi do zależności

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_{\rm n}^2} - \frac{1}{n_{\rm w}^2}\right),$$
 (39.37)

Pytania

1 Trzy elektrony uwięzione są w trzech jednowymiarowych nieskończonych studniach potencjału o szerokościach: a) 50 pm, b) 200 pm, c) 100 pm. Uszereguj te elektrony zgodnie z energiami ich stanów podstawowych, zaczynając od największej.

2 Czy energia stanu podstawowego protonu uwięzionego w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału jest większa, mniejsza, czy równa energii elektronu uwięzionego w takiej samej studni?

3 Elektron uwięziony w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału znajduje się w stanie o liczbie kwantowej n = 17. W ilu punktach jego fala materii ma: a) gęstość równą zeru, b) maksymalną gęstość prawdopodobieństwa?

4 Na rysunku 39.25 przedstawiono trzy nieskończone studnie potencjału ograniczające ruch elektronu wzdłuż osi x. Wyznacz funkcje falowe ψ dla stanu podstawowego elektronu uwięzionego w każdej z nich, nie wykonując obliczeń.



5 Proton i elektron uwięzione są w jednakowych jednowymiarowych studniach potencjału. Obie cząstki znajdują się w stanie podstawowym. Czy prawdopodobieństwo wykrycia protonu w środku studni jest większe, mniejsze, czy też równe prawdopodobieństwu wykrycia tam elektronu?

6 Czy po dwukrotnym zwiększeniu szerokości jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału: a) Energia stanu podstawowego uwięzionego w niej elektronu zmieni się 4, 2, $\frac{1}{2}$, wyrażonej w odwrotności długości fali, gdzie *R* jest stałą Rydberga

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1,097\ 373 \cdot 10^7\ \mathrm{m}^{-1}.$$
 (39.38)

Radialna gęstość prawdopodobieństwa P(r) danego stanu atomu wodoru jest zdefiniowana w ten sposób, że P(r)jest prawdopodobieństwem wykrycia elektronu w dowolnym miejscu obszaru pomiędzy sferami o promieniu r i r+dr (obie sfery o wspólnym środku w jądrze atomowym). Prawdopodobieństwo wykrycia elektronu w obszarze pomiędzy promieniami r_1 i r_2 opisuje wzór

(prawdopodobieństwo wykrycia) =
$$\int_{r_1}^{r_2} P(r) dr.$$
 (39.45)

 $\frac{1}{4}$ razy, czy też zmieni się w inny sposób? b) Energie stanów wzbudzonych zmienią się tyle samo razy co energia stanu podstawowego, czy też w inny sposób, zależny od ich liczb kwantowych?

7 Czy aby użyć wyidealizowanej pułapki z rysunku 39.1 do uwięzienia pozytonu, należałoby zmienić: a) geometrię pułapki, b) potencjał elektryczny środkowego cylindra, c) potencjały elektryczne dwóch skrajnych cylindrów? (Pozyton ma taką samą masę jak elektron, ale jest dodatnio naładowany).

8 Skończona studnia potencjału jest na tyle głęboka, że istnieje w niej stan o n = 4, który został obsadzony przez elektron. Ile punktów o a) zerowej gęstości prawdopodobieństwa, b) maksymalnej gęstości prawdopodobieństwa ma fala materii elektronu znajdującego się w tym stanie?

9 Elektron uwięziony w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości *L* został przeniesiony ze stanu podstawowego do pierwszego stanu wzbudzonego. Czy spowoduje to wzrost, spadek, czy pozostanie bez wpływu na prawdopodobieństwo wykrycia elektronu wewnątrz małego przedziału na osi *x* znajdującego się a) w środku studni i b) przy jednej ze ścian tej studni?

10 Elektron uwięziony w skończonej studni potencjału, takiej jak ta z rysunku 39.7, znajduje się w stanie o najniższej energii. Czy jego: a) długość fali de Broglie'a, b) pęd i c) energia będą większe, czy mniejsze niż w przypadku, gdyby studnia kwantowa była nieskończona, tak jak na rysunku 39.2?

11 Przyglądając się rysunkowi 39.8, uszereguj liczby kwantowe trzech pokazanych tam stanów kwantowych zgodnie z malejącą długością fali de Broglie'a.

12 Chcemy tak zmodyfikować studnię potencjału z rysunku 39.7, aby umożliwić uwięzionemu w niej elektronowi istnienie w więcej niż trzech stanach kwantowych. Czy należy w tym celu: a) poszerzyć, czy zwęzić, b) pogłębić, czy spłycić tę studnię?

13 Atom wodoru znajduje się w trzecim stanie wzbudzonym. Do jakiego stanu (podaj liczbę kwantową *n*) powinien on przejść, aby: a) wyemitować światło o najdłuższej z możliwych długości fali? b) Wyemitować światło o najdrótszej z możliwych długości fali? c) Pochłonąć światło o najdłuższej z możliwych długości fali?



14 Na rysunku 39.26 przedstawiono najniższe poziomy energetyczne (wartości wyrażone w elektronowoltach) dla pięciu

przypadków, w których elektron uwięziony jest w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału. Elektron w studniach B, C, D i E znajduje się w stanie podstawowym. Elektron w studni A wzbudzimy do czwartego stanu wzbudzonego (o energii 25 eV). Elektron ten może następnie powrócić do stanu podstawowego, emitując jeden lub więcej fotonów, odpowiadających jednemu przejściu o dużej energii lub kilku przejściom o energiach małych. Które z tych fotonów mogą zostać pochłonięte przez elektrony znajdujące się (w stanie podstawowym) w pozostałych czterech studniach? Odpowiedz, podając liczby kwantowe n.

15 W tabeli 39.4 zaproponowano zestawy liczb kwantowych dla pięciu stanów atomu wodoru. Które z nich nie są możliwe?

Tabela 39.4.			
	п	l	m_l
a)	3	2	0
b)	2	3	1
c)	4	3	-4
d)	5	5	0
e)	5	3	-2

Zadania

60	Zadania z rozwiązaniami interaktywnymi, udostępnianymi studentom według uznania wykładowcy, znajdują się na stronach <i>WileyPLUS</i> (https://www.wileyplus.com/WileyCDA/) oraz WebAssign (http://www.webassign.net/index.html)
•-•••	Liczba kropek określa stopień trudności zadania
ssm	Szczegółowe rozwiązanie jest dostępne w Student Solutions Manual
www	Szczegółowe rozwiązanie znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
ilw	Rozwiązanie interaktywne znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
T	Więcej informacji znajdziesz w książce The Flying Circus of Physics i na stronie http://flyingcircusofphysics.com

Podrozdział 39.1. Energia elektronu w pułapce

•1 Elekron uwięziony w jednowymiarowej, nieskończonej studni potencjału o szerokości L znajdował się w stanie podstawowym o energii E_1 . Następnie zmieniono szerokość studni na L', tak aby wartość energii stanu podstawowego wynosiła $E'_1 = 0,500E_1$. Ile wynosi stosunek L'/L?

2 Ile wynosi energia stanu podstawowego: a) elektronu,
b) protonu uwięzionego w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości 200 pm?

•3 Energia stanu podstawowego elektronu uwięzionego w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału wynosi 2,6 eV. Jak zmieni się ta energia, jeśli szerokość studni zostanie dwukrotnie powiększona?

 4 Elektron uwięziony w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości 250 pm znajduje się w stanie podstawowym. Ile wynosi energia, którą musi pochłonąć ten elektron, aby przejść do stanu o n = 4?

•5 Jaka musi być szerokość jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału, żeby energia elektronu w stanie o n = 3 wynosiła 4,7 eV?

•6 Ile wynosi energia protonu w stanie podstawowym, jeśli jest on zlokalizowany w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości 100 pm?

•7 Załóżmy, że jądro atomowe jest równoważne jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości $L = 1,4 \cdot 10^{-14}$ m, co jest typowym rozmiarem jądra. Ile wynosiłaby energia stanu podstawowego elektronu uwięzionego w takiej studni potencjału? (*Uwaga*: Jądra nie zawierają elektronów). ••8 Elektron uwięziony w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału znajduje się w pierwszym stanie wzbudzonym. Na rysunku 39.27 zaznaczonych jest pięć największych długości fali światła, jakie elektron może zaabsorbować w przejściach z tego stanu poprzez pochłonięcie pojedynczego fotonu: $\lambda_a = 80,78$ nm, $\lambda_b = 33,66$ nm, $\lambda_c = 19,23$ nm, $\lambda_d = 12,62$ nm i $\lambda_e = 8,98$ nm. Jaka jest szerokość studni potencjału?





••9 Przypuśćmy, że elektron uwięziony w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości 250 pm został przeniesiony z pierwszego stanu wzbudzonego do trzeciego stanu wzbudzonego. a) Jaką energię należało przekazać elektronowi, aby dokonał tego przejścia? Następnie, poprzez emisję światła, elektron wraca do stanu podstawowego. Spośród wielu sposobów, na jakie taki powrót jest możliwy, podaj a) najmniejszą, b) następną po najmniejszej, c) największą i d) ostatnią przed największą — długości fali, jakie mogą zostać wyemitowane. f) Zilustruj możliwości takiego powrotu do stanu podstawowego na diagramie poziomów energetycznych. Jeżeli wyemitowany został kwant światła o długości 29,4 nm, to jakie są g) największa i h) najmniejsza długość fali, która zostanie wysłana w następnym akcie emisji.

••10 Elektron uwięziony jest w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału. Dla jakiej a) wyższej liczby kwantowej i b) niższej liczby kwantowej odpowiednia różnica energii jest równa różnicy energii ΔE_{34} pomiędzy poziomami określonymi przez n = 4 i n = 3? c) Wykaż, że dla żadnej z par utworzonych z sąsiadujących ze sobą poziomów różnica energii nie jest równa $2\Delta E_{43}$.

••11 Elektron jest uwięziony w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału. Dla jakiej a) wyższej liczby kwantowej i b) niższej liczby kwantowej odpowiednia różnica energii jest równa wartości energii elektronu w stanie o n = 5? c) Wykaż, że dla żadnej z par utworzonych z sąsiadujących ze sobą poziomów różnica energii nie jest równa wartości energii dla stanu o n = 6.

••12 Selektron uwięziony w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości 250 pm znajduje się w stanie podstawowym. Ile wynosi: a) największa, b) kolejna po niej i c) trzecia z kolei długość fali światła, która może wzbudzić elektron ze stanu podstawowego w procesie absorpcji jednofotonowej?

Podrozdział 39.2. Funkcje falowe elektronu w pułapce

••13 • W jednowymiarowej, nieskończonej studni potencjału o szerokości 200 pm zlokalizowany jest elektron w trzecim stanie wzbudzonym. Sondę elektronową o szerokości 2,00 pm umieszczamy w studni w taki sposób, że jej środek położony jest w punkcie, gdzie gęstość prawdopodobieństwa osiąga maksimum. a) Jakie jest prawdopodobieństwo wykrycia elektronu przez tę sondę? b) Gdybyśmy powyższą sondą wykonali 1000 takich pomiarów, ile razy spodziewamy się wykryć elektron na jej końcu (co jest równoważne detekcji elektronu)?

••14 W jednowymiarowej niekończonej studni potencjału, zlokalizowanej pomiędzy x = 0 a x = L = 200 pm, umieszczony jest elektron w pewnym stanie kwantowym. Gęstość prawdopodobieństwa wykrycia elektronu w punktach o x = 0,300 L i x = 0,400 L wynosi zero i jest niezerowa w pośrednich wartościach x. Następnie elektron, emitując kwant światła, przechodzi o jeden poziom poniżej. Ile wynosi zmiana energii elektronu?

••15 ssm www Elektron uwięziony w jednowymiarowej, nieskończonej studni potencjału o szerokości 100 pm znajduje się w stanie podstawowym. Jakie jest prawdopodobieństwo wykrycia elektronu w przedziałe o szerokości $\Delta x = 5,0$ pm i środku w punkcie: a) x = 25 pm, b) x = 50 pm i c) x = 90 pm? (*Wskazówka*: Przedział Δx jest na tyle wąski, że można przyjąć, iż gęstość prawdopodobieństwa jest w nim stała).

••16 W jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału z rysunku 39.2 uwięziona jest cząstka. Jakie jest prawdopodobieństwo wykrycia tej cząstki pomiędzy a) x = 0 i x = 0,25L, b) x = 0,75L i x = L oraz c) x = 0,25L i x = 0,75L, jeśli cząstka ta znajduje się w stanie podstawowym?

Podrozdział 39.3. Elektron w skończonej studni potencjału

•17 Elektron w stanie o n = 2 w skończonej studni potencjału z rysunku 39.7 pochłania z zewnętrznego źródła energię 400 eV. Na podstawie diagramu poziomów energetycznych z rysunku 39.9 wyznacz energię kinetyczną elektronu po akcie absorpcji, zakładając, że elektron przemieścił się do obszaru x > L.

•18 Na rysunku 39.9 przedstawiono poziomy energetyczne elektronu uwięzionego w skończonej studni potencjału o głębokości 450 eV. Ile wynosi energia kinetyczna elektronu znajdującego się w stanie o n = 3?



••19 • Na rysunku 39.28a pokazany jest diagram poziomów energetycznych dla skończonej jednowymiarowej studni

potencjału, w której zlokalizowany jest elektron. Obszar nieskwantowany zaczyna się od energii $E_4 = 450,0$ eV. Rysunek 39.28b przedstawia widmo absorpcji dla elektronu znajdującego się pierwotnie w stanie podstawowym. Może on pochłaniać fotony o następujących długościach fali: $\lambda_a = 14,588$ nm i $\lambda_b = 4,8437$ nm oraz wszystkie kwanty światła o długościach fali mniejszych od $\lambda_c = 2,9108$ nm. Ile wynosi energia pierwszego stanu wzbudzonego?

••20 Pysunek 39.29a przedstawia cienką rurkę, w ktorej wytworzono skończoną studnię potencjału, przy czym wartość potencjału $V_2 = 0$ V. W obszarze o potencjałe $V_1 = -9,00$ V oznaczony kropką elektron porusza się z energią kinetyczną 2,00 eV w kierunku studni. Gdy znajdzie się on w obszarze pułapki, może zostać w niej uwięziony, jeżeli pozbędzie się nadwyżki swojej energii poprzez emisję fotonu. Zgodnie z diagramem poziomów energetycznych na rysunku 39.29b, poziomy energii elektronu w pułapce wynoszą: $E_1 = 1,0, E_2 = 2,0$ i $E_3 = 4,0$ eV, a obszar nieskwantowany zaczyna się od energii $E_4 = 9,0$ eV. Ile wynosi najmniejsza wartość energii (w elektronowoltach) wyemitowanego fotonu?





••21 a) Pokaż, że w obszarze x > L w skończonej studni potencjału z rysunku 39.7 funkcja $\psi(x) = De^{2kx}$, gdzie D jest stałą, a k jest dodatnie, jest rozwiązaniem równania Schrödingera w jego jednowymiarowej postaci. b) Na jakiej podstawie stwierdzamy, że takie rozwiązanie, choć dopuszczalne z punktu widzenia matematyki, nie jest dopuszczalne fizycznie?

Podrozdział 39.4. Dwu- i trójwymiarowe pułapki elektronów

••22 • W prostokątnej zagrodzie o wymiarach $L_x = 800 \text{ pm}$ i $L_y = 1600 \text{ pm}$, pokazanej na rysunku 39.13, umieszczono elektron. Oblicz energię stanu podstawowego tego elektronu.

•23 W prostokątnym pudle z rysunku 39.14, o wymiarach $L_x = 800 \text{ pm}, L_y = 1600 \text{ pm} \text{ i } L_z = 390 \text{ pm}, \text{ umieszczono elektron. Oblicz energię stanu podstawowego tego elektronu.}$

••24 Na rysunku 39.30 pokazana jest dwuwymiarowa nieskończona studnia potencjału leżąca w płaszczyźnie xy, w której zlokalizowany jest elektron. Przesuwamy sondę elektronową wzdłuż pionowego odcinka, dzielącego bok L_x na pół i znajdujemy trzy punkty, w których prawdopodobieństwo wykrycia elektronu osiąga maksimum. Punkty te są odległe od siebie o 2,00 nm. Następnie przesuwamy się wzdłuż odcinka poziomego, dzielą-

cego bok L_y na połowę i znajdujemy pięć punktów, w których prawdopodobieństwo wykrycia osiąga maksimum. Odległość między nimi wynosi 3,00 nm. Ile wynosi energia elektronu?

••25 Przedstawiona na rysunku 39.31 dwuwymiarowa nieskończona zagroda kwantowa ma formę kwadratu o boku L = 150 pm. Sonda w kształcie kwadratu o wymiarach x = 5,00 pm i y = 5,00 pm umieszczona jest tak, że współrzędne jej środka







Rys. 39.31. Zadanie 25

wynoszą (0,200*L*; 0,800*L*). Jakie jest prawdopodobieństwo wykrycia elektronu przez tę sondę, jeśli znajduje się on w stanie o energii $E_{1,3}$?

••26 W prostokątnej zagrodzie o wymiarach $L_x = L$ i $L_y = 2L$ znajduje się elektron o masie *m*. Jaką wielokrotnością $h^2/8mL^2$ jest: a) energia elektronu w stanie podstawowym, b) energia elektronu w pierwszym stanie wzbudzonym, c) energia najniższego stanu zdegenerowanego i d) różnica pomiędzy energią drugiego i trzeciego stanu wzbudzonego?

••27 ssm www Elektron o masie *m* jest zlokalizowany w prostokątnej zagrodzie kwantowej o wymiarach $L_x = L$ i $L_y = 2L$. a) Ile różnych częstotliwości może mieć światło wyemitowane lub zaabsorbowane przez elektron na skutek jego przejść pomiędzy pięcioma stanami o najniższych energiach? Podaj jako wielokrotność $h/8mL^2$ częstotliwość: b) najniższą, c) drugą po najniższej, d) trzecią po najniższej, e) najwyższą, f) drugą przed najwyższą i c) trzecią przed najwyższą.

••28 © Elektron o masie *m* znajduje się w sześciennym pudle o wymiarach $L_x = L_y = L_z = L$. Jaką wielokrotnością $h^2/8mL^2$ jest: a) energia stanu podstawowego tego elektronu, b) energia jego drugiego stanu wzbudzonego i c) różnica pomiędzy energiami drugiego i trzeciego stanu wzbudzonego? Ile zdegenerowanych stanów ma energię d) pierwszego stanu wzbudzonego i e) piątego stanu wzbudzonego?

••29 Elektron o masie *m* zamknięty jest w sześciennym pudle o wymiarach $L_x = L_y = L_z = L$. a) Ile różnych częstotliwości może mieć światło wyemitowane lub zaabsorbowane przez elektron na skutek jego przejść pomiędzy pięcioma stanami o najniższych energiach? Podaj jako wielokrotność $h/8mL^2$ wartość częstotliwości: b) najniższej, c) drugiej po najniższej, d) trzeciej po najniższej, e) najwyższej, f) drugiej przed najwyższą i c) trzeciej przed najwyższą.

•••30 •••30 ••• Elektron uwięziony w dwuwymiarowej, kwadratowej i nieskończonej studni potencjału o boku L znajduje się w stanie podstawowym. Zamierzamy wykryć jego obecność za pomocą sondy w kształcie kwadratu o powierzchni 400 pm² i środku w x = L/8 i y = L/8. W wyniku pomiaru otrzymujemy prawdopodobieństwo wykrycia równe $4,5 \cdot 10^8$. Ile wynosi długość L boku studni?

Podrozdział 39.5. Atom wodoru

•31 ssm Oblicz stosunek najmniejszej długości fali serii Balmera do najmniejszej długości fali serii Lymana.

•32 Atom (ale nie atom wodoru) pochłania foton światła o długości fali 375 nm i zaraz potem emituje foton światła o długości fali 580 nm. Jaka energia netto została pochłonięta przez atom w tym procesie?

•33 Ile wynosi: a) energia, b) pęd i c) długość fali fotonu emitowanego podczas przejścia atomu wodoru ze stanu o n = 3do stanu o n = 1?

•34 Oblicz radialną gęstość prawdopodobieństwa P(r) dla atomu wodoru w stanie podstawowym w punktach: a) r = 0, b) r = a i c) r = 2a, gdzie *a* jest promieniem Bohra.

•35 Dla atomu wodoru w stanie podstawowym oblicz a) gęstość prawdopodobieństwa $\psi^2(r)$ i b) radialną gęstość prawdopodobieństwa P(r) dla r = a, gdzie a jest promieniem Bohra.

•36 a) Ile wynosi energia *E* elektronu w atomie wodoru, dla którego gęstość prawdopodobieństwa została pokazana na rysunku 39.21? b) Jaka minimalna energia jest potrzebna do wyrwania tego elektronu z atomu?

•37 ssm Neutron o energii kinetycznej 6,0 eV zderza się z pozostającym w spoczynku atomem wodoru w stanie podstawowym. Wyjaśnij, dlaczego takie zderzenie musi być sprężyste, czyli energia kinetyczna musi być w takim zderzeniu zachowana. (*Wskazówka*: Pokaż, że atom wodoru nie może w wyniku takiego zderzenia zostać wzbudzony).

•38 Atom (ale nie atom wodoru) pochłania foton światła o częstotliwości $6,2 \cdot 10^{14}$ Hz. O ile zwiększy się energia tego atomu?

••**39** ssm Sprawdź, że równanie (39.44) opisujące radialną gęstość prawdopodobieństwa dla stanu podstawowego atomu wodoru jest unormowane, czyli że

$$\int_{0}^{\infty} P(r) \, \mathrm{d}r = 1.$$

••40 W jakim zakresie a) długości fali i b) częstotliwości znajdują się linie serii Lymana? W jakim zakresie c) długości fali i d) częstotliwości znajdują się linie serii Balmera?

••41 Oblicz prawdopodobieństwo, że elektron w stanie podstawowym atomu wodoru można znaleźć pomiędzy dwiema sferami o promieniach r i $r + \Delta r$, jeśli a) r = 0,500ai $\Delta r = 0,010a$ oraz b) r = 1,00a i $\Delta r = 0,01a$, gdzie ajest promieniem Bohra. (*Wskazówka*: Grubość Δr jest dostatecznie mała, aby przyjąć, że radialna gęstość prawdopodobieństwa pomiędzy r i Δr jest stała).

••42 Atom wodoru, który znajdował się początkowo w spoczynku w stanie o n = 4 przechodzi do stanu podstawowego, emitując przy tym światło. Oblicz prędkość odrzuconego atomu wodoru. (*Wskazówka:* Zjawisko jest podobne do wybuchu w rozdziale 9).

••43 Całkowita energia elektronu w stanie podstawowym atomu wodoru wynosi –13,6 eV. Ile wynosi a) energia kinetyczna i b) energia potencjalna elektronu znajdującego się w odległości jednego promienia Bohra od jądra atomowego?

••44 Atom wodoru w stanie, w którym *energia wiązania* (energia potrzebna do usunięcia elektronu) równa jest 0,85 eV, przechodzi do pewnego stanu, dla którego *energia wzbudze-nia* (różnica pomiędzy energią tego stanu i energią stanu podstawowego) wynosi 10,2 eV. a) Ile wynosi energia fotonu emitowanego w wyniku takiego procesu? Ile wynoszą liczby kwantowe poziomów a) wyższego i b) niższego, biorących udział w tym przejściu?

••45 ssm Funkcje falowe dla trzech stanów o liczbach kwantowych n = 2, l = 1 i $m_l = 0$, +1 i -1, których rozkład gęstości prawdopodobieństwa pokazano na rysunku 39.23, mają następującą postać:

$$\psi_{210}(r,\theta,\phi) = \frac{1}{4}\sqrt{2\pi}a^{-3/2} \left(\frac{r}{a}\right) e^{-r/2a} \cos\theta,$$

$$\psi_{21+1}(r,\theta,\phi) = \frac{1}{8}\sqrt{\pi}a^{-3/2} \left(\frac{r}{a}\right) e^{-r/2a} (\sin\theta) e^{i\phi},$$

$$\psi_{21-1}(r,\theta,\phi) = \frac{1}{8}\sqrt{\pi}a^{-3/2} \left(\frac{r}{a}\right) e^{-r/2a} (\sin\theta) e^{-i\phi},$$

Indeksami funkcji $\psi(r, \theta, \phi)$ są liczby kwantowe n, l, m_l , a kąty θ i ϕ zostały zdefiniowane na rysunku 39.22. Zauważ, że pierwsza funkcja falowa jest rzeczywista, podczas gdy pozostałe dwie są zespolone. Wyznacz radialną gęstość prawdopodobieństwa P(r) dla a) ψ_{210} i b) ψ_{21+1} (taka sama, jak dla ψ_{21-1}). c) Wykaż, że każda z otrzymanych gęstości P(r) zgadza się z odpowiednim wykresem na rysunku 39.23. d) Dodaj do siebie radialne gęstości prawdopodobieństwa dla ψ_{210} , ψ_{21+1} i ψ_{21-1} , a następnie wykaż, że otrzymana suma jest wyrażeniem o symetrii sferycznej i zależnym jedynie od r.

••46 Oblicz prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w stanie podstawowym atomu wodoru pomiędzy sferami o promieniach *a* i 2*a*, gdzie *a* jest promieniem Bohra.
••47 Dla jakiej wartości głównej liczby kwantowej n efektywny promień atomu wodoru, zdefiniowany na wykresie gęstości prawdopodobieństwa wynosiłby 1,0 mm? Przyjmij, że liczba kwantowa l przyjmuje swoją maksymalną wartość n-1. (*Wskazówka*: Skorzystaj z rysunku 39.24).

••48 Światło o długości fali 121,6 nm emitowane jest przez atom wodoru. Ile wynoszą liczby kwantowe poziomów a) wyższego i b) niższego, pomiędzy którymi następuje przeskok kwantowy powodujący tę emisję? c) Do jakiej serii należy ta linia?

••49 Jaką pracę należy wykonać, aby rozerwać elektron i proton tworzący atom wodoru, jeśli atom ten znajduje się początkowo w a) stanie podstawowym, b) stanie o n = 2?

••50 Atom wodoru emituje światło o długości fali 102,6 nm. Ile wynoszą liczby kwantowe poziomów a) wyższego i b) niższego, pomiędzy którymi następuje przeskok kwantowy powodujący tę emisję? c) Do jakiej serii należy ta linia?

••51 Jakie jest prawdopodobieństwo znalezienia elektronu w stanie podstawowym atomu wodoru, w odległości od jądra większej niż promień Bohra?

••52 Atom wodoru został wzbudzony ze stanu podstawowego do stanu o n = 4. a) Ile energii musiał pochłonąć ten atom? Rozważ energie fotonu, jakie atom może wyemitować, wracając do stanu podstawowego na szereg różnych sposobów. b) Ile jest takich możliwości? Podaj wartość energii c) najwyższej, d) drugiej po najwyższej, e) trzeciej po najwyższej, f) najniższej, g) drugiej po najniższej i h) trzeciej po najniższej.

••53 ssm www Równanie Schrödingera dla stanów atomu wodoru, dla których orbitalna liczba kwantowa *l* jest równa zeru, ma postać

$$\frac{1}{r}^2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(r^2 \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}r} \right) + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - U(r)] \psi = 0.$$

Sprawdź, że równanie (39.39), opisujące stan podstawowy atomu wodoru jest rozwiązaniem tego równania.

•••54 Funkcja falowa stanu kwantowego elektronu w atomie wodoru, o liczbach kwantowych n = 2, $l = m_l = 0$, którego rozkład gęstości prawdopodobieństwa przedstawia rysunek 39.21, ma postać

$$\psi_{200}(r) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} a^{-3/2} \left(2 - \frac{r}{a}\right) e^{-r/2a}$$

gdzie *a* jest promieniem Bohra, indeksami zaś funkcji $\psi(r)$ są liczby kwantowe *n*, *l*, *m*_l. a) Narysuj gęstość prawdopodobieństwa $\psi_{200}^2(r)$ i pokaż, że twój rozkład jest zgodny z wynikiem pokazanym na rysunku 39.21. b) Pokaż analitycznie, że $\psi_{700}^2(r)$ osiąga maksimum dla r = 4a. c) Wyznacz radialną gęstość prawdopodobieństwa $P_{200}(r)$ dla tego stanu. d) Pokaż, że

$$\int_{0}^{\infty} P_{200}(r) \, \mathrm{d}r = 1,$$

co oznacza, że funkcja falowa $\psi_{200}(r)$ została unormowana poprawnie.

•••55 Radialna gęstość prawdopodobieństwa dla stanu podstawowego atomu wodoru osiąga maksimum dla r = a, gdzie a jest promieniem Bohra. Pokaż, że średnia wartość r zdefiniowana jako

$$r_{\rm sr} = \int P(r)r\,\mathrm{d}r$$

wynosi 1,5*a*. W powyższym wyrażeniu każda wartość *r* jest brana z wagą równą radialnej gęstości prawdopodobieństwa P(r), z jakim występuje. Zauważ, że średnia wartość promienia *r* jest większa niż promień *r*, dla którego P(r) osiąga maksimum.

Zadania dodatkowe

56 Niech ΔE_{kol} będzie różnicą energii pomiędzy dwoma kolejnymi poziomami energetycznymi elektronu uwięzionego w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału. Niech *E* będzie energią jednego z tych poziomów. a) Pokaż, że stosunek $\Delta E_{kol}/E$ dla dużych wartości liczby kwantowej *n* dąży do wartości 2/*n*. Czy w granicy $n \rightarrow \infty$: b) ΔE_{kol} , c) *E*, d) $\Delta E_{kol}/E$ dążą do zera? e) Co oznaczają powyższe wyniki w odniesieniu do zasady odpowiedniości?

57 Elektron uwięziony jest w jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału. Pokaż, że różnica energii ΔE pomiędzy jego stanami kwantowymi o *n* i *n* + 2 równa jest $(h^2/2mL^2)(n + 1)$, gdzie *L* jest szerokością studni.

58 Tak jak to sugeruje rysunek 39.8, gęstość prawdopodobieństwa znalezienia elektronu w obszarze 0 < x < L w skończonej studni potencjału z rysunku 39.7 jest funkcją sinusoidalną o postaci $\psi^2(x) = B \sin^2 kx$, gdzie *B* jest stałą. a) Pokaż, że funkcja falowa $\psi(x)$, jaką można wyznaczyć z tego równania, jest rozwiązaniem równania Schrödingera w jego jednowymiarowej postaci. b) Znajdź wzór określający *k*, jaki musi być spełniony, aby była to prawda.

59 ssm Tak jak to sugeruje rysunek 39.8, gęstość prawdopodobieństwa w obszarze x > L w skończonej studni potencjału z rysunku 39.7 zanika wykładniczo zgodnie ze wzorem $\psi^2(x) = Ce^{-2kx}$, gdzie *C* jest stałą. a) Pokaż, że funkcja falowa $\psi(x)$, jaką można wyznaczyć z tego równania, jest rozwiązaniem równania Schrödingera w jego jednowymiarowej postaci. b) Znajdź wzór określający *k*, jaki musi być spełniony, aby była to prawda.

60 Elektron jest uwięziony w wąskiej odpompowanej rurze o długości 3,0 m. Rura ta działa jak jednowymiarowa studnia potencjału. a) Znajdź różnicę energii pomiędzy stanem podstawowym i pierwszym stanem wzbudzonym elektronu w tej rurze. b) Dla jakiej liczby kwantowej *n* różnica energii pomiędzy kolejnymi poziomami energetycznymi wynosiłaby 1,0 eV, co jest mierzalne w odróżnieniu od wyniku z punktu (a)? c) Wyraź jako wielokrotności energii spoczynkowej elektronu wartość jego energii całkowitej. d) Czy należałoby go traktować relatywistycznie?

61 a) Pokaż, że poszczególne wyrazy w równaniu Schrödingera (równanie (39.18)) mają jednakowe wymiary. b) Jaka jest jednostka w układzie SI każdego z tych wyrazów?

62 a) Ile wynosi długość fali fotonu o najmniejszej energii z serii Balmera dla linii widmowych atomu wodoru?b) Znajdź długość fali odpowiadającą granicy tej serii.

63 a) Ile dopuszczalnych wartości orbitalnej liczby kwantowej *l* istnieje dla danej wartości głównej liczby kwantowej *n*? b) Ile dopuszczalnych wartości magnetycznej liczby kwantowej *m*_l istnieje dla danej wartości liczby kwantowej *l*? c) Ile dopuszczalnych wartości magnetycznej liczby kwantowej *m*_l istnieje dla danej wartości głównej liczby kwantowej *n*?

64 Sprawdź, że kombinacja stałych występująca w równaniu (39.33) jest równa 13,6 eV.

65 Dwuatomowa cząsteczka gazu składa się z dwóch atomów o masie *m*, oddalonych o stałą odległość *d* i obracających się dookoła osi, jak zaznaczono to na rysunku 39.32. Zakładając, że moment pędu tej cząsteczki jest skwantowany tak jak w modelu Bohra atomu wodoru, wyznacz:



a) możliwe prędkości kątowe i b) możliwe skwantowane energie obrotowe.

66 W świecie atomów istnieje skończone (choć bardzo niewielkie) prawdopodobieństwo, że w pewnej chwili elektron należący do atomu znajdzie się w środku jądra. Istotnie, niektóre nietrwałe jądra atomowe "korzystają" z tej rzadkiej możliwości, by się rozpaść — taki proces nazywa się *wychwytem elektronu*. Zakładając, że proton jest sferą o promieniu $1,1 \cdot 10^{-15}$ m i że funkcja falowa elektronu w atomie wodoru rozciąga się aż do środka protonu (stanowiącego jądro atomowe), wyznacz prawdopodobieństwo lokalizacji elektronu w środku jądra, wykorzystując funkcję falową w stanie podstawowym.

67 a) Ile wynosi odstęp energetyczny między dwoma najniższymi poziomami energii dla pojemnika o szerokości 20 cm, który zawiera atomy argonu? Załóż upraszczająco, że atomy argonu są uwięzione w jednowymiarowej studni o szerokości 20 cm. Masa molowa argonu wynosi 39,9 g/mol. b) Ile (z dokładnością do jednego rzędu wielkości) wynosi stosunek energii termicznej w temperaturze 300 K do energii separacji, wyznaczonej w poprzednim podpunkcie? c) W jakiej temperaturze energia termiczna zrówna się z energią separacji? **68** Mion o ładunku -e i masie $m = 207 m_e$ (gdzie m_e jest masą elektronu) krąży po orbicie wokół jądra będącego pojedynczo zjonizowanym atomem helu (He⁺). Zakładając, że do układu mion–hel można zastosować model Bohra, wykaż, że poziomy energii takiego układu opisuje wzór

$$E = -\frac{11.3 \text{ keV}}{n^2}.$$

69 Korzystając z diagramu poziomów energetycznych atomu wodoru, wyjaśnij fakt doświadczalny, że częstotliwość drugiej linii w serii Lymana jest sumą częstotliwości pierwszej linii z tej serii i pierwszej linii serii Balmera. Zależność ta jest przykładem odkrytej empirycznie *zasady kombinacji Ritza*. Korzystając z powyższego diagramu, odszukaj kilka innych dozwolonych kombinacji.

70 Atom wodoru można rozważać jako położony centralnie proton o dodatnim ładunku *e* i elektron o ładunku ujemnym -e, którego przestrzenny rozkład gęstości ładunku ma postać $\rho = A \exp(-2r/a_0)$. W powyższym wzorze *A* jest stałą, $a_0 = 0,53 \cdot 10^{-10}$ m, *r* zaś jest odległością od środka atomu. a) Korzystając z faktu, że atom wodoru jest obojętny elektrycznie, wyznacz stałą *A*. Następnie wyznacz b) wartość i c) kierunek pola elektrycznego w odległości $r = a_0$.

71 W jednym z pierwotnych modeli atomu wodoru, składał się on z ładunku +e, rozłożonego jednorodnie w kuli o promieniu a_0 oraz z elektronu o ładunku -e i masie m, umieszczonego w środku. a) Ile wynosiłaby siła wywierana na elektron, gdyby odsunąć go ze środka o odcinek $r \leq a_0$? b) Gdyby następnie puścić elektron swobodnie, zacząłby on oscylować wokół środka atomu. Ile wynosiłaby częstotliwość tych oscylacji?

72 W prostym modelu atomu wodoru pojedynczy elektron krąży po orbicie kołowej wokół pojedynczego protonu (stanowiącego jądro atomowe). Oblicz: a) potencjał elektryczny, jaki wytwarza proton na okręgu o promieniu 52,9 pm, b) energię potencjalną pola elektrycznego atomu, c) energię kinetyczną elektonu. d) Ile wynosi energia potrzebna do zjonizowania atomu (czyli odsunięcia elektronu na nieskończoną odległość od protonu, gdzie miałby zerową energię kinetyczną)? Wyznaczone energie wyraź w elektronowoltach.

73 Rozważ elektron przewodzący w kryształe o kształcie sześcianu, wykonanym z materiału przewodzącego. Elektron taki może się swobodnie poruszać w całej objętości kryształu, ale nie może wydostać się na zewnątrz. Jest więc uwięziony w trójwymiarowej nieskończonej studni potencjału. Elektron może przemieszczać się w trzech wymiarach, a jego energia całkowita dana jest wzorem

$$E = \frac{h^2}{8L^2m} (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2),$$

gdzie n_1 , n_2 i n_3 są dodatnimi liczbami całkowitymi. Wyznacz energie kolejnych pięciu najniższych stanów elektronu przewodzącego, który porusza się w krysztale sześciennym o boku $L = 0, 25 \,\mu$ m.

Wszystko o atomach

Ζ

Δ

Ł

40

40.1. własności atomów

Czego się nauczysz? _

0

R

Ζ

D

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 40.01 opisać wykres zależności energii jonizacji od liczby atomowej Z;
- 40.02 stwierdzić, że atomy mają moment pędu i wykazują zjawiska magnetyczne;
- 40.03 opisać doświadczenie Einsteina-de Haasa;
- 40.04 podać pięć liczb kwantowych elektronu w atomie i dla każdej z nich dozwolone wartości;
- **40.05** określić liczbę stanów elektronu dozwolonych dla danej powłoki i podpowłoki;
- **40.06** stwierdzić, że elektron w atomie ma orbitalny moment pędu \vec{L} i orbitalny magnetyczny moment dipolowy $\vec{\mu}_{orb}$;
- **40.07** obliczyć wartości orbitalnego momentu dipolowego \vec{L} i orbitalnego magnetycznego momentu dipolowego $\vec{\mu}_{orb}$, wyrażając je jako funkcje orbitalnej liczby kwantowej l;
- **40.08** zapisać związek między orbitalnym momentem pędu \vec{L} a orbitalnym magnetycznym momentem dipolowym $\vec{\mu}_{orb}$;
- **40.09** stwierdzić, że nie da się zmierzyć (zaobserwować) wektorów \vec{L} i $\vec{\mu}_{orb}$, ale możliwy jest pomiar ich składowych wzdłuż osi pomiaru (zwykle oznaczanej jako oś *z*);
- **40.10** podać składowe L_z (wzdłuż osi z) orbitalnego momentu pędu \vec{L} , wyrażając je jako wielokrotności magnetycznej liczby kwantowej m_l ;
- **40.11** podać składowe $\mu_{\text{orb},z}$ (wzdłuż osi *z*) orbitalnego magnetycznego momentu dipolowego $\vec{\mu}_{\text{orb}}$, korzystając z or-

Podstawowe fakty _

 Atomy mają skwantowane energie, a między stanami energetycznymi może dochodzić do przeskoków kwantowych. Jeśli przejście pomiędzy stanem o wyższej energii i stanem o niższej energii odbywa się poprzez emisję lub absorpcję fotonu, jego częstotliwość opisuje wzór

$$h\nu = E_{\rm w} - E_{\rm n}.$$

• Stany o tej samej wartości głównej liczby kwantowej *n* tworzą powłokę.

bitalnej magnetycznej liczby kwantowej m_l i magnetonu Bohra $\mu_{\rm B};$

- **40.12** dla danego stanu orbitalnego lub spinowego obliczyć kąt półklasyczny *θ*;
- **40.13** stwierdzić, że spinowy moment pędu \vec{S} (nazywany zwykle spinem) oraz spinowy magnetyczny moment dipolowy $\vec{\mu}_s$ są nieodłączną własnością elektronów (jak również protonów czy neutronów);
- **40.14** obliczyć wartości spinowego momentu dipolowego \vec{S} i spinowego magnetycznego momentu dipolowego $\vec{\mu}_s$, wyrażając je jako funkcje orbitalnej liczby kwantowej *s*;
- **40.15** zapisać związek między spinowym momentem pędu \vec{S} a spinowym magnetycznym momentem dipolowym $\vec{\mu}_s$;
- **40.16** stwierdzić, że nie da się zmierzyć (zaobserwować) wektorów \vec{S} i $\vec{\mu}_s$, ale możliwy jest pomiar ich składowych wzdłuż osi pomiaru (zwykle oznaczanej jako oś *z*);
- **40.17** podać składowe S_z (wzdłuż osi z) spinowego momentu pędu \vec{S} , wyrażając je jako wielokrotności magnetycznej spinowej liczby kwantowej m_s ;
- **40.18** obliczyć składowe $\mu_{s,z}$ (wzdłuż osi *z*) spinowego magnetycznego momentu dipolowego $\vec{\mu}_s$, korzystając z magnetycznej spinowej liczby kwantowej m_s i magnetonu Bohra μ_B ;
- 40.19 zdefiniować efektywny moment magnetyczny atomu.

• Stany o tych samych wartościach liczb kwantowych *n* i *l* tworzą podpowłokę.

• Wartość orbitalnego momentu pędu elektronu uwięzionego w atomie jest skwantowana zgodnie ze wzorem

$$L = \sqrt{l(l+1)\hbar}$$
 dla $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1),$

gdzie \hbar oznacza $h/2\pi, l$ jest orbitalną liczbą kwantową, an-główną liczbą kwantową elektronu.



• Składowa L_z orbitalnego momentu pędu wzdłuż osi z jest skwantowana zgodnie ze wzorem

$$L_z = m_l \hbar$$
, dla $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$

gdzie m_l jest orbitalną magnetyczną liczbą kwantową.

• Wartość μ_{orb} orbitalnego momentu magnetycznego elektronu jest skwantowana zgodnie ze wzorem

$$\mu_{\rm orb} = \frac{e}{2m} \sqrt{l(l+1)}\hbar,$$

gdzie m jest masą elektronu.

• Składowa $\mu_{\text{orb},z}$ wzdłuż osi z jest również skwantowana, zgodnie ze wzorem

$$\mu_{\text{orb},z} = -\frac{e}{2m}m_l\hbar = -m_l\mu_{\text{B}},$$

gdzie μ_B jest magnetonem Bohra

$$\mu_{\rm B} = \frac{eh}{4\pi m} = \frac{e\hbar}{2m} = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}.$$

 Każdy elektron (swobodny lub uwięziony) ma wewnętrzny spinowy moment pędu S, którego wielkość jest skwantowana zgodnie ze wzorem

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar$$
 dla $s = \frac{1}{2}$

gdzie *s* jest spinową liczbą kwantową. Elektron określany jest jako cząstka o "spinie $\frac{1}{2}$ ".

• Składowa S_z wzdłuż osi z jest również skwantowana, według wzoru

$$S_z = m_s \hbar$$
 dla $m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2}$

gdzie ms jest spinową magnetyczną liczbą kwantową.

 Każdy elektron (swobodny lub uwięziony) ma wewnętrzny spinowy magnetyczny moment dipolowy, którego wielkość jest skwantowana według wzoru

$$\mu_s = \frac{e}{m} \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad \text{dla } s = \frac{1}{2}$$

• Składowa $\mu_{s,z}$ wzdłuż osi z jest również skwantowana, zgodnie ze wzorem

$$\mu_{s,z} = -2m_s\mu_{\rm B} \quad {\rm dla} \ m_s = \pm \frac{1}{2}$$



Rys. 40.1. Zaznaczona strzałką błękitna plamka to światło emitowane przez pojedynczy jon baru utrzymywany przez dłuższy czas w pułapce przez badaczy z University of Washington. Specjalne techniki eksperymentalne zmuszały ten jon do ciągłych przejść pomiędzy dwoma poziomami energetycznymi i do związanej z tym emisji światła. Plamka jest efektem emisji wielu fotonów (dzięki uprzejmości Warrena Nagourneya)

0 fizyce

W tym rozdziale kontynuujemy nasze rozważania na temat jednego z głównych celów fizyki — odkrywania i rozumienia własności atomów. Około sto lat temu badacze trudzili się, poszukując eksperymentów, które udowodniłyby istnienie atomów. Dziś ich istnienie uznajemy za oczywistość i nawet potrafimy je sfotografować (przy użyciu skaningowego mikroskopu tunelowego). Potrafimy przesuwać je po powierzchni i tworzyć z nich pułapki, takie jak zagroda kwantowa na ilustracji 39.12. Możemy nawet utrzymywać pojedynczy atom nieskończenie długo w pułapce (ilustracja 40.1) i badać jego własności w stanie całkowitej izolacji od innych atomów.

Niektóre własności atomów

Można by sądzić, że prawa fizyki atomu dalekie są od naszych codziennych doświadczeń. Pomyśl jednak o tym, jak następujące własności atomów — własności tak podstawowe, że rzadko przychodzi nam o nich myśleć — wpływają na sposób, w jaki żyjemy.

- *Atomy są trwałe*. W zasadzie wszystkie atomy tworzące nasz realny świat istnieją bez zmian od miliardów lat. Jak wyglądałby świat, gdyby atomy ciągle zmieniały swą postać, na przykład co kilka tygodni, a może co parę lat?
- Atomy łączą się ze sobą. Łącząc się, tworzą trwałe cząsteczki i ciała stałe. Atom jest praktycznie pusty w środku. Jednak kiedy staniesz na podłodze zrobionej z atomów, nie przelecisz przez nią.

Te podstawowe własności atomów można wyjaśnić, korzystając z fizyki kwantowej. To samo dotyczy trzech następnych, mniej oczywistych własności, które wymienimy poniżej.

Porządek wśród atomów

Na rysunku 40.2 pokazany jest przykład pewnej właściwości pierwiastków, która powtarza się w zależności od ich położenia w układzie okresowym (dodatek G). **Energia jonizacji** pierwiastków przedstawiona na tym rysunku to energia potrzebna do usunięcia najsłabiej związanego elektronu z atomu. Na wykresie widać, że energia ta zależy od położenia danego pierwiastka w układzie okresowym. Uderzające podobieństwo właściwości chemicznych i fizycznych pierwiastków z każdej pionowej kolumny układu okresowego jest dostatecznym dowodem na to, że atomy skonstruowane są zgodnie z systematycznymi zasadami.

Pierwiastki uporządkowane są w układzie okresowym w sześciu poziomych **okresach** (siódmy okres jest niepełny). Z wyjątkiem pierwszego, każdy z nich zaczyna się po lewej stronie od bardzo aktywnego chemicznie metalu alkalicznego (lit, sód, potas itd.) i kończy po stronie prawej chemicznie obojętnym gazem szlachetnym (neon, argon, krypton itd.). Fizyka kwantowa wyjaśnia właściwości chemiczne tych pierwiastków. Liczbami pierwiastków znajdujących się w tych sześciu okresach są:

Fizyka kwantowa przewiduje te wartości.

Atomy emitują i pochłaniają światło

Przekonaliśmy się już, że atomy mogą istnieć tylko w dyskretnych stanach kwantowych, z których każdy ma pewną energię. Atom może przejść z jednego stanu do drugiego, emitując światło (przejście do niższego stanu energetycznego E_n) lub pochłaniając światło (przejście do wyższego stanu energetycznego E_w). Jak to już było omawiane w podrozdziale 40.3, światło jest emitowane lub pochłaniane w postaci fotonów o energii

$$h\nu = E_{\rm w} - E_{\rm n}.\tag{40.1}$$

Tak więc wyznaczenie częstotliwości światła emitowanego lub pochłanianego przez atom sprowadza się do wyznaczenia energii stanów kwanto-



Rys. 40.2. Wykres zależności energii jonizacji pierwiastków od ich liczby atomowej, ujawniający okresową powtarzalność tej właściwości dla sześciu okresów układu okresowego. Na wykresie zaznaczono liczbę pierwiastków w każdym z tych okresów



Rys. 40.3. Klasyczny model przedstawiający cząstkę o masie *m* i ładunku –*e* poruszającą się z prędkością *v* po okręgu o promieniu *r*. Poruszająca się cząstka ma moment pędu \vec{L} równy $\vec{r} \times \vec{p}$, gdzie \vec{p} jest pędem $m\vec{v}$. Ruch cząstki jest równoważny pętli z prądem, z którą związany jest moment magnetyczny $\vec{\mu}$ skierowany przeciwnie do momentu pędu \vec{L}

wych tego atomu. Fizyka kwantowa pozwala nam — przynajmniej teoretycznie — obliczyć te energie.

Atomy mają moment pędu i moment magnetyczny

Na rysunku 40.3 pokazano naładowaną ujemnie cząstkę, która porusza się po orbicie kołowej dookoła ustalonego centrum. Jak to rozważaliśmy w podrozdziale 32.5, cząstka poruszająca się po orbicie ma zarówno moment pędu \vec{L} , jak i (ponieważ jej tor jest równoważny maleńkiej pętli z prądem) magnetyczny moment dipolowy $\vec{\mu}$. Jak to pokano na rysunku 40.3, oba wektory \vec{L} i $\vec{\mu}$ są prostopadłe do płaszczyzny orbity, ale ponieważ ładunek cząstki jest ujemny, ich zwroty są przeciwne.

Model z rysunku 40.3 jest czysto klasyczny i nie odzwierciedla dokładnie zachowania się elektronu w atomie. W fizyce kwantowej model orbitalny został zastąpiony modelem gęstości prawdopodobieństwa, który można zobrazować w postaci rozkładu gęstości prawdopodobieństwa. Jednak w fizyce kwantowej pozostaje w ogólności prawdą, że z każdym stanem kwantowym elektronu w atomie jest związany moment pędu \vec{L} i skierowany przeciwnie moment magnetyczny $\vec{\mu}$ (mówimy, że te wielkości wektorowe są *sprzężone*).

Doświadczenie Einsteina-de Haasa

W 1915 roku, przed odkryciem fizyki kwantowej, Albert Einstein i holenderski fizyk W.J. de Haas przeprowadzili sprytne doświadczenie, które miało pokazać, że moment pędu i moment magnetyczny pojedynczych atomów są ze sobą sprzężone.

Einstein i de Haas zawiesili na cienkim włóknie żelazny walec, tak jak to przedstawiono na rysunku 40.4. Dookoła tego walca, nie dotykając go, umieszczono solenoid. Początkowo momenty magnetyczne $\vec{\mu}$ atomów w walcu skierowane były w przypadkowych kierunkach, tak więc zewnętrzne pole magnetyczne wytwarzane przez te momenty równało się zeru (rys. 40.4a). Kiedy jednak w solenoidzie zaczął płynąć prąd (rys. 40.4b), w jego wnętrzu powstało pole magnetyczne o indukcji \vec{B} skierowane równolegle do osi solenoidu. W efekcie momenty magnetyczne



Rys. 40.4. Układ doświadczalny Einsteina–de Haasa. a) Pole magnetyczne w żelaznym walcu początkowo równe jest zeru, a wektory dipolowych momentów magnetycznych $\vec{\mu}$ tworzących go atomów skierowane są w sposób przypadkowy. b) Kiedy zostaje włączone pole magnetyczne o indukcji \vec{B} skierowane wzdłuż osi walca, wektory momentów magnetycznych ustawiają się wzdłuż kierunku tego pola i walec zaczyna się obracać

atomów w walcu zmieniły orientację i ustawiły się wzdłuż tego pola. Jeśli moment pędu \vec{L} każdego atomu jest sprzężony z jego momentem magnetycznym $\vec{\mu}$, to uporządkowanie atomowych momentów magnetycznych musiało spowodować ustawienie atomowych momentów pędu przeciwnie do kierunku indukcji pola magnetycznego.

Początkowo na walec nie działały żadne zewnętrzne momenty sił, a więc początkowa, zerowa wartość momentu pędu walca nie mogła ulec zmianie. Jednak kiedy włączone zostało pole magnetyczne o indukcji \vec{B} , atomowe momenty pędu ustawiły się antyrównolegle do tego pola. W efekcie walec jako całość miał wypadkowy moment pędu \vec{L}_{wyp} różny od zera (skierowany na rysunku 40.4b do dołu). Aby zachować zerowy moment pędu, walec zaczął się obracać dookoła swojej osi. W ten sposób wytworzony został moment pędu \vec{L}_{obr} , skierowany przeciwnie do \vec{L}_{wyp} (do góry na rysunku 40.4b).

Skręcanie włókna szybko powoduje wytworzenie momentu sił, który na chwilę zatrzymuje obrót walca, a następnie kiedy włókno zaczyna się rozkręcać — jego obrót w przeciwnym kierunku. Później, podczas oscylacji walca wokół jego pierwotnej orientacji, włókno się skręca i rozkręca. Walec wykonuje drgania harmoniczne.

Obserwacja obrotu walca potwierdziła, że moment pędu i magnetyczny moment dipolowy atomu są sprzężone i przeciwnie skierowane. Co więcej, doświadczenie to w dramatyczny sposób pokazało, że momenty pędu związane ze stanami kwantowymi atomów mogą wywołać *zauważalny* obrót ciała o makroskopowych rozmiarach.

Moment pędu i momenty magnetyczne

Z każdym stanem kwantowym elektronu w atomie związany jest orbitalny moment pędu i orbitalny moment magnetyczny. Każdy elektron, czy to uwięziony w atomie, czy to swobodny, ma też spinowy moment pędu i spinowy moment magnetyczny. Są to wielkości tak samo nieodłączne, jak jego masa i ładunek. Przedyskutujmy te wielkości.

Orbitalny moment pędu

Z klasycznego punktu widzenia każda poruszająca się cząstka ma moment pędu \vec{L} względem dowolnego punktu odniesienia. W rozdziale 11 zapisaliśmy tę wielkość jako iloczyn wektorowy $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, gdzie \vec{r} jest wektorem położenia cząstki względem punktu odniesienia, a \vec{p} — pędem cząstki ($m\vec{v}$). Mimo że nie możemy rozpatrywać elektronu w atomie jako cząstki klasycznej, to ma on również moment pędu, opisany wzorem $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, przy czym punktem odniesienia jest jądro atomowe. Jednak, w odróżnieniu od cząstek klasycznych, *orbitalny moment pędu* elektronu \vec{L} jest skwantowany. Rozwiązując równanie Schrödingera dla elektronu w atomie wodoru, możemy te skwantowane (dozwolone) wartości wyznaczyć. Zarówno dla tego przypadku, jak i każdego innego, w którym w mechanice kwantowej pojawia się iloczyn wektorowy, istnieje odpowiedni aparat matematyczny, pozwalający na wyznaczenie liczb kwantowych. (Jest nim algebra liniowa, której mogłeś się uczyć na zajęciach). Dzięki tej metodzie można wyznaczyć dozwolone wartości \vec{L} wyrażające się wzorem

Liczba kwantowa	Symbol	Dozwolone wartości	Odpowiada
główna	п	1, 2, 3,	odległości od jądra
orbitalna	l	$0, 1, 2, \ldots, (n-1)$	orbitalnemu momentowi pędu
orbitalna magnetyczna	m_l	$0,\pm 1,\pm 2,\pm 3,\cdots \pm k$	orbitalnemu momentowi pędu (składowa wzdłuż osi z)
spinowa	S	$\frac{1}{2}$	spinowemu momentowi pędu
spinowa magnetyczna	m_s	$\pm \frac{1}{2}$	(składowa wzdłuż osi z)

 Tabela 40.1.
 Stany elektronowe atomu

$$L = \sqrt{l(l+1)\hbar} \quad \text{dla} \ l = 0, 1, 2, \dots, (n-1), \tag{40.2}$$

gdzie \hbar wynosi $h/2\pi$, l jest orbitalną liczbą kwantową (wprowadzoną w tabeli 39.2 i wypisaną ponownie w tabeli 40.2), a n jest główną liczbą kwantową elektronu.

Elektron może mieć ustaloną wartość L, będącą dowolną spośród wartości dozwolonych określonych przez wzór (40.2). Jednak jego wektor \vec{L} nie może mieć zdefiniowanego kierunku. Możemy natomiast zmierzyć ustaloną wartość składowej L_z wzdłuż wybranej osi pomiaru (zwykle oznaczanej jako oś z). Zbiór dozwolonych wartości L_z opisuje wzór:

$$L_z = m_l \hbar$$
 dla $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l,$ (40.3)

przy czym m_l nazywamy orbitalną magnetyczną liczbą kwantową (por. tabelę 40.1). Jednak jeśli elektron ma ustaloną wartość L_z , to nie może mieć ustalonych wartości składowych L_x i L_y . Nie da się usunąć tej nieokreśloności, dokonując najpierw pomiaru L_z (i otrzymując ustalony wynik), a następnie mierząc L_x (również otrzymując wynik), ponieważ wykonanie drugiego pomiaru może zmienić wartość L_z , przez co wartość tej składowej przestaje być ustalona. Nie da się też zaobserwować przypadku, gdy \vec{L} skierowany jest wzdłuż jednej z osi, ponieważ wówczas miałby ustalony kierunek i ustalone wartości składowych wzdłuż pozostałych osi (konkretnie, równe zeru).

Na rysunku 40.5 pokazany jest typowy sposób obrazowania dozwolonych wartości składowej L_z dla przypadku, w którym l = 2. Nie traktuj jednak tego schematu dosłownie, gdyż może on (błędnie) sugerować, że wektor \vec{L} ma ustalony kierunek. Pomimo tego, pozwala on nam związać pięć możliwych wartości składowej z z całym wektorem (którego długość wynosi $\hbar\sqrt{6}$) i zdefiniować tak zwany *kąt półklasyczny* θ według wzoru

$$\cos\theta = \frac{L_z}{L}.\tag{40.4}$$

Orbitalny magnetyczny moment dipolowy

Jak to przedstawialismy w podrozdziale 32.5, z klasycznego punktu widzenia cząstka naładowana elektrycznie, poruszając się po okręgu, wytwarza pole magnetyczne w postaci dipola magnetycznego. Zgodnie z równaniem



Rys. 40.5. Dozwolone wartości L_z dla elektronu w stanie kwantowym o l = 2. Dla każdego wektora orbitalnego momentu pędu L z tego rysunku istnieje skierowany przeciwnie wektor odpowiadającego mu orbitalnego magnetycznego momentu dipolowego $\vec{\mu}_{orb}$

(32.28), moment dipolowy takiej cząstki jest związany z jej momentem pędu wzorem

$$\vec{\mu}_{\rm orb} = -\frac{e}{2m}\vec{L},\tag{40.5}$$

gdzie *m* jest masą cząstki (tu — elektronu). Znak minus występuje dlatego, że oba wektory są skierowane w przeciwne strony, co wynika z faktu, że elektron jest cząstką naładowaną ujemnie.

Orbitalny dipolowy moment magnetyczny elektronu w atomie jest również opisany wzorem (40.5), jednak $\vec{\mu}_{orb}$ jest skwantowany. Podstawiając moment pędu z równania 40.2, otrzymamy zbiór dozwolonych wartości $\vec{\mu}_{orb}$

$$\mu_{\rm orb} = \frac{e}{2m} \sqrt{l(l+1)}\hbar. \tag{40.6}$$

Podobnie jak w przypadku momentu pędu, wektor $\vec{\mu}_{orb}$ może mieć ustaloną długość, ale jego kierunek nie jest określony. Jedyne, co daje się zrobić, to zmierzyć jego składową wzdłuż osi z. Wartość tej składowej może zostać określona i przybiera wówczas jedną z poniższych możliwości:

$$\mu_{\text{orb},z} = -m_l \frac{e\hbar}{2m} = -m_l \mu_{\text{B}}.$$
(40.7)

gdzie $\mu_{\rm B}$ jest magnetonem Bohra

$$\mu_{\rm B} = \frac{e\hbar}{4\pi m} = \frac{e\hbar}{2m} = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J/T} \quad \text{(magneton Bohra).} \tag{40.8}$$

Jeżeli elektron ma ustaloną wartość $\mu_{\text{orb},z}$, to składowe $\mu_{\text{orb},x}$ i $\mu_{\text{orb},y}$ pozostają nieokreślone.

Spinowy moment pędu

Każdy elektron, czy to uwięziony w atomie, czy swobodny, ma własny moment pędu, który nie ma klasycznego odpowiednika (*nie ma* on formy $\vec{r} \times \vec{p}$). Nazywamy go *spinowym momentem pędu* \vec{S} (lub po prostu *spinem* — z ang. *wirować*), jednak nazwa ta jest myląca, gdyż elektron nie wiruje. Tak naprawdę, nie ma w elektronie nic, co by rotowało, a mimo to posiada on moment pędu. Długość wektora \vec{S} jest wielkością skwantowaną i ograniczoną jedynie do

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad \text{dla } s = \frac{1}{2}, \tag{40.9}$$

gdzie *s* jest *spinową liczbą kwantową*. Dla każdego elektronu wartość *s* wynosi $\frac{1}{2}$ i mówi się, że elektron jest "cząstką o spinie $\frac{1}{2}$ ". (Protony i neutrony są również cząstkami o spinie $\frac{1}{2}$). Słownictwo tu używane może być nieco mylące, gdyż słowem "spin" określa się zarówno wielkość \vec{S} , jak i *s*.

Podobnie jak w przypadku momentu pędu związanego z obrotem wokół jądra, wewnętrzny moment pędu elektronu może mieć ustaloną wartość, ale jego kierunek nie jest określony. Jedyne, co można zrobić, to zmierzyć jego składową wzdłuż osi z. Może ona przyjmować jedynie wartości dane wzorem



Rys. 40.6. Dozwolone wartości S_z i μ_z dla elektronu

$$S_z = m_s \hbar$$
 dla $m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2}$, (40.10)

gdzie m_s jest spinową magnetyczną liczbą kwantową. Liczba m_s może przyjmować tylko dwie wartości: $m_s = +s = +\frac{1}{2}$ (mówi się wówczas, że elektron ma spin w górę) lub $m_s = -s = -\frac{1}{2}$ (elektron ma spin w dół). Ponadto, jeżeli określimy wartość współrzędnej S_z , to S_x i S_y pozostaną nieokreślone. Rysunek 40.6, który opisuje dyskutowane przez nas kwestie spinowe, nie powinien więc być traktowany dosłownie: służy on jedynie ilustracji możliwych wartości S_z .

Po raz pierwszy istnienie spinu zapostulowali dwaj holenderscy studenci, George Uhlenbeck i Samuel Goudsmit, opierając się na wynikach doświadczalnych badań widm atomowych. Postulat uzyskał po kilku latach teoretyczną podbudowę dzięki pracom P. A. M. Diraca, brytyjskiego fizyka i twórcy relatywistycznej teorii kwantowej elektronu.

Tabela 40.1 podaje pełen zestaw liczb kwantowych elektronu. Gdy elektron jest cząstką swobodną, związane z nim są tylko dwie (własne) liczby kwantowe: *s* i m_s . Gdy jednak zostanie uwięziony w atomie, do opisu jego stanu konieczne są nowe liczby: *n*, *l* i m_l .

Spinowy magnetyczny moment dipolowy

Tak jak w przypadku orbitalnego momentu pędu, magnetyczny moment dipolowy związany jest ze spinowym momentem pędu:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m}\vec{S},\tag{40.11}$$

przy czym znak minus oznacza, że te dwa wektory są skierowane przeciwnie, co wynika z faktu, że elektron jest cząstką ujemnie naładowaną. Wielkość $\vec{\mu}_s$ jest wewnętrzną własnością każdego elektronu. Jako wektor, $\vec{\mu}_s$ nie ma ustalonego kierunku, ale może mieć określoną długość, którą opisuje wzór e

$$\mu_s = \frac{e}{m} \sqrt{s(s+1)}\hbar. \tag{40.12}$$

Można również określić wartość składowej tego wektora wzdłuż osi z

$$\mu_{s,z} = -2m_s \mu_{\rm B},\tag{40.13}$$

ale wówczas wartości składowych $\mu_{s,x}$ i $\mu_{s,y}$ pozostają nieokreślone. Rysunek 40.6 przedstawia możliwe wartości $\mu_{s,z}$. W następnym podrozdziale przedyskutujemy pierwsze dowody doświadczalne skwantowania widocznego w równaniu (40.13).

Powłoki i podpowłoki

Jak to dyskutowaliśmy w podrozdziale 39.5, wszystkie stany o tym samym *n* tworzą *powłokę*, wszystkie zaś stany opisywane przez te same wartości *n* i l — *podpowłokę*. Jak to pokazuje tabela 40.1, dla ustalonej wartości listnieje 2l + 1 możliwych wartości m_l , a dla określonej wartości m_l — dwie możliwe wartości liczby kwantowej m_s ("spin w górę" lub "spin w dół"). Tak więc każda podpowłoka mieści w sobie 2(2l + 1) stanów. Gdy policzymy wszystkie stany powłoki o liczbie kwantowej *n*, otrzymamy, że ich całkowita liczba wynosi $2n^2$.

Dodawanie orbitalnych i spinowych momentów magnetycznych

W przypadku atomu zawierającego więcej niż jeden elektron definiujemy całkowity moment pędu \vec{J} , który jest sumą wektorową momentów pędu poszczególnych elektronów — momentów pędu zarówno orbitalnych, jak i spinowych. Każdy pierwiastek w układzie okresowym zdefiniowany jest poprzez liczbę protonów w jądrze każdego atomu tego pierwiastka. Tę liczbę protonów nazywamy *liczbą atomową Z* pierwiastka. Ponieważ elektrycznie obojętny atom ma tę samą ilość protonów, co elektronów, *Z* opisuje również liczbę elektronów w atomie. Budując wzór opisujący \vec{J} elektrycznie obojętnego atomu, wykorzystamy to spostrzeżenie:

$$\vec{J} = (\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \dots + \vec{L}_Z) + (\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3 + \dots + \vec{S}_Z).$$
(40.14)

Podobnie całkowity moment magnetyczny atomu wieloelektronowego jest sumą wektorową momentów magnetycznych (zarówno orbitalnych, jak i spinowych) jego poszczególnych elektronów. Jednak ze względu na czynnik 2 w równaniu (40.13) wypadkowy moment magnetyczny atomu nie musi mieć kierunku wektora $-\vec{J}$. Zamiast tego tworzy z nim pewien kąt. **Efektywny moment magnetyczny** $\vec{\mu}_{ef}$ atomu jest rzutem sumy wektorowej poszczególnych momentów magnetycznych na kierunek $-\vec{J}$ (rys. 40.7). W typowych atomach suma wektorów orbitalnych i spinowych momentów pędu większości elektronów wynosi zero. Zatem wektory \vec{J} i $\vec{\mu}_{ef}$ w tych atomach pochodzą od stosunkowo niewielkiej liczby elektronów, czasami tylko od jednego elektronu walencyjnego.



Rys. 40.7. Klasyczny model pokazujący wektor całkowitego momentu pędu \vec{J} i wektor efektywnego momentu magnetycznego $\vec{\mu}_{ef}$

Sprawdzian 1

Elektron znajduje się w stanie kwantowym, w którym wartość orbitalnego momentu pędu \vec{L} wynosi $2\sqrt{3}\hbar$. Ile jest dozwolonych rzutów orbitalnego momentu magnetycznego na oś z?

40.2. DOŚWIADCZENIE STERNA-GERLACHA

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

40.20 narysować szkic doświadczenia Sterna–Gerlacha i wskazać rodzaj atomów potrzebny do jego przeprowadzenia, jego oczekiwany wynik, faktyczny wynik oraz uzasadnić wagę tego doświadczenia;

Podstawowe fakty _

 Doświadczenie Sterna–Gerlacha wykazało, że moment magnetyczny atomów srebra jest skwantowany. Stanowiło ono dowód doświadczalny na skwantowanie momentów magnetycznych na poziomie atomowym.

• Jeśli atom o niezerowym magnetycznym momencie dipolowym zostaje umieszczony w niejednorodnym polu magnetycz40.21 omawiając doświadczenie Sterna–Gerlacha, zastosować związek pomiędzy gradientem pola magnetycznego a siłą działającą na atom.

nym, to podlega działaniu siły. Jeżeli gradient pola wzdłuż osi z jest określony wzorem dB/dz, to siła ta działa wzdłuż osi z, a jej wartość jest wprost proporcjonalna do składowej μ_z momentu dipolowego:

$$F_z = \mu_z \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z}$$



Rys. 40.8. Układ doświadczalny Sterna i Gerlacha

Doświadczenie Sterna-Gerlacha

W 1922 roku Otto Stern i Walther Gerlach z Uniwersytetu w Hamburgu w Niemczech pokazali doświadczalnie, że magnetyczny moment dipolowy atomów srebra jest skwantowany. Dziś ich eksperyment nazywany jest doświadczeniem Sterna–Gerlacha. Wiązka atomów srebra była wytwarzana w piecyku elektrycznym w wyniku odparowywania. Niektóre z atomów tworzących pary srebra przedostawały się przez niewielką szczelinę w tym piecyku, przechodząc do rury próżniowej. Część z tych atomów, które wydostały się z pieca, przechodzi następnie przez kolejną wąską szczelinę, która formuje z nich wąską wiązkę (rys. 40.8). (Mówimy, że taka wiązka jest *skolimowana*, a samą szczelinę nazywamy *kolimatorem*). Wiązka przechodzi pomiędzy biegunami elektromagnesu, a następnie pada na szklaną płytkę detektora, na której zbierają się atomy srebra.

Gdy elektromagnes jest wyłączony, srebro na płytce tworzy wąską plamkę. Jednak po włączeniu elektromagnesu plamka srebra rozciąga się w kierunku pionowym. Rozciągnięcie to zachodzi, ponieważ atomy srebra są dipolami magnetycznego wytwarzanego przez elektromagnes, działają na nie siły magnetyczne skierowane pionowo, powodując ich odchylenie w górę lub w dół. Tak więc badając plamkę srebra na płytce, możemy określić, w jaki sposób odchyliły się atomy w polu magnetycznym. Kiedy Stern i Gerlach przeanalizowali kształt plamki srebra na szklanym detektorze, spotkała ich niespodzianka. Jednak zanim powiemy, co ich zaskoczyło i co z tego wynikało dla fizyki kwantowej, zajmijmy się siłami odchylającymi atomy srebra w polu magnetycznym.

Odchylająca siła magnetyczna działająca na atom srebra

Nie mówiliśmy poprzednio o takim rodzaju siły magnetycznej, która odchyla atomy srebra w doświadczniu Sterna–Gerlacha. *Nie* jest to odchylająca siła magnetyczna, która działa na poruszające się naładowane cząstki, dana wzorem (28.2) ($\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$). Powód jest prosty: atom srebra jest obojętny elektrycznie (jego wypadkowy ładunek q równy jest 0), zatem ten typ siły magnetycznej nie będzie na taki atom działać.

Siła, której szukamy, działa pomiędzy polem magnetycznym o indukcji \vec{B} elektromagnesu i dipolem magnetycznym pojedynczego atomu srebra. Aby wyprowadzić wyrażenie na tę siłę, zacznijmy od energii potencjalnej E_p takiego dipola w polu magnetycznym. Równanie (28.38) mówi, że

$$\mathcal{E}_{\rm p} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B},\tag{40.15}$$

gdzie $\vec{\mu}$ jest dipolowym momentem magnetycznym atomu srebra. Na rysunku 40.8 dodatni kierunek osi *z* i kierunek indukcji pola magnetycznego \vec{B} są skierowane w górę. Zatem równanie (40.15) możemy przepisać, podstawiając rzut atomowego momentu magnetycznego μ_z na kierunek indukcji pola magnetycznego \vec{B} :

$$E_{\rm p} = -\mu_z \ B. \tag{40.16}$$

Następnie, korzystając z równania (8.22) ($F = -dE_p/dx$) dla osi z pokazanej na rysunku 40.8, otrzymamy

$$F_z = -\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{p}}{\mathrm{d}z} = \mu_z \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z}.$$
(40.17)

Tego właśnie szukaliśmy: równania określającego siłę magnetyczną odchylającą tor atomu srebra, który przechodzi przez obszar pola magnetycznego.

Czynnik dB/dz w równaniu (40.17) jest *gradientem* pola magnetycznego wzdłuż osi z. Jeśli pole magnetyczne nie zmienia się wzdłuż tej osi (jak w jednorodnym polu magnetycznym lub bez pola), to dB/dz = 0i atom srebra nie jest odchylany w trakcie ruchu pomiędzy biegunami magnesu. W doświadczeniu Sterna–Gerlacha bieguny magnesu są tak zaprojektowane, żeby maksymalizować gradient dB/dz i tym samym w największym możliwym stopniu odchylić w kierunku pionowym atomy srebra przelatujące pomiędzy biegunami magnesu. W ten sposób odchylenie to wpłynie na kształt plamki srebra zebranej na szklanej płytce.

W ujęciu klasycznym składowe μ_z momentu magnetycznego atomów srebra przechodzących przez pole magnetyczne na rysunku 40.8 powinny się zawierać w przedziale od $-\mu_z$ (moment magnetyczny $\vec{\mu}$ skierowany w dół osi z) do $+\mu_z$ (moment magnetyczny $\vec{\mu}$ skierowany w górę osi z). Zatem, jak wynika z równania (40.17), powinien istnieć cały zakres sił działających na atomy i cały zakres możliwych odchyleń, którym ulegną, od największego odchylenia w dół do największego odchylenia w górę. W efekcie powinniśmy się spodziewać, że atomy ułożą się na płytce wzdłuż pionowej linii. Jednak tak się *nie zachowują*.

Doświadczalna niespodzianka

Stern i Gerlach zobaczyli na szklanej płytce dwie osobne plamki utworzone przez padające atomy srebra, jedną ponad punktem, gdzie trafiłyby atomy, gdyby nie było odchylenia, drugą zaś poniżej tego punktu. Początkowo plamki były zbyt wątłe, by mogły zostać dostrzeżone, jednak gdy Stern po wypaleniu taniego cygara przypadkowo dmuchnął na szklaną płytkę, plamki się ujawniły. Pochodząca od cygara siarka połączyła się ze srebrem, tworząc zauważalnie czarny siarczek srebra.

Obecność dwóch plamek można stwierdzić na rysunku 40.9 przedstawiającym wyniki współczesnej wersji doświadczenia Sterna–Gerlacha. W wersji tej wiązka atomów cezu (mających momenty magnetyczne takie same jak atomy srebra z oryginalnego doświadczenia Sterna–Gerlacha) przepuszczana była przez pole magnetyczne o dużym pionowym gradiencie dB/dz. Pole magnetyczne może być włączane lub wyłączane, detektor zaś może być przesuwany w górę i w dół wiązki.

Kiedy pole było wyłączone, wiązka oczywiście nie ulegała odchyleniu, a detektor rejestrował wynik z centralnie położonym maksimum, pokazany na rysunku 40.9. Gdy zaś pole było włączane, pierwotna wiązka rozdzielała się na dwie słabsze: jedną padającą powyżej położenia wiązki nieodchylonej, a drugą poniżej tego punktu. Przesuwanie detektora wzdłuż tych wiązek powodowało powstanie widma z dwoma maksimami, pokazanego na rysunku 40.9.

Znaczenie wyników

W oryginalnym doświadczeniu Sterna–Gerlacha na szklanej płytce powstawały dwie plamki srebra, a nie pionowa srebrna kreska. Oznacza to, że skła-



Rys. 40.9. Wyniki nowoczesnej wersji doświadczenia Sterna i Gerlacha. Gdy elektromagnes jest wyłączony, pojawia się tylko jedna wiązka. Kiedy elektromagnes zostaje włączony, pierwotna wiązka rozszczepia się na dwie. Te dwie wiązki odpowiadają równoległemu i antyrównoległemu ustawieniu momentów magnetycznych atomów cezu w zewnętrznym polu magnetycznym dowa μ_z momentu magnetycznego atomów srebra wzdłuż kierunku indukcji pola magnetycznego (kierunku osi z) nie może przybierać dowolnych wartości pomiędzy $-\mu_z$ i $+\mu_z$, jak to przewiduje obraz klasyczny. Może natomiast przyjmować jedynie dwie wartości, po jednej dla każdej plamki srebra. Tak więc doświadczenie Sterna–Gerlacha pokazało, że wartość μ_z jest skwantowana, co pozwala sądzić (słusznie), że moment magnetyczny $\vec{\mu}$ jest także skwantowany. Co więcej, ponieważ moment pędu \vec{L} atomu jest związany z momentem magnetycznym $\vec{\mu}$, zatem moment pędu i jego składowa L_z są także skwantowane.

Korzystając z nowoczesnej teorii kwantowej, możemy rozszerzyć wyjaśnienie pojawienia się dwóch plamek w doświadczeniu Sterna–Gerlacha. Wiemy teraz, że w atomie srebra znajduje się wiele elektronów, a każdy z nich ma spinowy moment magnetyczny i orbitalny moment magnetyczny. Wiemy także, że suma wektorowa wszystkich tych momentów, *poza* momentem jednego elektronu, wynosi zero, moment orbitalny zaś tego elektronu także równy jest zeru. Zatem całkowity moment magnetyczny $\vec{\mu}$ atomu srebra jest *spinowym* momentem magnetycznym tego pojedynczego elektronu. Zgodnie z równaniem (40.13) oznacza to, że μ_z — rzut momentu magnetycznego na oś z z rysunku 40.8 może przyjmować tylko jedną z dwóch wartości. Jedna z nich odpowiada liczbie kwantowej $m_s = +\frac{1}{2}$ (spin pojedynczego elektronu skierowany w górę), a druga liczbie kwantowej $m_s = -\frac{1}{2}$ (spin pojedynczego elektronu skierowany w dół). Po podstawieniu do równania (40.13) otrzymamy

$$\mu_{s,z} = -2(+\frac{1}{2})\mu_{\rm B} = -\mu_{\rm B}$$
 i $\mu_{s,z} = -2(-\frac{1}{2})\mu_{\rm B} = +\mu_{\rm B}.$ (40.18)

Następnie po podstawieniu tych wyrażeń do równania (40.17) stwierdzimy, że składowa F_z siły odchylającej atomy srebra podczas ich przechodzenia przez pole magnetyczne może przyjmować tylko dwie wartości:

$$F_z = -\mu_B \left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z}\right) \quad \mathrm{i} \quad F_z = \mu_B \left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z}\right), \tag{40.19}$$

czego wynikiem jest powstanie na szklanej płytce dwóch plamek srebra. Choć nikt w tamtych czasach nie wiedział o istnieniu spinu, wyniki doświadczenia Sterna–Gerlacha były tak naprawdę pierwszym doświadczalnym dowodem jego istnienia.

Przykład 40.01. Rozdzielenie się wiązki w doświadczeniu Sterna–Gerlacha

W doświadczeniu Sterna–Gerlacha (rys. 40.8) wiązka atomów srebra przechodzi przez pole magnetyczne o gradiencie dB/dz o wartości 1,4 T/mm, istniejącym wzdłuż osi z. Obszar, w którym istnieje ten gradient, ma długość w = 3,5 cm liczoną w kierunku wiązki padającej. Prędkość atomów wynosi 750 m/s. Ile wynosi odległość d, na jaką zostaną odchylone atomy, kiedy opuszczą obszar z gradientem pola? Masa atomu srebra *M* równa jest $1,8 \cdot 10^{-25}$ kg.

PODSTAWOWE FAKTY

1) Odchylenie atomu srebra w wiązce jest spowodowane oddziaływaniem pomiędzy momentem magnetycznym atomu i niejednorodnym polem magnetycznym o gradiencie dB/dz. Siła odchylająca jest skierowana wzdłuż gradientu pola (wzdłuż osi z) i dana równaniem (40.19). Rozważmy wyłącznie odchylenie w dodatnim kierunku osi z. W takim wypadku wykorzystamy jedno z równań (40.19), a mianowicie $F_z = \mu_B (dB/dz)$.

2) Jeśli przyjmiemy, iż gradient pola dB/dz ma taką samą wartość w całym obszarze, w którym poruszają się atomy srebra, to składowa siły F_z jest w tym obszarze stała. Z drugiej zasady dynamiki Newtona wynika, że przyspieszenie atomu a_z wzdłuż osi z wywołane siłą F_z jest także stałe.

Obliczenia: Łącząc te dwie idee, zapisujemy przyspieszenie jako

$$a_z = \frac{F_z}{M} = \frac{\mu_{\rm B}({\rm d}B/{\rm d}z)}{M}$$

Ponieważ przyspieszenie to jest stałe, więc do wyznaczenia odchylenia d w kierunku osi z możemy użyć równania (2.15) (z tabeli 2.1)

$$d = v_{0z}t + \frac{1}{2}a_z t^2 = 0t + \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_{\rm B}({\rm d}B/{\rm d}z)}{M}\right)t^2.$$
(40.20)

Siła odchylająca działa na atomy w kierunku prostopadłym do pierwotnego kierunku ich ruchu. Tak więc składowa v prędkości atomu wzdłuż pierwotnego kierunku jego ruchu nie zmienia się na skutek jej działania i atom potrzebuje czasu t = w/v, aby przebyć odległość w w tym kierunku. Podstawiając do równania (40.20) zamiast t stosunek w/v, otrzymamy

$$d = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_{\rm B} ({\rm d}B/{\rm d}z)}{M} \right) \left(\frac{w}{v} \right)^2 = \frac{\mu_{\rm B} ({\rm d}B/{\rm d}z)w^2}{2Mv^2}$$

= (9,27 \cdot 10^{-24} J/T)(1,4 \cdot 10^3 T/m)
 $\cdot \frac{(3,5 \cdot 10^{-2} m)^2}{(2)(1,8 \cdot 10^{-25} \text{ kg})(750 \text{ m/s})^2}$
= 7,85 \cdot 10^{-5} m \approx 0,08 mm (odpowiedź).

Odległość pomiędzy położeniami dwóch wiązek będzie dwa razy większa, a więc będzie wynosić 0,16 mm. Odległość ta nie jest bardzo duża, ale łatwa do zmierzenia.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

40.3. REZONANS MAGNETYCZNY

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

40.22 naszkicować dla protonu umieszczonego w polu magnetycznym wektor tego pola, wektory momentu magnetycznego dla stanów o energii wyższej i niższej oraz zaznaczyć przy nich spiny skierowane do góry i do dołu;

40.23 dla protonu w polu magnetycznym obliczyć różnicę ener-

Podstawowe fakty _

• Proton ma wewnętrzny spinowy moment pędu \vec{S} i wewętrzny magnetyczny moment dipolowy $\vec{\mu}$. Ponieważ proton jest naładowany dodatnio, oba wektory są skierowane w tę samą stronę.

• Dla protonu umieszczonego w polu magnetycznym o wektorze indukcji \vec{B} , składowa magnetycznego momentu dipolowego $\vec{\mu}$ wzdłuż osi wyznaczonej przez wektor pola może przyjmować jedną z dwóch (skwantowanych) wartości: "spin w górę" (μ_z jest w kierunku wektora \vec{B}) i "spin w dół" (μ_z jest skierowany przeciwnie).

 W odróżnieniu od przypadku elektronu, dla protonu orientacja "spin w górę" odpowiada stanowi o niższej wartości energii. Różnica energii między poziomami o dwóch orientacjach wynosi 2μ_zB. gii między dwoma stanami spinowymi i wyznaczyć częstotliwość oraz długość fali fotonu potrzebnego do przejścia pomiędzy tymi stanami;

40.24 objaśnić metodę otrzymywania widma magnetycznego rezonansu jądrowego.

 Energia, jaką powinien mieć foton, by poprzez jego absorpcję lub emisję doszło do odwrócenia spinu protonu pomiędzy dwiema możliwymi orientacjami wynosi

$$h\nu = 2\mu_z B.$$

• Całkowite pole magnetyczne danego protonu jest sumą wektorową pola zewnętrznego, wytworzonego w aparaturze, i pola wewnętrznego, wytworzonego przez atomy i jądra otaczające proton.

 Pomiar aktów odwrócenia spinu umożliwia uzyskanie widm magnetycznego rezonansu jądrowego, dzięki którym możliwa jest identyfikacja badanej substancji.



Rys. 40.10. Składowa wektora $\vec{\mu}$ wzdłuż osi *z* dla protonu w stanie o a) niższej energii (spin w górę) i b) wyższej energii (spin w dół). c) Diagram poziomów energetycznych ilustrujący przeskok kwantowy protonu na poziom wyższy związany z odwróceniem jego spinu ze stanu "spin w dół" w stan "spin w górę"

Rezonans magnetyczny

Wspominaliśmy już krótko w podrozdziale 32.5, że proton ma spinowy magnetyczny moment dipolowy $\vec{\mu}$, który jest związany z wewnętrznym spinowym momentem pędu \vec{S} . Mówimy, że oba te wektory są ze sobą sprzężone. Skierowane są też w tę samą stronę, gdyż proton jest dodatnio naładowany. Załóżmy, że umieszczamy proton w polu magnetycznym o wektorze indukcji \vec{B} , skierowanym wzdłuż osi *z*, zgodnie z jej rosnącymi wartościami. Istnieją wówczas dwie możliwe (skwantowane) wartości składowej wektora $\vec{\mu}$ wzdłuż tej osi. Składowa ta może przyjmować wartość $+\mu_z$, gdy wektor $\vec{\mu}$ wskazuje kierunek indukcji \vec{B} (rys. 40.10a) lub $-\mu_z$, gdy wskazuje kierunek przeciwny (rys. 40.10b).

Przytaczając równanie (28.38) $(U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B})$ zauważmy, że dla każdego dipola zlokalizowanego w zewnętrznym polu magnetycznym o indukcji \vec{B} , energia dipola jest związana z orientacją jego magnetycznego momentu dipolowego $\vec{\mu}$ względem wektora indukcji pola. Zatem z każdą z orientacji ukazanych na rysunku 40.10a i b związana jest odpowiednia wartość tej energii. Orientacji z rysunku 40.10a odpowiada stan o niższej energii $(-\mu_z B)$, zwany stanem "spin w górę", gdyż składowa spinu protonu wzdłuż osi z (nie pokazana na rysunku) wskazuje kierunek zgodny z wektorem \vec{B} . Orientacji z rysunku 40.10b (stan "spin w dół") odpowiada zaś stan o wyższej energii $(\mu_z B)$. Zatem różnica energii pomiędzy tymi dwoma stanami wynosi

$$\Delta E = \mu_z \ B - (-\mu_z \ B) = 2\mu_z \ B. \tag{40.21}$$

Gdybyśmy w polu magnetycznym o indukcji \vec{B} umieścili próbkę wody, wówczas protony w częściach wodorowych każdej jej cząsteczki dążyłyby do obsadzenia stanów o niższej energii. (Nie będziemy tu rozpatrywać składnika tlenowego). Jeżeli dowolny z tych atomów zaabsorbuje foton o energii hv równej ΔE , może przejść do stanu o wyższej energii. Słowem, proton może dokonać przeskoku, absorbując foton o energii

$$h\nu = 2\mu_z B. \tag{40.22}$$

Absorpcję taką nazywamy **rezonansem magnetycznym** lub, jak ją pierwotnie nazwano, **magnetycznym rezonansem jądrowym** (NMR, z ang. *Nuclear Magnetic Resonance*), a zmianę spinu w jej wyniku — *odwróceniem spinu*.

W praktyce, fotony wykorzystywane do wywoływania rezonansu mają częstotliwości w zakresie fal radiowych i są emitowane w kierunku próbki dzięki niewielkiej cewce okręconej wokół niej. Generator fal elektromagnetycznych, zwany źródłem RF, wprowadza do cewki sinusoidalny prąd zmienny o częstotliwości ν . Pole elektromagnetyczne (EM) wytworzone pomiędzy cewką a próbką również oscyluje z tą samą częstotliwością. Jeżeli wartość ν spełni równanie (40.22), drgające pole EM będzie mogło przekazać kwant energii jednemu z protonów w próbce poprzez absorpcję fotonu i odwrócenie spinu protonu.

Wartość indukcji pola magnetycznego B w równaniu (40.22) jest tak naprawdę wypadkową indukcji pola \vec{B} w punkcie, w którym dany proton odwraca swój spin. Wypadkowa ta jest sumą wektorową pola zewnętrznego \vec{B}_{zew} , wytwarzanego przez aparaturę do rezonansu magnetycznego (głównie przez silny magnes), i pola wewnętrznego \vec{B}_{wew} pochodzącego od magnetycznych momentów dipolowych atomów i jąder w otoczeniu danego protonu. Z przyczyn praktycznych, których nie będziemy tu opisywać, zazwyczaj wykrywa się rezonans magnetyczny, skanując szereg wartości indukcji pola B_{zew} . Częstotliwość v źródła RF jest podczas pomiaru ustalona, a wartością odczytywaną jest energia źródła RF. Śledząc zależność straty energii źródła RF od indukcji pola B_{zew} , w miejscach, w których B_{zew} osiąga wartość wymaganą dla odwrócenia spinu, wykryjemy *maksima rezonansowe*. Wykres takiej zależności nazywany jest widmem magnetycznego rezonansu jądrowego lub widmem *NMR*.

Rysunek 40.11 przedstawia widmo NMR etanolu, cząsteczki złożonej z trzech grup atomów: CH₃, CH₂ i OH. Rezonans magnetyczny może zachodzić dla protonu w dowolnej z tych grup, ale w każdej z nich występuje on przy odrębnej wartości indukcji pola B_{zew} . Przyczyną tego jest odmienne usytuowanie grup w cząsteczce CH₃CH₂OH, co sprawia, że w każdym z przypadków wartość indukcji pola B_{wew} jest inna. Zatem maksima rezonansowe na rysunku 40.11 tworzą unikatowy klucz NMR, dzięki któremu możemy zidentyfikować etanol.



Rys. 40.11. Widmo jądrowego rezonansu magnetycznego dla etanolu (CH_3CH_2OH). Linie widmowe odpowiadają absorpcji energii związanej ze zmianą orientacji spinów protonów. Trzy grupy linii odpowiadają, tak jak to zaznaczono, protonom grup OH, CH_2 i CH_3 w cząsteczce etanolu. Zauważ, że dwa protony z grupy CH_2 znajdują się w czterech różnych lokalnych otoczeniach. Pokazany zakres pola magnetycznego jest mniejszy niż 10^{-4} T

40.4. ZAKAZ PAULIEGO A WIELE ELEKTRONÓW W PUŁAPCE

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

40.25 zdefiniować zakaz Pauliego;

40.26 objaśnić metodę umieszczania wielu elektronów w pułapkach jedno-, dwu- i trójwymiarowych, uwzględniającą konieczność spełnienia zakazu Pauliego i umożliwiającą obsadzanie stanów zdegenerowanych, a następnie wyjaśnić

Podstawowe fakty

• Elektrony w atomach i innych pułapkach podlegają zakazowi Pauliego, zgodnie z którym w pułapce nie mogą być zlokali-

znaczenie terminów: poziom pusty, częściowo obsadzony i całkowicie obsadzony;

40.27 narysować diagramy poziomów energetycznych dla układu wieloelektronowego w jedno-, dwu- i trójwymiarowej studni potencjału.

zowane dwa elektrony o takim samym zestawie liczb kwantowych.

Zakaz Pauliego

W rozdziale 39 rozważaliśmy szereg pułapek elektronowych, od fikcyjnej pułapki jednowymiarowej do realnej trójwymiarowej pułapki w postaci atomu wodoru. We wszystkich tych pułapkach uwięziony był tylko jeden elektron. Jednak kiedy rozważamy pułapki zawierające dwa lub więcej elektronów (jak uczynimy to poniżej), musimy wziąć pod uwagę regułę rządzącą światem cząstek, których spinowa liczba kwantowa s różna jest od zera i nie jest całkowita. Zasada ta stosuje się nie tylko do elektronów, ale także do protonów i neutronów, które także mają spin $s = \frac{1}{2}$. Zasada ta jest znana jako **zakaz Pauliego** (zasada wykluczania) od nazwiska Wolfganga Pauliego, który ją sformułował w 1925 r. W przypadku elektronów mówi ona, że Żadne dwa elektrony uwięzione w tej samej pułapce nie mogą mieć jednakowych wszystkich liczb kwantowych.

Oznacza to, jak zobaczymy w podrozdziale 40.5, że żadne dwa elektrony w atomie nie mogą mieć takich samych wartości liczb kwantowych n, l, m_l i m_s . Każdy elektron ma tę samą liczbę kwantową $s = \frac{1}{2}$. A zatem dowolne dwa elektrony w atomie muszą się różnić co najmniej jedną z tych pozostałych liczb kwantowych. Gdyby tak nie było, atomy zapadłyby się i ty sam, a także świat, jaki znasz, nie mógłby istnieć.

Wiele elektronów w pułapkach prostokątnych

Aby przygotować się do dyskusji stanów wieloelektronowych w atomach, omówimy przypadek dwóch elektronów uwięzionych w prostokątnych pułapkach z rozdziału 39. Jednak teraz dołączymy także dyskusję spinowych momentów pędu tych dwóch elektronów. Aby to zrobić, założymy, że wszystkie pułapki umieszczone są w jednorodnym polu magnetycznym. Wówczas, zgodnie z równaniem (40.10) ($S_z = m_s \hbar$), elektron może mieć spin skierowany albo w górę ($m_s = \frac{1}{2}$), albo w dół ($m_s = -\frac{1}{2}$). (Założymy też, że to pole magnetyczne jest bardzo słabe, tak że związaną z nim energię będzie można pominąć).

Ponieważ umieszczamy w jednej z pułapek dwa elektrony, musimy pamiętać o zakazie Pauliego. Mówi on, że elektrony muszą się różnić co najmniej jedną liczbą kwantową.

- 1. Pułapka jednowymiarowa. W pułapce jednowymiarowej z rysunku (39.2) dopasowanie fali elektronowej do szerokości pułapki L zadaje warunek na jedną liczbę kwantową n. Zatem dowolny elektron uwięziony w pułapce musi mieć liczbę kwantową n o pewnej określonej wartości, jego liczba kwantowa m_s zaś może być równa albo $\frac{1}{2}$, albo $-\frac{1}{2}$. Dwa elektrony mogą się różnić wartościami liczby kwantowej n lub mogą mieć jednakową liczbę kwantową n, różnić się zaś orientacją spinu.
- 2. Zagroda prostokątna. W zagrodzie prostokątnej z rysunku 39.13 dopasowanie fali elektronowej do wymiarów zagrody L_x i L_y zadaje warunek na dwie liczby kwantowe n_x i n_y . Zatem dowolny elektron uwięziony w takiej pułapce musi mieć określone wartości tych dwóch liczb kwantowych, jego liczba kwantowa m_s zaś może być równa albo $\frac{1}{2}$, albo $-\frac{1}{2}$. W takim przypadku istnieją trzy liczby kwantowe. Zgodnie z zakazem Pauliego dwa elektrony uwięzione w pułapce muszą się różnić co najmniej jedną z tych trzech liczb kwantowych.
- **3.** *Pudło prostokątne*. W prostokątnym pudle z rysunku 39.14 dopasowanie fali elektronowej do wymiarów pudła L_x , L_y i L_z zadaje warunek na trzy liczby kwantowe n_x , n_y i n_z . Tak więc dowolny elektron uwięziony w takim pudle musi mieć określone wartości tych trzech liczb kwantowych, jego liczba kwantowa m_s zaś może być równa albo $\frac{1}{2}$, albo $-\frac{1}{2}$. W efekcie istnieją cztery liczby kwantowe. Zgodnie z zakazem Pauliego, dwa elektrony uwięzione w takiej pułapce muszą się różnić wartościami co najmniej jednej z tych czterech liczb kwantowych.

Przypuśćmy, że do prostokątnej pułapki z powyższej listy dodajemy jeden po drugim więcej niż dwa elektrony. Pierwsze elektrony zajmą naturalnie najniższy możliwy poziom energetyczny — mówimy, że poziom ten zostanie przez te elektrony *obsadzony*. Jednak w końcu zakaz Pauliego zabroni obsadzania tego najniższego poziomu przez kolejne elektrony i następny elektron musi obsadzić kolejny wyższy poziom energetyczny. Kiedy poziom energetyczny ze względu na zakaz Pauliego nie może być już obsadzany przez więcej elektronów, mówimy, że jest on **całkowicie obsadzony** lub **wypełniony**. I odwrotnie, poziom, którego nie zajmują żadne elektrony, nazywamy **nieobsadzony** lub **pustym**. W sytuacjach pośrednich poziom jest **częściowo obsadzony**. **Konfiguracja elektronowa** układu uwięzionych elektronów to wykaz lub diagram poziomów energetycznych, które zajmują elektrony lub zbiór liczb kwantowych tych elektronów.

Obliczanie energii całkowitej

Poszukując energii układu dwóch lub więcej elektronów uwięzionych w pułapce, założymy, że elektrony nie oddziałują elektrycznie między sobą. Innymi słowy, zaniedbamy energie potencjalne pola elektrycznego oddziałujących par elektronów. Następnie, całkowitą energię układu znajdziemy, obliczając energię każdego z elektronów w sposób stosowany już w rozdziale 39, a następnie sumując te wszystkie energie.

Dobrym sposobem uszeregowania wartości energii danego układu elektronów jest narysowanie diagramu poziomów energetycznych *dla tego układu*, dokładnie tak, jak to poprzednio robiliśmy w rozdziale 39 z jednym elektronem w pułapce. Najniższy poziom o energii E_{podst} odpowiada stanowi podstawowemu tego układu. Kolejny poziom o wyższej energii E_{pw} odpowiada pierwszemu stanowi wzbudzonemu tego układu, następny wyższy poziom energetyczny E_{dw} odpowiada drugiemu stanowi wzbudzonemu tego układu. I tak dalej.

Przykład 40.02. Poziomy energetyczne wielu elektronów w dwuwymiarowej nieskończonej studni potencjału

W prostokątnej zagrodzie, będącej dwuwymiarową nieskończoną studnią potencjału o wymiarach $L_x = L_y = L$ (rys. 39.13), uwięzionych zostało siedem elektronów. Załóżmy, że elektrony nie oddziałują ze sobą elektrycznie.

a) Jaka jest konfiguracja elektronowa stanu podstawowego takiego układu siedmiu elektronów?

Diagram jednoelektronowy: Konfigurację elektronową tego układu możemy wyznaczyć, umieszczając w zagrodzie kolejno, jeden po drugim, siedem elektronów. Zakładając, że elektrony nie oddziałują ze sobą, możemy do określenia, na jakich poziomach rozmieścić siedem elektronów, wykorzystać diagram poziomów elektronowych dla pojedynczego elektronu uwięzionego w tej zagrodzie. Taki *jednoelektronowy diagram poziomów*

energetycznych pokazany jest na rysunku 39.15 i częściowo powtórzony na rysunku 40.12a. Przypomnij sobie, że zależnie od energii kolejne poziomy oznaczone są jako $E_{nx,ny}$. Na przykład najniższy poziom o energii $E_{1,1}$ odpowiada liczbom kwantowym $n_x = 1$ i $n_y = 1$.

Zakaz Pauliego: Uwięzione elektrony podlegają zakazowi Pauliego, czyli żadne dwa elektrony nie mogą mieć takiego samego zestawu liczb kwantowych n_x , n_y i m_s . Pierwszy elektron obsadzi poziom energetyczny $E_{1,1}$ i jego liczba kwantowa m_s może przyjmować wartości $m_s = \frac{1}{2}$ lub $m_s = -\frac{1}{2}$. Wybierzmy ten drugi przypadek i narysujmy na poziomie energetycznym $E_{1,1}$ z rysunku 40.12a strzałkę skierowaną w dół (przedstawiającą elektron ze spinem w dół). Drugi elektron także obsadzi poziom $E_{1,1}$, ale żeby różnić się od pierwszego



Rys. 40.12. a) Diagram poziomów energetycznych dla jednego elektronu uwiezionego w kwadratowej zagrodzie o boku L. (Energia E wyrażona jest jako wielokrotność $h^2/8mL^2$). Elektron ze spinem w dół zajmuje stan o najniższej energii. b) Dwa elektrony (jeden ze spinem w góre, drugi ze spinem w dół) zajmuja najniższy poziom na diagramie energii jednoelektronowych. c) Trzeci elektron obsadza następny poziom energetyczny. d) Drugi



 E_{31}, E_{13}

 $E_{2,1}, E_{1,2}$

 $E_{2,2}$

 $E_{1,1}$

a)

to sa cztery

energetyczne

najmniejsza

najniższe poziomy

zagrody. Pierwszy

elektron zajmuje

najniższy poziom

10

8

5

2

10

Ε

jedną liczbą kwantową, jego m_s musi przyjąć wartość $+\frac{1}{2}$. Ten drugi elektron przedstawimy jako strzałkę skierowaną w górę (spin w górę) umieszczoną na poziomie energetycznym $E_{1,1}$ z rysunku 40.12b.

Elektrony, jeden po drugim: Poziom energetyczny $E_{1,1}$ jest teraz całkowicie zapełniony i trzeci elektron nie może już mieć tej samej energii. Tak więc trzeci elektron musi obsadzić wyższy poziom energetyczny, któremu odpowiadają dwie jednakowe energie $E_{1,2}$ i $E_{2,1}$ (poziom jest zdegenerowany). Liczby kwantowe n_x i n_v tego trzeciego elektronu mogą przyjmować wartości odpowiednio 1 i 2 lub 2 i 1. Może też mieć liczbę kwantową m_s o wartościach $m_s = \frac{1}{2}$ lub $m_s = -\frac{1}{2}$.

10

8

2

10

b)

Ε

drugi elektron

może obsadzić

przeciwny do

pierwszego.

zapełniony

ten poziom tylko

wtedy, gdy ma spin

Wówczas poziom

dwa stany

jest całkowicie

Przypiszmy mu na przykład liczby kwantowe $n_x = 2$, $n_y = 1$ i $m_s = -\frac{1}{2}$. Elektron ten będzie reprezentowany strzałką skierowaną w dół umieszczoną na poziomie energetycznym $E_{1,2}$ i $E_{2,1}$ z rysunku 40.12c.

Można pokazać, że następne trzy elektrony mogą także obsadzić zdegenerowany poziom o energiach $E_{1,2}$ i $E_{2,1}$ pod warunkiem, że żaden ze zbiorów ich trzech liczb kwantowych nie będzie się całkowicie powtarzał. Poziom ten obsadzony przez cztery elektrony (por. rys. 40.12d) o następujących zbiorach liczb kwantowych $(n_x, n_y \text{ i } m_s)$:

$$(2, 1, -\frac{1}{2}), (2, 1, +\frac{1}{2}), (1, 2, -\frac{1}{2}), (1, 2, +\frac{1}{2})$$

będzie całkowicie zapełniony. Tak więc siódmy elektron musi się znaleźć na następnym, wyższym poziomie energetycznym, którym jest poziom $E_{2,2}$. Załóżmy, że jego spin jest skierowany w dół, czyli $m_s = -\frac{1}{2}$.

Na rysunku 40.12e pokazano wszystkie siedem elektronów na jednoelektronowym diagramie poziomów energetycznych. W ten sposób umieściliśmy w zagrodzie kwantowej siedem elektronów, które znajdują się w najniższej konfiguracji dozwolonej przez zakaz Pauliego. Konfiguracja stanu podstawowego takiego układu elektronów pokazana jest na rysunku 40.12e i przedstawiona w tabeli 40.2.

40.0	TT C		•		1 .
	Kontigur	0.010 1	anaraia	otomu	nodetowowere
	NOTHPUL	aciai	CHEISIA	Stanu	DUUSIAWUWE2U

n _x	n_y	ms	Energia ^a
2	2	$-\frac{1}{2}$	8
2	1	$+\frac{1}{2}$	5
2	1	$-\frac{1}{2}$	5
1	2	$+\frac{1}{2}$	5
1	2	$-\frac{1}{2}$	5
1	1	$+\frac{1}{2}$	2
1	1	$-\frac{1}{2}$	2
		energia całkowita	32

 $(^{a})$ wyrażona jako wielokrotność $h^{2}/8mL^{2}$.

b) Ile wynosi całkowita energia układu siedmiu elektronów w stanie podstawowym, wyrażona jako wielokrotność $h^2/8mL^2$?

PODSTAWOWE FAKTY

Całkowita energia E_{podst} jest sumą energii poszczególnych elektronów w konfiguracji stanu podstawowego tego układu. *Energia stanu podstawowego:* Energię każdego elektronu można znaleźć w tabeli 39.1, która jest częściowo powtórzona w tabeli 40.2 lub na rysunku 40.12e. Ponieważ na pierwszym (najniższym) poziomie znajdują się dwa elektrony, na drugim cztery, a na trzecim jeden, więc całkowita energia wynosi:

$$E_{\text{podst}} = 2\left(2\frac{h^2}{8mL^2}\right) + 4\left(5\frac{h^2}{8mL^2}\right) + 1\left(8\frac{h^2}{8mL^2}\right)$$
$$= 32\frac{h^2}{8mL^2} \qquad (\text{odpowied} \acute{z}).$$

c) Ile energii należy dostarczyć do układu, aby przeszedł on do pierwszego stanu wzbudzonego i ile będzie wtedy wynosić jego energia?

PODSTAWOWE FAKTY

1. Jeśli układ ma zostać wzbudzony, to jeden z siedmiu elektronów musi przejść do wyższego stanu energetycznego na jednoelektronowym diagramie poziomów energetycznych z rysunku 40.12e.

2. Jeśli ma nastąpić takie przejście, to zmiana energii ΔE tego elektronu (a więc całego układu) musi być równa $\Delta E = E_w - E_n$ (równanie (39.5)), gdzie E_n jest energią stanu początkowego, E_w zaś jest energią stanu końcowego.

3. Zakaz Pauliego musi w dalszym ciągu obowiązywać; w szczególności elektron *nie może* przejść na poziom całkowicie zapełniony.

Energia pierwszego stanu wzbudzonego: Rozważmy

trzy przejścia pokazane na rysunku 40.12f; wszystkie trzy są dozwolone przez zakaz Pauliego, ponieważ są przejściami do stanów pustych lub częściowo zapełnionych. W jednym z tych możliwych przejść elektron przechodzi z poziomu $E_{1,1}$ na częściowo obsadzony poziom $E_{2,2}$. Zmiana energii wynosi

$$\Delta E = E_{2,2} - E_{1,1} = 8 \frac{h^2}{8mL^2} - 2 \frac{h^2}{8mL^2} = 6 \frac{h^2}{8mL^2}.$$

(Założymy, że orientacja spinu elektronu dokonującego przejścia może się zmienić, jeśli to konieczne).

W innym z możliwych przejść na rysunku 40.12f elektron przechodzi ze zdegenerowanego poziomu $E_{2,1}$ i $E_{1,2}$ do częściowo zapełnionego poziomu $E_{2,2}$. Zmiana energii jest równa

$$\Delta E = E_{2,2} - E_{2,1} = 8 \frac{h^2}{8mL^2} - 5 \frac{h^2}{8mL^2} = 3 \frac{h^2}{8mL^2}.$$

W trzecim możliwym przypadku z rysunku 40.12f elektron z poziomu $E_{2,2}$ przechodzi do nieobsadzonego,

zdegenerowanego poziomu $E_{1,3}$ i $E_{3,1}$. Zmiana energii jest równa

$$\Delta E = E_{1,3} - E_{2,2} = 10 \frac{h^2}{8mL^2} - 8 \frac{h^2}{8mL^2} = 2 \frac{h^2}{8mL^2}$$

Spośród tych trzech możliwych przejść kwantowych, przejściem wymagającym najmniej energii ΔE jest ostatnie. Moglibyśmy rozważyć więcej przejść, ale żadne z nich nie wymagałoby mniej energii. Zatem aby układ przeszedł ze stanu podstawowego do pierwszego stanu wzbudzonego, elektron z poziomu $E_{2,2}$ musi przejść na nieobsadzony, zdegenerowany poziom $E_{1,3}$ i $E_{3,1}$, a wymagana do tego energia wynosi

$$\Delta E = 2 \frac{h^2}{8mL^2} \qquad (\text{odpowied}\acute{z}).$$

Energia E_{pw} pierwszego stanu wzbudzonego tego układu jest zatem równa

$$E_{pw} = E_{podst} + \Delta E$$

= $32 \frac{h^2}{8mL^2} + 2 \frac{h^2}{8mL^2} = 34 \frac{h^2}{8mL^2}$ (odpowiedź).

Energię tę, jak również energię stanu podstawowego E_{podst} tego układu, możemy przedstawić na diagramie poziomów energetycznych *układu* siedmiu elektronów, tak jak to pokazano na rysunku 40.12g.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

40.5. BUDOWA UKŁADU OKRESOWEGO

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 40.28 stwierdzić, że wszystkie stany należące do jednej podpowłoki mają taką samą energię; Jej wartość zależy głównie od liczby kwantowej n i w mniejszym stopniu od liczby kwantowej l;
- 40.29 stosować nazwy literowe dla kolejnych wartości liczby kwantowej orbitalnego momentu pędu;
- 40.30 objaśnić metodę wypełniania elektronami kolejnych powłok i podpowłok w atomie w miarę przesuwania się wzdłuż

Podstawowe fakty

 Pierwiastki w układzie okresowym rozmieszczone są zgodnie z rosnącą liczbą atomową Z, która jest liczbą protonów w jądrze. Ponieważ atom jest układem elektrycznie obojętnym, Z określa także liczbę jego elektronów.

• Stany o tej samej wartości liczby kwantowej *n* tworzą powłokę. układu okresowego pierwiastków (z pominięciem oddziaływania elektron-elektron);

- 40.31 rozróżnić gazy szlachetne od reszty pierwiastków, uwzględniając oddziaływania chemiczne, całkowity moment pędu i energię jonizacji;
- 40.32 dla przejścia między poziomami o wyższej i niższej energii, jeśli odbywa się ono poprzez emisję lub absorpcję fotonu, stosować związek między różnicą energii a częstotliwością i długością fali światła.

• Stany o tych samych wartościach liczb kwantowych *n* i *l* tworzą podpowłokę.

• Całkowicie zapełniona powłoka i zapełniona podpowłoka zawierają największą liczbę elektronów, na jaką zezwala zakaz Pauliego. Wypadkowy moment pędu i wypadkowy moment magnetyczny takich zamkniętych struktur wynosi zero.

Budowa układu okresowego

Cztery liczby kwantowe n, l, m_l i m_s identyfikują stany kwantowe poszczególnych elektronów w atomie wieloelektronowym. Funkcje falowe tych stanów nie są jednak takie same jak odpowiadające im funkcje falowe atomu wodoru, ponieważ w atomach wieloelektronowych energia potencjalna danego elektronu zależy nie tylko od ładunku i położenia jądra tego atomu, ale także od ładunków i położeń wszystkich innych elektronów w atomie. Rozwiązania równania Schrödingera dla atomów wieloelektronowych można znajdować, przynajmniej w zasadzie, numerycznie przy użyciu komputera.

Powłoki i podpowłoki

Jak to już powiedzieliśmy w podrozdziale 40.1, wszystkie stany o takich samych wartościach liczby kwantowej *n* tworzą *powłokę*, a wszystkie stany o takich samych wartościach liczb kwantowych *n* i *l* tworzą podpowłokę. Dla danej wartości *l* istnieje 2l+1 możliwych wartości magnetycznej liczby kwantowej *m*₁, a dla każdej wartości *m*₁ są dwie możliwe wartości magnetycznej spinowej liczby kwantowej *m*_s (zwane "spin w górę" i "spin w dół"). Tak więc podpowłoka składa się z 2(2l + 1) stanów. Jeżeli policzymy wszystkie stany należące do powłoki o danej wartości *n*, to otrzymamy, że ich całkowita liczba wynosi $2n^2$. Wszystkie stany należące do danej podpowłoki mają niemal takie same energie, a ich wartości zależą głównie od liczby kwantowej *n* i w mniejszym stopniu od liczby kwantowej *l*.

Podpowłoki o różnych wartościach l oznaczane są literami:

l = 0	1	2	3	4	5	
S	р	d	f	g	h	

Na przykład podpowłoka n = 3, l = 2 nazywana jest podpowłoką 3d.

Przypisując elektrony do stanów atomu wieloelektronowego, musimy przestrzegać zakazu Pauliego przedstawionego w podrozdziale 40.4. Oznacza to, że żadne dwa elektrony w atomie nie mogą mieć jednakowych wszystkich liczb kwantowych n, l, m_l i m_s . Gdyby ta ważna zasada nie istniała, to *wszystkie* elektrony w dowolnym atomie mogłyby przejść do najniższego stanu energetycznego. W ten sposób przestałaby istnieć chemia atomów i cząsteczek, a więc w szczególności nie byłoby biochemii i nas samych. Przyjrzyjmy się atomom kilku pierwiastków, aby zobaczyć, jak na budowę układu okresowego wpływa zakaz Pauliego.

Neon

Atom neonu ma 10 elektronów. Tylko dwa z nich znajdują się na podpowłoce o najniższej energii, podpowłoce 1s. Oba te elektrony mają liczby kwantowe równe odpowiednio n = 1, l = 0 i $m_l = 0$. Różnią się one magnetyczną spinową liczbą kwantową, która dla jednego elektronu wynosi $m_s = +\frac{1}{2}$, a dla drugiego $m_s = -\frac{1}{2}$. Podpowłoka 1s zawiera 2[2(0) + 1] = 2 stany. Ponieważ ta podpowłoka zawiera wszystkie elektrony dozwolone przez zakaz Pauliego, mówimy o niej, że jest **zamknieta**.

Dwa z pozostałych ośmiu elektronów wypełniają kolejną podpowłokę o najniższej energii, podpowłokę 2s. Ostatnie 6 elektronów wypełnia podpowłokę 2p. Ponieważ wszystkie elektrony na tej podpowłoce mają liczbę kwantową l = 1, więc może ona zmieścić 2[2(1) + 1] = 6 stanów.

W zamkniętej podpowłoce obecne są stany o wszystkich możliwych rzutach orbitalnego momentu pędu \vec{L} na wyróżnioną oś z, co można sprawdzić na rysunku 40.5. Ponieważ każdemu rzutowi dodatniemu odpowiadać będzie rzut ujemny o dokładnie takiej samej wartości, zatem dla podpowłoki traktowanej jako całość rzuty te nawzajem się zredukują. Podobnie zredukują się także rzuty spinu na oś z. Tak więc wypadkowy moment pędu oraz moment magnetyczny zamkniętej podpowłoki są równe zeru. Co więcej, elektronowa gęstość prawdopodobieństwa ma symetrię sferyczną. Zatem neon ze swoimi trzema zamkniętymi podpowłokami (1s, 2s i 2p) nie ma żadnych "luźnych" elektronów, które zachęcałyby do chemicznych

oddziaływań z innymi atomami. Neon, tak jak inne **gazy szlachetne**, znajdujące się w ostatniej kolumnie po prawej stronie układu okresowego, nie jest chemicznie aktywny.

Sód

Kolejnym atomem w układzie okresowym po neonie jest sód z 11 elektronami. Dziesięć z nich tworzy zamknięty neonopodobny rdzeń atomowy, który, jak to już widzieliśmy, ma zerowy orbitalny moment pędu. Pozostały elektron znajduje się na oddalonej od jądra podpowłoce 3s, która jest kolejną podpowłoką o najniższej energii. Ponieważ ten **elektron walencyjny** sodu znajduje się w stanie o liczbie kwantowej l = 0 (czyli, używając opisanej powyżej konwencji literowej, w stanie s), więc moment pędu i moment magnetyczny atomu sodu pochodzą wyłącznie od spinu tego jednego elektronu.

Sód łatwo wchodzi w reakcje z innymi atomami, mającymi "lukę", w którą może trafić jego luźno związany elektron walencyjny. Sód, tak jak inne **litowce** (**metale alkaliczne**), tworzące pierwszą kolumnę układu okresowego, jest aktywny chemicznie.

Chlor

Atom chloru, mający 17 elektronów, ma zamknięty 10-elektronowy neonopodobny rdzeń i siedem pozostałych elektronów. Dwa z nich zapełniają podpowłokę 3s, pozostałych pięć musi się znaleźć na podpowłoce 3p, która jest kolejną na skali energii. Podpowłoka ta, dla której l = 1, może pomieścić 2[2(1)+1] = 6 elektronów, tak więc w podpowłoce tej pozostanie luka.

Chlor chętnie oddziałuje z innymi atomami, które mają elektron walencyjny, mogący zapełnić tę lukę. Chlorek sodu (NaCl), a więc sól kuchenna, jest dlatego bardzo trwałym związkiem. Chlor, tak jak inne **halogeny** (**fluorowce**) tworzące kolumnę VIIA układu okresowego, jest aktywny chemicznie.

Żelazo

Rozkład 26 elektronów atomu żelaza na kolejne podpowłoki można przedstawić następująco:

$$1s^2$$
 $2s^22p^6$ $3s^23p^63d^6$ $4s^2$

Podpowłoki wypisane są zgodnie z narastającym numerem powłoki. Zgodnie z przyjętą konwencją górny indeks oznacza liczbę elektronów na każdej podpowłoce. W tabeli 40.1 widać, że podpowłokę s (l = 0) mogą obsadzić 2 elektrony, podpowłokę p (l = 1) — 6 elektronów, a podpowłokę d (l = 2)— 10 elektronów. Tak więc pierwszych 18 elektronów atomu tworzy pięć zamkniętych podpowłok oznaczonych podkreśleniem. Pozostaje jeszcze osiem. Sześć z nich zajmie podpowłokę 3d, a 2 — podpowłokę 4s.

Te dwa ostatnie elektrony nie zajmą podpowłoki 3d (mogącej zmieścić 10 elektronów), ponieważ energia atomu jako całości jest niższa dla konfiguracji 3d⁶ 4s² niż dla konfiguracji 3d⁸. Atom żelaza z ośmioma (a nie sześcioma) elektronami na podpowłoce 3d przeszedłby szybko do konfiguracji 3d⁶ 4s², emitując przy tym promieniowanie elektromagnetyczne. Płynąca z tego nauka mówi, że poza najprostszymi atomami stany atomowe nie muszą być obsadzane w kolejności, jaką moglibyśmy uważać za "logiczną".

40.6. PROMIENIOWANIE RENTGENOWSKIE I USZEREGOWANIE PIERWIASTKÓW

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 40.33 wskazać w widmie elektromagnetycznym pasmo promienowania rentgenowskiego;
- 40.34 wyjaśnić, jak w laboratorium lub w urządzeniach medycznych wytwarza się promienie rentgenowskie;
- 40.35 rozróżnić widmo ciągłe od widma charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego;
- **40.36** wyjaśnić przyczynę istnienia granicy krótkofalowej λ_{min} w widmie ciągłym promieniowania rentgenowskiego;
- 40.37 zauważyć, że w zderzeniu elektronu z atomem energia i pęd są zachowane;
- **40.38** zapisać związek między granicą krótkofalową λ_{min} a energią kinetyczną E_{k0} padających elektronów;

- 40.39 narysować diagram poziomów energetycznych dla dziur i oznaczyć przejścia, w wyniku których emitowane są kwanty promieniowania rentgenowskiego;
- 40.40 dla danego przejścia dla dziury obliczyć długość fali wysyłanego kwantu promieniowania rentgenowskiego;
- 40.41 uzasadnić wagę wkładu pracy Moseleya w wyjaśnienie układu okresowego pierwiastków;
- 40.42 naszkicować wykres Moseleya;
- 40.43 opisać efekt ekranowania w atomie wieloelektronowym;
- **40.44** zapisać związek między liczbą atomową Z atomów tarczy a częstotliwością wysyłanego kwantu promieniowania rentgenowskiego linii K_{α} .

Podstawowe fakty __

 Gdy wiązka wysokoenergetycznych elektronów uderza w tarczę, podczas zderzeń z jej atomami elektrony mogą utracić swoją energię, rozpraszając się na atomach i wysyłając ciągłe widmo promieniowania rentgenowskiego.

• Najmniejsza możliwa długość fali w widmie nazywana jest granicą krótkofalową λ_{\min} . Kwant promieniowania o takiej długości fali wysyłany jest wtedy, gdy elektron wiązki padającej traci całą swoją energię E_{k0} w pojedynczym zderzeniu:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_{k0}}$$

Proces powstawania widma charakterystycznego promie-

niowania rentgenowskiego polega na tym, że elektrony wiązki wybijają z atomów tarczy elektrony na niskich orbitach. Wówczas elektrony z wyższych orbit przeskakują na niższe orbity, wypełniając powstałe dziury, w wyniku czego emitowane są kwanty charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego.

• Wykres Moseleya przedstawia zależność pomiędzy pierwiastkiem z częstotliwości promieniowania widma charakterystycznego \sqrt{v} a liczbą atomową Z atomów tarczy. Jego liniowy kształt dowodzi, że umiejscowienie pierwiastka w układzie okresowym jest określone przez Z, a nie przez masę atomową.

Promieniowanie rentgenowskie i uszeregowanie pierwiastków

W wyniku bombardowania tarczy wykonanej z litej miedzi lub wolframu elektronami o energiach kinetycznych rzędu kiloelektronowoltów powstaje promieniowanie elektromagnetyczne zwane **promieniowaniem rentge-nowskim**. W tym miejscu interesuje nas, czego dzięki niemu możemy dowiedzieć się o właściwościach atomów, które je emitują lub pochłaniają. Na rysunku 40.13 przedstawione jest widmo rentgenowskie promieniowania powstającego wtedy, gdy wiązka elektronów o energii 35 keV pada na tarczę z molibdenu. Widzimy szerokie, ciągłe widmo promieniowania, na które nałożone są dwie linie o dobrze określonych długościach fali. Widmo ciągłe i widoczne linie powstają w różny sposób, co teraz osobno omówimy.

Rys. 40.13. Widmo promieniowania rentgenowskiego wytwarzanego w wyniku bombardowania tarczy wykonanej z molibdenu elektronami o energii 35 keV. Mechanizmy odpowiedzialne za powstawanie ostrych linii widmowych i widma ciągłego są różne





Rys. 40.14. Elektron o energii kinetycznej E_{k0} przelatujący obok atomu w tarczy może wyemitować foton promieniowania rentgenowskiego, tracąc przy tym część swojej energii. W taki sposób powstaje widmo ciągłe promieniowania rentgenowskiego

Ciagłe widmo promieniowania rentgenowskiego

Omówimy teraz ciągłe widmo promieniowania rentgenowskiego z rysunku 40.13, ignorując na razie istnienie dwóch wyraźnych linii, które się z niego wyłaniają. Weź pod uwagę elektron o początkowej energii kinetycznej E_{k0} , który zderza się (oddziałuje) z jednym z atomów tarczy, tak jak to pokazano na rysunku 40.14. Elektron może stracić pewną energię ΔE_k , która pojawi się jako energia fotonu rentgenowskiego emitowanego z miejsca zderzenia. (Ze względu na stosunkowo dużą masę odrzuconego atomu przekazywana mu jest niewielka część energii, którą tu pominiemy).

Rozproszony elektron z rysunku 40.14, którego energia jest teraz mniejsza niż E_{k0} , może ponownie zderzyć się z jakimś atomem tarczy, wytwarzając drugi foton o innej energii. Ten proces rozpraszania elektronu może trwać aż do chwili, gdy elektron przestanie się poruszać. Fotony wytwarzane w takich zderzeniach tworzą ciągłą część widma promieniowania rentgenowskiego (zwaną także promieniowaniem hamowania).

Charakterystyczną cechą widma pokazanego na rysunku 40.13 jest dobrze określona minimalna długość fali λ_{\min} , poniżej której znika widmo ciągłe. Ta minimalna długość fali, która nazywana jest **granicą krótkofalową**, odpowiada zderzeniu, w którym padający elektron w pojedynczym zderzeniu z atomem tarczy traci całą swoją energię kinetyczną E_{k0} . Cała ta energia pojawia się jako energia pojedynczego fotonu. Związaną z tym fotonem długość fali, najmniejszą możliwą długość fali promieniowania rentgenowskiego, można znaleźć z równania

$$E_{\rm k0} = h\nu = \frac{hc}{\lambda_{\rm min}}$$

lub

 $\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_{k0}}$ (granica krótkofalowa). (40.23)

Minimalna długość fali jest niezależna od materiału, z jakiego wykonano tarczę. Jeśli mielibyśmy na przykład zmienić tarczę z molibdenu na tarczę z miedzi, to zmieniłyby się wszystkie cechy charakterystyczne widma rentgenowskiego z rysunku 40.13 *poza* granicą krótkofalową.

Sprawdzian 2

Czy granica krótkofalowa λ_{min} ciągłego widma rentgenowskiego zwiększy się, zmniejszy, czy pozostanie niezmieniona, jeśli a) zwiększy się energia kinetyczna elektronów padających na tarczę, b) elektrony będą padać na cienką folię, a nie gruby blok litego materiału, c) zmieni się tarczę na wykonaną z pierwiastka o większej liczbie atomowej?

Widmo charakterystyczne promieniowania rentgenowskiego

Zajmijmy się teraz dwiema liniami, oznaczonymi na rysunku 40.13 jako K_{α} i K_{β} . Te (i inne pojawiające się poza zakresem pokazanym na rysunku 40.13) linie w widmie promieniowania rentgenowskiego tworzą widmo charakterystyczne dla materiału tarczy.

Linie widmowe promieniowania rentgenowskiego pojawiają się w procesie dwustopniowym. 1) Elektron o dużej energii uderza w atom tarczy i, sam ulegając rozproszeniu, wybija jeden z głębiej leżących (na powłoce o małej wartości n) elektronów. Jeśli taki głęboko leżący elektron znajdował się na powłoce określonej przez główną liczbe kwantowa n = 1 (która z powodów historycznych nazywana jest powłoką K), to pozostawia na tej powłoce lukę (dziurę). 2) Elektron z jednej z powłok o wyższej energii przeskakuje na powłokę K, zapełniajac luke, jaka na niej istniała. Podczas tego przejścia atom emituje charakterystyczny foton promieniowania rentgenowskiego. Jeśli elektron zapełniający lukę w powłoce K pochodzi z powłoki o głównej liczbie kwantowej n = 2 (nazywanej powłoka L), emitowane promieniowanie tworzy linię K_{α} z rysunku 40.13. Jeśli przechodzi on z powłoki o n = 3 (nazywanej powłoką M), emitowane promieniowanie tworzy linię K_{β} i tak dalej. Luka pozostawiona w powłoce L lub M zostanie zapełniona przez elektron z powłoki atomu o wyższej energii.

Badając promieniowanie rentgenowskie, wygodniej jest śledzić, gdzie głęboko wewnątrz "chmury elektronowej" tworzy się luka, niż rejestrować zmiany stanu elektronów, które tę lukę zapełniają. Na rysunku 40.15 dokładnie to pokazano. Jest to diagram poziomów energetycznych molibdenu — pierwiastka, do którego odnosi się rysunek 40.13. Energia zerowa odpowiada obojętnemu atomowi znajdującemu się w stanie podstawowym. Poziom oznaczony jako K (o energii 20 keV) odpowiada energii atomu molibdenu z luką na powłoce K. Poziom oznaczony jako L (o energii 2,7 keV) odpowiada atomowi z luką na powłoce L i tak dalej.

Przejścia oznaczone na rysunku 40.15 jako K_{α} i K_{β} to te same, które wytwarzają dwie linie widmowe promieniowania rentgenowskiego na rysunku 40.13. Linia K_{α} na przykład powstaje wtedy, kiedy elektron z powłoki L zapełnia lukę na powłoce K. Wyrażając to przejście w języku strzałek na rysunku 40.15, dziura, która zajmowała miejsce na powłoce K, przesunęła się na powłokę L.

Uszeregowanie pierwiastków

W 1913 roku brytyjski fizyk H.G.J. Moseley zbadał widmo charakterystyczne promieniowania rentgenowskiego dla tylu pierwiastków, iloma mógł dysponować (38), używając ich jako tarcz bombardowanych przez elektrony w rurze próżniowej własnego projektu. Za pomocą wózka poruszanego linkami Moseley był w stanie wsuwać poszczególne tarcze w wiązkę elektronów. Długości fali emitowanego promieniowania rentgenowskiego mierzone były metodą dyfrakcji na kryształach, opisaną w podrozdziale 36.7.

Moseley, przechodząc od jednego do drugiego pierwiastka z układu okresowego, poszukiwał (i znalazł) prawidłowości w tych widmach. W szczególności zauważył, że jeśli dla danej linii widmowej, takiej jak na przykład linia K_{α} , wykreśli się zależność pierwiastka kwadratowego z częstotliwości ν od miejsca pierwiastka w układzie okresowym, to otrzymany wykres będzie linią prostą. Na rysunku 40.16 przedstawiono część jego licznych danych. Wniosek Moseleya brzmiał następująco:



Rys. 40.15. Uproszczony diagram poziomów energetycznych dla molibdenu, pokazujący przejścia (luk, a nie elektronów) odpowiedzialne za niektóre linie widma charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego. Każda linia pozioma odpowiada energii atomu z luką (brakującym elektronem) na oznaczonej powłoce



Rys. 40.16. Wykres Moseleya dla linii K_{α} widma charakterystycznego 21 pierwiastków. Częstotliwość wyznaczona jest ze zmierzonej długości fali

Jest to dowód, że istnieje w atomie podstawowa wielkość, zmieniająca się o stałą wartość przy przechodzeniu od jednego pierwiastka do następnego. Wielkością tą może być tylko ładunek jądra.

W wyniku pracy Moseleya widmo charakterystyczne promieniowania rentgenowskiego stało się powszechnie uznawaną sygnaturą pierwiastka, umożliwiając rozwiązanie szeregu zagadek układu okresowego. Przedtem (do 1913 r.) pierwiastki w układzie okresowym szeregowano zgodnie z ich *masą* atomową, mimo że w kilku przypadkach nieodparte dowody natury chemicznej zaburzały ten porządek. Moseley pokazał, że rzeczywistą podstawą uszeregowania atomów jest ładunek jądra (a więc *liczba* atomowa Z).

W 1913 roku układ okresowy miał wiele pustych miejsc i wciąż pojawiało się zaskakująco wiele doniesień o nowych pierwiastkach. Widmo rentgenowskie stało się rozstrzygającym testem prawdziwości tych doniesień. Pierwiastki z grupy lantanowców, zwane często pierwiastkami ziem rzadkich, porządkowano niewłaściwie tylko dlatego, że ich podobne właściwości chemiczne utrudniały to porządkowanie. Po opublikowaniu pracy Moseleya pierwiastki te ułożono poprawnie.

Nietrudno się zorientować, dlaczego w widmie charakterystycznym promieniowania rentgenowskiego istnieją tak uderzające regularności przy przechodzeniu od jednego pierwiastka do drugiego, podczas gdy w widmie optycznym z zakresu widzialnego i jego okolic takich regularności nie ma. Kluczem do identyfikacji atomu jest ładunek jego jądra. Na przykład złoto jest tym, czym jest, dlatego, że jego atomy mają ładunek jądra równy +79e (czyli Z = 79). Atom, którego ładunek jądra jest większy o jeden, to atom rtęci, a atom, którego ładunek jest mniejszy o jeden, to atom platyny. Elektrony na powłoce K, które odgrywają tak znaczną rolę w tworzeniu widma rentgenowskiego, znajdują się bardzo blisko tego jądra i w związku z tym są bardzo czułe na jego ładunek. Z drugiej strony, widmo optyczne jest efektem przejść elektronów z najbardziej zewnętrznych powłok. Ładunek jądra "widziany" przez te zewnętrzne elektrony jest silnie ekranowany przez pozostałe elektrony w atomie i w efekcie widmo optyczne *nie* jest czułym próbnikiem ładunku jądrowego.

Opis wykresu Moseleya

Dane doświadczalne Moseleya, dla których wykres pokazany na rysunku 40.16 jest zaledwie częścią, można bezpośrednio wykorzystać do przypisania pierwiastkom właściwego miejsca w układzie okresowym. Można byłoby tego dokonać, nawet gdyby nie istniały teoretyczne podstawy opisu wyników Moseleya. Takie podstawy jednak istnieją.

Zgodnie z równaniem (39.33) energia atomu wodoru wynosi

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,60 \text{ eV}}{n^2} \qquad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$
(40.24)

Rozważmy teraz jeden z dwóch elektronów na najbardziej wewnętrznej powłoce K atomu wieloelektronowego. Ze względu na obecność drugiego elektronu z powłoki K nasz elektron "widzi" efektywny ładunek jądrowy równy około (Z - 1)e, gdzie e jest ładunkiem elementarnym, a Z jest liczbą atomową pierwiastka. Czynnik e^4 w równaniu (40.24) jest iloczynem e^2 — kwadratu ładunku jądra wodoru i $(-e)^2$ — kwadratu ładunku elektronu. W przypadku atomu wieloelektronowego możemy przybliżyć efektywną energię atomu, zamieniając czynnik e^4 w równaniu (40.24) na $(Z - 1)^2 e^2 \cdot (-e)^2$, czyli $e^4 (Z - 1)^2$. Po takim podstawieniu otrzymujemy

$$E_n = -\frac{(13,60 \text{ eV})(Z-1)^2}{n^2}.$$
(40.25)

Widzieliśmy, że foton promieniowania rentgenowskiego K_{α} (o energii $h\nu$) powstaje wtedy, kiedy elektron przechodzi z powłoki L (n = 2, energia E_2) na powłokę K (n = 1, energia E_1). Tak więc, korzystając z równania (40.25), możemy tę zmianę energii zapisać jako

$$\Delta E = E_2 - E_1$$

= $-\frac{(13,60 \text{ eV})(Z-1)^2}{2^2} - \frac{-(13,60 \text{ eV})(Z-1)^2}{1^2}$
= $(10,2 \text{ eV})(Z-1)^2$.

Częstotliwość v fotonu z linii K_{α} jest zatem równa

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{(10,2 \text{ eV})(Z-1)^2}{(4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})} = (2,46 \cdot 10^{15} \text{ Hz})(Z-1)^2. \quad (40.26)$$

Pierwiastkując obie strony równania, otrzymamy

$$\sqrt{\nu} = CZ - C, \tag{40.27}$$

gdzie *C* jest stałą (= $4,96 \cdot 10^7 \text{ Hz}^{1/2}$). Równanie (40.27) jest równaniem linii prostej. Pokazuje ono, że jeśli wykreślimy zależność pierwiastka z częstotliwości fotonu z linii widmowej K_{α} promieniowania rentgenowskiego od liczby atomowej pierwiastka *Z*, to powinniśmy otrzymać linię prostą. To właśnie zaobserwował Moseley (patrz rysunek 40.16).

Przykład 40.03. Widmo charakterystyczne wytwarzanego promieniowania rentgenowskiego

W doświadczeniu mierzy się długości fali linii widma charakterystycznego promieniowania rentgenowskiego powstałego w wyniku bombardowania elektronami tarczy kobaltowej. W pomiarze takim pojawia się też drugie, słabsze widmo charakterystyczne, które pochodzi z pewnej domieszki w kobalcie. Długości fali linii K_{α} równe są 178,9 pm (kobalt) i 143,5 pm (domieszka), a liczba protonów w jądrze atomu kobaltu równa jest $Z_{\rm Co} = 27$. Korzystając z tych danych, określ, jaka to domieszka.

PODSTAWOWE FAKTY

Długości fali linii K_{α} zarówno dla kobaltu, jak i dla domieszki (X) leżą na wykresie Moseleya dla linii K_{α} , a równanie (40.27) jest równaniem definiującym ten wykres.

Obliczenia: Podstawiając do równania (40.27) zamiast częstotliwości ν stosunek c/λ , otrzymamy

$$\sqrt{\frac{c}{\lambda_{\rm Co}}} = CZ_{\rm Co} - C$$
 i $\sqrt{\frac{c}{\lambda_{\rm X}}} = CZ_{\rm X} - C$

Dzieląc jedno równanie przez drugie, eliminujemy wartość *C* i otrzymujemy

$$\sqrt{\frac{\lambda_{\rm Co}}{\lambda_{\rm X}}} = \frac{Z_{\rm X} - 1}{Z_{\rm Co} - 1}.$$

Po podstawieniu danych mamy

$$\sqrt{\frac{178,9 \text{ pm}}{143,5 \text{ pm}}} = \frac{Z_{\rm X} - 1}{27 - 1}.$$

Rozwiązując powyższe równanie, otrzymujemy

$$Z_X = 30, 0$$
 (odpowiedź).

Zatem liczba protonów w atomie domieszki wynosi 30 i spojrzenie na układ okresowy pozwala na identyfikację tej domieszki jako cynku. Zauważ, że cynk, mając wiekszą wartość Z od kobaltu, ma mniejszą długość fali linii K_{α} . Oznacza to, że energia związana z tym przejściem kwantowym musi być większa dla cynku niż dla kobaltu.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

40.7. LASERY

Czego się nauczysz? __

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

40.45 odróżnić światło laserowe od światła żarówki

- **40.46** narysować diagramy poziomów energetycznych dla trzech podstawowych rodzajów oddziaływania światła z materią (atomami) i wskazać, który z nich jest podstawą akcji laserowej;
- 40.47 zdefiniować stany metastabilne;
- 40.48 wykorzystać dla dwóch stanów energetycznych związek pomiędzy względną liczbą atomów w stanie wyższym, uzyskaną dzięki zderzeniom termicznym atomów, a różnicą energii i temperaturą;

40.49 zdefiniować odwrócenie (inwersję) obsadzeń, następnie

Podstawowe fakty _

 W procesie zwanym "emisją wymuszoną" atom będący w stanie wzbudzonym zostaje sprowadzony do stanu podstawowego z emisją fotonu, gdy identyczny foton przejdzie przez ten atom. objaśnić, dlaczego musi ona zachodzić w laserze i związać ją z czasami życia stanów;

- 40.50 objaśnić zasadę działania lasera helowo-neonowego, wskazując, atomy którego gazu emitują światło laserowe i wyjaśniając, dlaczego konieczna jest obecność drugiego gazu;
- 40.51 stosować do emisji wymuszonej związki pomiędzy zmianą energii, częstotliwością i długością fali;
- 40.52 zastosować dla emisji wymuszonej związki pomiędzy energią, mocą, czasem emisji, natężeniem, powierzchnią, energią fotonów i liczbą emitowanych fotonów na sekundę.

 Kwant światła wysyłany w procesie emisji wymuszonej jest zgodny w fazie i porusza się w tym samym kierunku, co foton wyzwalający tę emisję. • Laser może wysyłać światło poprzez emisję wymuszoną, jeżeli w jego atomach dochodzi do inwersji obsadzeń. Oznacza to, że dla pary poziomów, dla których ma zachodzić emisja

wymuszona, więcej atomów musi znajdować się w stanie wyższym niż w niższym. Zachodzi wówczas więcej aktów emisji wymuszonej niż absorpcji.

Lasery i światło laserowe

We wczesnych latach sześćdziesiątych XX wieku fizyka kwantowa umożliwiła konstrukcję jednego ze swoich największych wkładów do technologii: **lasera**. Światło laserowe, tak jak światło ze zwykłej żarówki, jest emitowane wtedy, gdy atomy dokonują przejść z jednego stanu kwantowego do stanu niższego. Jednak w żarówce akty emisji fotonów są przypadkowe, zarówno w czasie, jak i w przestrzeni, natomiast w laserze są one tak zsynchronizowane, że zachodzą w tym samym czasie i kierunku. W wyniku tego, światło lasera ma następujące cechy:

- Światło lasera jest wysoce monochromatyczne. Światło ze zwykłej żarówki tworzy widmo ciągłe, na które składa się wiele długości fali i z pewnością nie jest monochromatyczne. Promieniowanie emitowane przez lampy jarzeniowe (neony reklamowe) jest rzeczywiście niemal monochromatyczne, tak że długości fali tego promieniowania różnią się od siebie nie więcej niż o 10⁻⁶ średniej długości fali tego promieniowania. Jednak precyzja długości fali światła laserowego może być wielokrotnie większa, a jej wahania — ograniczone do poziomu 1 do 10⁻¹⁵.
- 2. Światło laserowe jest bardzo spójne. Pojedyncze ciągi falowe światła laserowego mogą mieć setki kilometrów długości. Gdy dwie części wiązki przebywające takie odległości po różnych drogach nakładają się znów na siebie, "pamiętają" swój wspólny początek i są w stanie wytworzyć prążki interferencyjne. Odpowiednia długość spójności (koherencji) ciągów falowych emitowanych przez żarówkę jest zwykle mniejsza niż metr.
- 3. Światło lasera jest bardzo dobrze ukierunkowane. Wiązka lasera rozszerza się w bardzo małym stopniu. Jej odstępstwo od dokładnej równoległości wynika wyłącznie z efektów dyfrakcyjnych okienka wyjściowego lasera. Na przykład impuls laserowy wykorzystywany do pomiaru odległości do powierzchni Księżyca wytwarza na jego powierzchni plamkę o średnicy zaledwie kilku kilometrów. Światło ze zwykłej żarówki można za pomocą soczewek uformować w wiązkę w przybliżeniu równoległą. Jednak rozbieżność takiej wiązki jest znacznie większa niż rozbieżność wiązki lasera. Każdy fragment włókna żarówki wytwarza osobną wiązkę, a rozbieżność kątowa wiązki wypałkowej jest określona przez rozmiar tego włókna.
- 4. Światło lasera można dokładnie skupić. Jeśli dwie wiązki światła przenoszą taką samą ilość energii, to wiązka, którą można skupić w mniejszą plamkę, będzie miała tam większe natężenie (moc na jednostkę powierzchni). Ognisko światła laserowego może być tak małe, że łatwo osiągnąć w nim gęstość mocy równą 10¹⁷ W/cm². Natężenie światła w płomieniu palnika tlenowo-acetylenowego jest zaledwie rzędu 10³ W/cm².



Rys. 40.17. Dzięki nowoczesnym laserom możliwe stało się bezpieczne i mało inwazyjne usuwanie takich wad wzroku, jak krótkowzroczność, dalekowzroczność czy połączenie tych wad z astygmatyzmem Najważniejsze etapy operacji przeprowadzone są wyłącznie za pomocą lasera, co zapewnia większy poziom precyzji, małą inwazyjność i bezpieczeństwo (fot. Monkey Business Images/Shutterstock)

Liczne zastosowania lasera

Aktywnym ośrodkiem najmniejszych laserów, używanych do transmisji dźwięku i danych przez światłowody, są kryształy półprzewodnikowe o rozmiarach główki od szpilki. Jakkolwiek małe, lasery takie potrafią wytworzyć około 200 mW mocy. Największe lasery używane do badań nad syntezą jądrową, a także stosowane w astronomii i do celów wojskowych wypełniają duży budynek. Największy taki laser potrafi generować krótkie impulsy światła o mocy w impulsie sięgającej około 10¹⁴ W. Jest to moc kilkaset razy większa od całkowitej mocy wytwarzanej przez elektrownie w Stanach Zjednoczonych. Aby podczas takiego impulsu nie doprowadzić do krótkiego załamania krajowego systemu energetycznego, energia potrzebna w każdym impulsie gromadzona jest ze stałą szybkością podczas stosunkowo długich przerw pomiędzy impulsami.

Spośród wielu innych zastosowań laserów można wymienić: skanowanie kodu paskowego, produkcję i odtwarzanie płyt kompaktowych oraz DVD, chirurgię różnego rodzaju (zarówno jako urządzenia pomocnicze, jak i przyrządy do nacinania lub przyżegania; patrz rys. 40.17), geodezję, cięcie materiałów w przemyśle odzieżowym (kilkaset warstw naraz), spawanie karoserii samochodowych i tworzenie hologramów.

Jak działa laser

Słowo *laser* jest skrótem angielskiej nazwy *light amplification by the stimulated emission of radiation* (wzmocnienie światła przez wymuszoną emisję promieniowania), a więc nie powinieneś być zaskoczony, że kluczem do działania lasera jest **emisja wymuszona**. Pojęcie to wprowadził w 1917 r. Einstein w pracy, w której objaśniał wzór Plancka dla ciała doskonale czarnego (wzór (38.14)). Mimo że świat zobaczył działający laser dopiero w latach sześćdziesiątych ubiegłego wieku, to podstawy jego konstrukcji istniały już dziesiątki lat wcześniej.

Rozważmy izolowany atom, który może istnieć zarówno w stanie o najniższej energii równej E_0 (w stanie podstawowym), jak i w stanie o wyższej energii E_x (w stanie wzbudzonym). Poniżej wymienimy trzy procesy, dzięki którym atom może przejść z jednego stanu do drugiego:

 Absorpcja. Na rysunku 40.18a pokazano atom znajdujący się początkowo w stanie podstawowym. Jeśli taki atom umieścimy w zmiennym polu elektromagnetycznym o częstotliwości ν, to będzie on mógł pochłonąć z tego pola energię hν i przejść do stanu o wyższej energii. Z zasady zachowania energii wynika, że

$$h\nu = E_x - E_0. (40.28)$$

Proces taki nazywamy absorpcją.

2. Emisja spontaniczna. Atom na rysunku 40.18b znajduje się w stanie wzbudzonym i nie istnieje żadne promieniowanie zewnętrzne. Po pewnym czasie atom ten wróci do stanu podstawowego, emitując w takim procesie foton o energii hv. Proces taki nazywamy emisją spontaniczną, ponieważ akt ten zachodzi przypadkowo. W taki sposób powstaje światło we włóknie zwykłej żarówki lub w każdym innym typowym źródle światła.

Zazwyczaj średni czas życia wzbudzonych atomów, czyli średni czas, jaki upłynie, zanim nastąpi emisja spontaniczna, wynosi około 10^{-8} s. Jednak w przypadku niektórych stanów wzbudzonych ten średni czas może być nawet 10^5 razy dłuższy. Takie stany o długim czasie życia, nazywane stanami **metatrwałymi**, odgrywają w działaniu lasera ważną rolę.

3. *Emisja wymuszona*. Atom na rysunku 40.18c także znajduje się w stanie wzbudzonym, ale tym razem w obecności promieniowania elektromagnetycznego o częstotliwości danej równaniem (40.28). Foton o energii hv może wymusić na tym atomie jego przejście do stanu podstawowego. W czasie takiego procesu emitowany będzie dodatkowy foton, którego energia także równa będzie hv. Proces taki nazywamy **emisją wymuszoną**, ponieważ taki akt jest wyzwalany przez foton pochodzący z zewnątrz. Foton emitowany jest pod każdym względem identyczny z fotonem wymuszającym, a więc fale związane z tymi fotonami mają taką samą energię, fazę, polaryzację i kierunek rozchodzenia się.

Na rysunku 40.18c pokazano emisję wymuszoną dla pojedynczego atomu. Przypuśćmy teraz, że próbka zawiera dużą liczbę atomów znajdujących się w równowadze termodynamicznej w temperaturze T. Zanim skierujemy na tę próbkę jakiekolwiek promieniowanie, w stanie podstawowym o energii E_0 znajduje się N_0 atomów, a w stanie o wyższej energii E_x znajduje się N_x atomów. Ludwig Boltzmann pokazał, że N_x można wyrazić za pomocą N_0 wzorem

$$N_x = N_0 e^{-(E_x - E_0)/kT}, (40.29)$$

w którym k jest stałą Boltzmanna. Równanie to wygląda rozsądnie. Wielkość kT jest średnią energią kinetyczną atomu w temperaturze T. Im wyższa jest ta temperatura, tym więcej średnio rzecz biorąc atomów zostanie "przerzuconych" w wyniku ich termicznych zderzeń do wyższego stanu energetycznego E_x . Ponadto, ponieważ $E_x > E_0$, równanie (40.29) wymaga, aby $N_x < N_0$, a więc żeby zawsze w wyższym stanie energe-



Rys. 40.18. Oddziaływanie promieniowania i materii w procesach a) absorpcji, b) emisji spontanicznej, c) emisji wymuszonej. Atom (materia) przedstawiony jako czerwona kropka może się znajdować albo w stanie kwantowym o niższej energii E_0 , albo w stanie kwantowym o wyższej energii E_x . W procesie (a) atom pochłania z fali świetlnej foton o energii hv. W procesie (b) atom emituje spontanicznie foton o energii hv. W procesie (c) światło o energii fotonów hv wymusza emisję fotonu o tej samej energii, zwiększając tym samym energię niesioną przez falę świetlną



Rys. 40.19. a) Równowagowy rozkład obsadzeń stanu podstawowego E_0 i stanu wzbudzonego E_x , ustalający się w wyniku zderzeń termicznych. b) Inwersja obsadzeń uzyskiwana specjalnymi metodami. Takie odwrócenie obsadzeń jest kluczowe dla akcji laserowej



Rys. 40.20. Budowa gazowego lasera helowo-neonowego. Przyłożone napięcie *V* powoduje przepływ elektronów przez rurę do wyładowań wypełnioną mieszaniną gazowego helu i neonu. Elektrony zderzają się z atomami helu, które następnie zderzają się z atomami neonu emitującymi światło w całej długości rury. Światło to przechodzi przez przepuszczalne okienka O i odbija się od zwierciadeł Z_1 i Z_2 , przechodząc tam i z powrotem, i powodując silniejszą emisję światła przez atomy neonu. Część światła wydostaje się przez zwierciadło Z_2 , tworząc wiazke laserowa tycznym było mniej atomów niż w stanie niższym. Tego właśnie możemy się spodziewać, jeśli obsadzenie poziomów energetycznych N_0 i N_x będzie wyłącznie wynikiem zderzeń termicznych atomów. Rysunek 40.19a ilustruje tę sytuację.

Jeśli teraz atomy pokazane na rysunku 40.19a poddamy oddziaływaniu z dużą liczbą fotonów o energii $E_x - E_0$, to fotony będą pochłaniane przez atomy znajdujące się w stanie podstawowym i wytwarzane w większości przez emisję wymuszoną atomów znajdujących się w stanie wzbudzonym. Einstein pokazał, że przypadające na jeden atom prawdopodobieństwa tych dwóch procesów są jednakowe. Zatem ponieważ więcej atomów znajduje się w stanie podstawowym, *wypadkowym* efektem będzie absorpcja fotonów. Aby wytworzyć światło laserowe, musi być więcej atomów emitujących światło niż atomów, które je pochłaniają, innymi słowy musi zachodzić sytuacja, w której dominuje emisja wymuszona. Zatem potrzebujemy więcej atomów w stanie wbudzonym niż w stanie podstawowym, tak jak na rysunku 40.19b. Jednak ponieważ takie **odwrócenie (inwersja) obsadzeń** nie jest możliwe w stanie równowagi termodynamicznej, musimy znaleźć jakiś sprytny sposób osiągnięcia i utrzymania takiego odwrócenia obsadzeń.

Laser helowo-neonowy

Na rysunku 40.20 pokazano popularny typ lasera, zbudowany w 1961 r. przez Ali Javana i jego współpracowników. Szklana rura do wyładowań elektrycznych wypełniona jest gazową mieszanką helu i neonu w stosunku 20 : 80. Akcja laserowa zachodzi w neonie.

Na rysunku 40.21 pokazano uproszczone diagramy poziomów energetycznych dla dwóch rodzajów atomów. W wyniku przepływu prądu przez mieszaninę tych gazów rośnie energia atomów helu zderzających się z elektronami. Na skutek tych zderzeń atomy helu przechodzą do stanu o energii



Rys. 40.21. Pięć poziomów energetycznych atomów helu i neonu, kluczowych dla działania lasera helowo-neonowego. Akcja laserowa zachodzi pomiędzy poziomami neonu E_2 i E_1 , gdy na poziomie E_2 znajduje się więcej atomów niż na poziomie E_1 E_3 , który jest metatrwały, a średni czas życia na tym poziomie wynosi 1 µs. (Atomy neonu mają zbyt dużą masę, by mogły zostać wzbudzone przez zderzenia z (bardzo lekkimi) elektronami).

Energia stanu E_3 atomu helu (20,61 eV) jest bardzo bliska energii stanu E_2 atomu neonu (20,66 eV). Tak więc w zderzeniu metatrwałego atomu helu i atomu neonu w stanie podstawowym (E_0) wzbudzenie atomu helu jest często przenoszone do atomu neonu, który przechodzi do stanu o energii E_2 . W taki sposób w atomach neonu poziom E_2 z rysunku 40.21 (o czasie życia 170 ns) może stać się silniej obsadzony niż poziom E_1 (który, mając czas życia 10 ns, pozostaje prawie całkowicie nieobsadzony).

Ta inwersja obsadzeń jest stosunkowo prosta do osiągnięcia, ponieważ: 1) początkowo w zasadzie nie ma atomów neonu znajdujących się w stanie E_1 , 2) metatrwałość poziomu helu E_3 zapewnia stały dopływ atomów neonu w stanie E_2 i 3) atomy neonu w stanie o energii E_1 przechodzą szybko (przez poziomy pośrednie niepokazane na rysunku) do stanu podstawowego o energii E_1 .

Załóżmy teraz, że w pewnej chwili następuje spontaniczna emisja fotonu przy przejściu atomu neonu ze stanu E_2 do stanu E_1 . Ten foton może wywołać emisję wymuszoną drugiego fotonu, a następnie oba mogą wywołać dalsze akty emisji wymuszonej. W wyniku takiej reakcji łańcuchowej tworzy się błyskawicznie spójna wiązka czerwonego światła laserowego, poruszająca się równolegle do osi rury. Światło to, o długości fali 632,8 nm przechodzi wielokrotnie przez rurę do wyładowań, odbijając się kolejno od zwierciadeł Z_1 i Z_2 (rys. 40.20). Przy każdym przejściu gromadzi ona dodatkowe fotony powstałe w wyniku emisji wymuszonej. Zwierciadło Z_1 całkowicie odbija światło, zwierciadło Z_2 zaś jest częściowo "przepuszczalne", tak że mała część światła laserowego zdoła przez nie przejść, tworząc użyteczną wiązkę zewnętrzną.

Spraw

Sprawdzian 3

Długość fali światła z lasera *A* (lasera gazowego helowo-neonowego) wynosi 632,8 nm, z lasera *B* (lasera gazowego CO_2) — 10,6 µm, a z lasera *C* (lasera półprzewodnikowego z arsenku galu) — 840 nm. Uszereguj te lasery zgodnie z malejącą różnicą energii pomiędzy dwoma stanami odpowiedzialnymi za akcję laserową.

Przykład 40.04. Inwersja obsadzeń w laserze

Akcja laserowa w laserze helowo-neonowym z rysunku 40.20 zachodzi pomiędzy dwoma stanami wzbudzonymi atomu neonu. Jednak w wielu laserach akcja laserowa zachodzi pomiędzy stanem podstawowym i stanem wzbudzonym, tak jak to pokazano na rysunku 40.19b.

a) Rozważ laser, który emituje światło o długości fali $\lambda = 550$ nm. Ile wynosi stosunek liczby atomów w stanie E_x do liczby atomów w stanie E_0 , jeśli atomy znajdują się w temperaturze pokojowej i nie jest wytwarzana inwersja obsadzeń?

PODSTAWOWE FAKTY

1) Stosunek obsadzeń N_x/N_0 tych dwóch stanów w równowadze termodynamicznej, to znaczy pochodzących od zderzeń termicznych atomów gazu, wynika z równania (40.29), które możemy przekształcić do postaci

$$N_x/N_0 = e^{-(E_x - E_0)/kT}$$
. (40.30)

Aby z równania (40.30) obliczyć stosunek N_x/N_0 , musimy wyznaczyć różnicę energii $E_x - E_0$ pomiędzy tymi stanami. Różnicę energii $E_x - E_0$ można obliczyć z danej długości fali światła laserowego $\lambda = 550$ nm, emitowanego przy przejściu pomiędzy tymi stanami:

Obliczenia: Korzystając z długości fali światła laserowego, zapisujemy

$$E_x - E_0 = hv = \frac{hc}{\lambda}$$

= $\frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{(550 \cdot 10^{-9} \text{ m})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV})}$
= 2,26 eV.

Aby rozwiązać równanie (40.30), musimy także znać średnią energię termiczną kT atomu w temperaturze po-kojowej (300 K). Wynosi ona

 $kT = (8.62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K})(300 \text{ K}) = 0.0259 \text{ eV},$

gdzie k jest stałą Boltzmanna.

Podstawienie tych dwóch ostatnich wyników do równania (40.30) pozwala nam znaleźć stosunek obsadzeń w temperaturze pokojowej:

$$N_x/N_0 = e^{-(2,26 \text{ eV})/(0,0259 \text{ eV})}$$

 $\approx 1.3 \cdot 10^{-38}$ (odpowiedź).

Jest to niezwykle mała liczba. Wynik ten jest jednak poprawny. Atom, którego średnia energia termiczna

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Podsumowanie

Niektóre właściwości atomów Atomy mają skwantowane energie i mogą dokonywać przeskoków kwantowych między stanami. Jeżeli przejście między stanem o wyższej energii a stanem o niższej energii zachodzi poprzez emisję lub absorpcję fotonu, częstotliwość z nim związana dana jest wzorem

$$h\nu = E_{\rm w} - E_{\rm n}.\tag{40.1}$$

Stany o tych samych wartościach liczby kwantowej n tworzą powłokę. Stany o tych samych wartościach liczb kwantowych n i l tworzą podpowłokę.

Orbitalny moment pędu i magnetyczne momenty dipolowe Wartości orbitalnego momentu pędu elektronu umieszczonego w atomie są skwantowane, zgodnie ze wzorem

$$L = \sqrt{l(l+1)\hbar} \quad \text{dla} \ l = 0, 1, 2, \dots, (n-1), \tag{40.2}$$

równa jest jedynie 0,0259 eV, nieczęsto przekaże w zderzeniu drugiemu atomowi energię 2,26 eV.

b) W jakiej temperaturze stosunek obsadzeń N_x/N_0 w przypadku omawianym w punkcie (a) wynosiłby $\frac{1}{2}$?

Obliczenia: Skorzystamy teraz z tych samych stwierdzeń kluczowych, których użyliśmy w punkcie (a). Tym razem jednak poszukujemy temperatury T, w której zderzenia termiczne wzbudziłyby do wyższego stanu energetycznego na tyle dużo atomów, że stosunek obsadzeń N_x/N_0 byłby równy $\frac{1}{2}$. Podstawiając ten stosunek do równania (40.30), a następnie obliczając logarytm naturalny z obu stron równania i rozwiązując je względem T, otrzymujemy

$$T = \frac{E_x - E_0}{k \ln 2} = \frac{2,26 \text{ eV}}{(8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K})(\ln 2)}$$

= 38 000 K (odpowiedź).

Otrzymana temperatura jest znacznie wyższa niż temperatura powierzchni Słońca. Jasne jest, że jeśli chcemy odwrócić obsadzenie tych dwóch poziomów, to potrzebny jest jakiś szczególny mechanizm, który do tego doprowadzi. Innymi słowy, musimy "pompować atomy". W żadnej, dowolnie wysokiej temperaturze nie osiągniemy odwrócenia obsadzeń na skutek samych tylko zderzeń termicznych.

gdzie \hbar jest równe $h/2\pi$, l jest orbitalną magnetyczną liczbą kwantową, a n jest główną liczbą kwantową elektronu. Składowa L_z orbitalnego momentu pędu wzdłuż osi z jest skwantowana i ma postać

$$L_z = m_l \hbar$$
 dla $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l,$ (40.3)

gdzie m_l jest magnetyczną orbitalną liczbą kwantową. Wartość μ_{orb} orbitalnego momentu magnetycznego elektronu jest skwantowana i wyraża się wzorem

$$\mu_{\rm orb} = \frac{e}{2m} \sqrt{l(l+1)}\hbar, \qquad (40.6)$$

gdzie *m* jest masą elektronu. Składowa $\mu_{orb,z}$ wzdłuż osi *z* jest również skwantowana i przyjmuje wartości

$$\mu_{\text{orb},z} = -\frac{e}{2m}m_l\hbar = -m_l\mu_{\text{B}},\tag{40.7}$$
PODSUMOWANIE 121

gdzie $\mu_{\rm B}$ jest magnetonem Bohra:

$$\mu_{\rm B} = \frac{eh}{4\pi m} = 9,274 \cdot 10^{-24} \,\text{J/T.}$$
(40.8)

Spinowy moment pędu i magnetyczny moment dipolowy Każdy elektron, zarówno uwięziony, jak i swobodny, ma wewnętrzny spinowy moment pędu (lub po prostu spin) *S*, którego wartość jest skwantowana i wynosi

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar$$
, dla $s = \frac{1}{2}$, (40.9)

gdzie *s* jest spinową liczbą kwantową. Mówi się, że elektron jest "cząstką o spinie $\frac{1}{2}$ ". Składowa S_z wzdłuż osi *z* jest również skwantowana, zgodnie ze wzorem

$$S_z = m_s \hbar$$
, dla $m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2}$, (40.10)

gdzie m_s jest spinową magnetyczną liczbą kwantową. Każdy elektron, zarówno uwięziony, jak i swobodny, ma wewnętrzny spinowy magnetyczny moment dipolowy $\vec{\mu}_s$, którego wartość jest skwantowana i wyraża się wzorem

$$\mu_s = \frac{e}{m} \sqrt{s(s+1)}\hbar, \quad \text{dla } s = \frac{1}{2}.$$
 (40.12)

Składowa $\mu_{s,z}$ wzdłuż osi z jest również skwantowana i przyjmuje wartości

$$\mu_{s,z} = -2m_s\mu_{\rm B}, \quad \text{dla} \ m_s = \pm \frac{1}{2}.$$
 (40.13)

Doświadczenie Sterna–Gerlacha Doświadczenie Sterna– Gerlacha wykazało, że momenty magnetyczne atomów srebra są skwantowane. W ujęciu ogólnym stanowiło ono eksperymentalny dowód skwantowania momentów magnetycznych na poziomie atomowym. Atom o niezerowym dipolowym momencie magnetycznym umieszczony w niejednorodnym polu magnetycznym podlega działaniu siły. Jeżeli gradient pola wzdłuż osi z jest określony wzorem dB/dz, to siła ta działa wzdłuż osi z, a jej wartość jest wprost proporcjonalna do składowej μ_z momentu dipolowego

$$F_z = \mu_z \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z}.\tag{40.17}$$

Proton ma wewnętrzny spinowy moment pędu \vec{S} oraz wewnętrzny magnetyczny dipolowy moment pędu $\vec{\mu}$. Oba te wektory są zgodnie skierowane.

Rezonans magnetyczny Magnetyczny moment dipolowy protonu umieszczonego w polu magnetycznym o wektorze indukcji \vec{B} skierowanym wzdłuż osi z ma dwie skwantowane wartości składowej wzdłuż tej osi: "spin w górę" (μ_z wskazuje kierunek wektora \vec{B}) oraz "spin w dół" (μ_z wskazuje przeciwny kierunek). W odróżnieniu od przypadku elektronu, orientacji "spin w górę" odpowiada stan o niższej energii. Różnica energii między dwoma stanami odpowiadającymi tym orientacjom wynosi $2\mu_z B$. Energia, jaką powinien mieć foton, by poprzez jego absorpcję lub emisję doszło do odwrócenia spinu protonu między dwiema możliwymi orientacjami wynosi

$$h\nu = 2\mu_z B. \tag{40.22}$$

Wypadkowa wektora indukcji pola magnetycznego jest sumą wektorową pola zewnętrznego wytwarzanego przez aparaturę do rezonansu magnetycznego i pola wewnętrznego, pochodzącego od atomów i jąder otaczających dany proton. Pomiar odwróceń spinu pozwala na wyznaczenie widm magnetycznego rezonansu jądrowego, dzięki którym możliwa jest identyfikacja badanych substancji.

Zakaz Pauliego Elektrony w atomie i innych pułapkach podlegają zakazowi Pauliego, który wymaga, aby żadne dwa elektrony w tym samym atomie lub innego typu pułapce nie miały tego samego zestawu liczb kwantowych.

Budowa układu okresowego Pierwiastki w układzie okresowym ułożone są w kolejności ich rosnącej liczby atomowej Z, przy czym Z jest liczbą protonów w jądrze. Dla elektrycznie obojętnego atomu Z określa też liczbę jego elektronów. Stany o tej samej wartości liczby kwantowej n tworzą powłokę. Stany o tych samych wartościach liczb kwantowych n i l tworzą podpowłokę. Całkowicie zapełniona powłoka lub podpowłoka zawierają maksymalną liczbę elektronów, na jaką zezwala zakaz Pauliego. Wypadkowy moment pędu i wypadkowy moment magnetyczny takich zamkniętych struktur są równe zeru.

Promieniowanie rentgenowskie i uszeregowanie pierwiastków Gdy wiązka wysokoenergetycznych elektronów uderza w tarczę, podczas zderzeń z jej atomami elektrony mogą utracić swoją energię, emitując kwanty promieniowania rentgenowskiego. Emisja zachodzi w szerokim zakresie długości fali, tworząc widmo ciągłe. Najmniejsza możliwa długość fali nazywana jest granicą krótkofalową i jest oznaczana symbolem λ_{min} . Kwant o tej długości fali zostaje wysłany, gdy elektron wiązki traci całą swoją energię kinetyczną E_{k0} w pojedynczym akcie rozpraszania,

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{E_{k0}}.$$

Widmo charakterystyczne promieniowania rentgenowskiego jest emitowane, gdy elektrony padające na tarczę wybijają z jej atomów elektrony obsadzające niskie stany energetyczne. Następnie do dziur powstałych w miejscu wybicia przeskakują elektrony ze stanów wyższych, co powoduje emisję fotonów tworzących widmo charakterystyczne. Wykres Moseleya ukazuje zależność pierwiastka z częstotliwości kwantów promieniowania charakterystycznego $\sqrt{\nu}$ od liczby atomowej Z atomów tarczy. Plasowanie się punktów wzdłuż linii prostej pokazuje, że umiejscowienie pierwiastka w układzie okresowym zależy od wartości Z, a nie od masy atomowej.

Lasery W procesie emisji wymuszonej atom będący w stanie wzbudzonym można sprowadzić do stanu podstawowego i emisji fotonu, jeżeli identyczny foton przejdzie przez ten atom. Kwant światła wysyłany w procesie emisji wymuszonej jest zgodny w fazie i porusza się w tym samym kierunku co foton wyzwalający tę emisję.

Laser może wysyłać światło poprzez emisję wymuszoną, jeżeli w jego atomach dochodzi do inwersji obsadzeń. Ozna-

Pytania

1 a) Z ilu podpowłok i b) z ilu stanów elektronowych składa się powłoka o n = 2? Ile a) podpowłok i ile d) stanów elektronowych mieści się w powłoce o n = 5?

2 Elektron w atomie złota znajduje się w stanie o głównej liczbie kwantowej n = 4. Czy wartości orbitalnej liczby kwantowej *l* tego elektronu mogą być równe -3, 0, 2, 3, 4, 5?

3 Które z poniższych stwierdzeń są prawdziwe, a które fałszywe? a) Jedna (i tylko jedna) z poniższych podpowłok nie może istnieć: 2p, 4f, 3d, 1p. b) Liczba dozwolonych wartości liczby kwantowej m_l zależy tylko od l, a nie od n. c) Istnieją cztery podpowłoki z n = 4. d) Najmniejszą wartością głównej liczby kwantowej n dla zadanej orbitalnej liczby kwantowej l jest l + 1. e) Wszystkie stany o l = 0 mają także $m_l = 0$. f) W skład każdej powłoki o głównej liczbie kwantowej n wchodzi n podpowłok.

4 Atom uranu ma zamknięte podpowłoki 6p i 7s. Na której podpowłoce jest więcej elektronów?

5 Atom srebra ma zamknięte podpowłoki 3d i 4d. Która z tych podpowłok jest obsadzona przez większą liczbę elektronów? Czy może liczba elektronów na tych podpowłokach jest jednakowa?

6 Z którego atomu z następujących par pierwiastków łatwiej jest usunąć elektron: a) kryptonu czy bromu, b) rubidu czy ceru, c) helu czy wodoru?

7 Elektron w atomie rtęci znajduje się na podpowłoce 3d. Które z poniższych wartości liczby kwantowej m_l są dozwo-lone: -3, -1, 0, 1, 2?

8 W przestrzeni na rysunku 40.22 rozpięte jest pole magnetyczne, którego indukcja zmienia się wzdłuż osi z. Rysunek przedstawia trzy punkty, w których można umieścić elektron w stanie "spin w górę". a) Uszereguj te punkty zgodnie z wartościami energii E_p wewnętrznego momentu dipolowego $\vec{\mu}_s$, zaczynając od wartości



Rys. 40.22. Pytanie 8

najbardziej dodatniej. b) Jaki jest kierunek siły pochodzącej od gradientu indukcji pola magnetycznego, działającej na elektron, jeżeli elektron w stanie "spin w górę" jest umieszczony w punkcie 2? cza to, że dla pary poziomów, dla których ma zachodzić emisja wymuszona, więcej atomów musi znajdować się w stanie wyższym niż w niższym. Zachodzi wówczas więcej aktów emisji wymuszonej niż absorpcji.

9 Linia K_{α} promieniowania rentgenowskiego dla dowolnego pierwiastka powstaje w wyniku przejścia pomiędzy powłoką K (n = 1) i powłoką L (n = 2). Na rysunku 40.34 linia ta (dla tarczy wykonanej z molibdenu) jest pojedyncza. Jednak, stosując większą rozdzielczość, można zobaczyć, że linia ta rozszczepia się na szereg linii o różnych długościach fali. Jest tak dlatego, że w powłoce L występują stany o różnej energii. a) Ile składowych ma ta linia K_{α} ? b) Ile składowych ma linia K_{β} ?

10 Rozważmy dwa pierwiastki: krypton i rubid. a) Który z nich bardziej nadaje się do wykorzystania w doświadczeniu Sterna–Gerlacha z rysunku 40.8? b) Czy któryś z nich, a jeżeli tak, to który nie nadaje się w ogóle?

11 Od jakich liczb kwantowych zależy energia elektronu w a) atomie wodoru i b) w atomie wanadu?

12 Czy poniższe właściwości są kluczowe dla pojawienia się akcji laserowej pomiędzy dwoma poziomami atomu? Które z nich są kluczowe? a) W stanie o wyższej energii znajduje się więcej atomów niż w stanie o energii niższej. b) Wyż-szy poziom energetyczny jest metatrwały. c) Niższy poziom energetyczny to poziom stanu podstawowego tego atomu. e), Aktywnym ośrodkiem lasera jest gaz.

13 Na rysunku 40.21 pokazano częściowy diagram poziomów energetycznych atomów helu i neonu, istotnych z punktu widzenia działania lasera helowo-neonowego. Powiedziano też, że atom helu znajdujący się w stanie o energii E_3 może się zderzyć z atomem neonu w stanie podstawowym i przenieść ten atom do stanu wzbudzonego E_2 . Energia stanu E_3 atomu helu (20,61 eV) jest bliska, ale nie jest dokładnie równa energii stanu E_2 atomu neonu (20,66 eV). W jaki sposób przekazanie energii jest możliwe, choć te energie nie są *dokładnie* równe?

14 Na rysunku 40.13 pokazane jest widmo promieniowania rentgenowskiego zmierzone, gdy elektrony o energii 35,0 keV padały na tarczę wykonaną z molibdenu (Z = 42). Wyobraź sobie, że tarczę w tym doświadczeniu wykonano ze srebra (Z = 47), a nie z molibdenu. Czy a) λ_{\min} , b) długość fali linii K_{α} , c) długość fali linii K_{β} wzrosną, zmaleją, nie zmienią się?

Zadania

Zadania z rozwiązaniami interaktywnymi, udostępnianymi studentom według uznania wykładowcy, znajdują się na stronach *WileyPLUS* (https://www.wileyplus.com/WileyCDA/) oraz WebAssign (http://www.webassign.net/index.html)

• _ • • • Liczba kropek określa stopień trudności zadania

ssm Szczegółowe rozwiązanie jest dostępne w Student Solutions Manual

www Szczegółowe rozwiązanie znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday

ilw Rozwiązanie interaktywne znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday

Więcej informacji znajdziesz w książce The Flying Circus of Physics i na stronie http://flyingcircusofphysics.com

Podrozdział 40.1 Własności atomów

•1 Elektron w atomie wodoru znajduje się w stanie o l = 5. Ile wynosi najmniejsza możliwa wartość kąta półklasycznego pomiędzy wektorem \vec{L} a jego składową L_z wzdłuż wyróżnionej osi z?

•2 Ile stanów elektronowych wchodzi w skład powłoki zdefiniowanej przez wartość głównej liczby kwantowej n = 5?

•3 a) Oblicz wartość orbitalnego momentu pędu dla stanu o l = 3. b) Oblicz wartość największego rzutu tego momentu pędu na wyróżnioną oś *z*.

•4 Ile stanów elektronowych wchodzi w skład następujących powłok o: a) n = 4, b) n = 1, c) n = 3, d) n = 2?

•5 a) Ile wartości *l* jest dozwolonych dla stanów o n = 3?
b) Ile wartości m_l jest dozwolonych dla stanów o l = 1?

•6 Ile stanów elektronowych wchodzi w skład następujących podpowłok o: a) n = 4, l = 3; b) n = 3, l = 1; c) n = 4, l = 1; d) n = 2, l = 0?

•7 Elektron w atomie wieloelektronowym jest w stanie o $m_l = +4$. Ile wynosi dla tego elektronu: a) wartość *l*, b) najmniejsza możliwa wartość *n* oraz c) liczba możliwych wartości m_l ?

•8 Na powłoce o orbitalnej liczbie kwantowej l = 3, a) ile wynosi największa (najbardziej dodatnia) wartość m_l ? b) Ile stanów kwantowych może mieć tę samą, najwyższą wartość m_l ? c) Jaka jest całkowita liczba stanów na tej powłoce?

••9 ssm www Elektron znajduje się w stanie o orbitalnej liczbie kwantowej l = 3. a) Jaką wielokrotność \hbar stanowi długość wektora \vec{L} ? b) Jaką wielokrotnością μ_B jest długość wektora $\vec{\mu}$? c) Jaka jest największa możliwa wartość liczby kwantowej m_l ? d) Jaką wielokrotnością \hbar jest wartość L_z odpowiadająca poprzedniemu punktowi? e) Jaką wielokrotnością μ_B jest wartość $\mu_{\text{orb},z}$ dla sytuacji w punkcie c)? f) Ile wynosi kąt półklasyczny θ pomiędzy kierunkami składowej L_z i wektora \vec{L} ? Jaka jest wartość kąta θ dla: g) przedostatniej z możliwych wartości m_l od strony wartości największych? h) najmniejszej (czyli najbardziej ujemnej) z możliwych wartości m_l ? ••10 Elektron znajduje się w stanie o n = 3. Podaj: a) liczbę możliwych wartości l, b) liczbę możliwych wartości m_l , c) liczbę możliwych wartości m_s , d) liczbę stanów wchodzących w skład powłoki o n = 3 i e) liczbę podpowłok wchodzących w skład powłoki o n = 3.

••11 ssm Pokaż, że jeśli mierzymy rzut orbitalnego momentu pędu \vec{L} wzdłuż powiedzmy osi *z*, aby uzyskać wartość L_z , to o pozostałych składowych momentu pędu można co najwyżej powiedzieć, iż

$$(L_x^2 + L_y^2)^{1/2} = [l(l+1) - m_l^2]^{1/2}\hbar.$$

•••12 \bigcirc Unoszącą się swobodnie jednorodną kulę o promieniu R = 2,00 mm i wykonaną z żelaza wstawiono w pole magnetyczne. Początkowo wypadkowy moment magnetyczny tej kuli wynosił zero, jednak pole magnetyczne uszeregowało 12% momentów magnetycznych atomów (czyli 12% momentów magnetycznych luźno związanych elektronów należących do kuli, przy czym jeden elektron przypada na jeden atom). Moment magnetyczny uszeregowanych elektronów tworzy wewnętrzny moment magnetyczny kuli $\vec{\mu}_s$. Z jaką predkościa katowa ω obraca sie ta kula?

Podrozdział 40.2 Doświadczenie Sterna–Gerlacha

•13 ssm Ile wynosi przyspieszenie atomu srebra w momencie, gdy przechodzi przez magnes odchylający w doświadczeniu Sterna–Gerlacha, pokazanym na rysunku 40.8, jeżeli gradient pola magnetycznego wynosi 1,4 T/mm?

•14 Załóżmy, że atom wodoru w stanie podstawowym dostaje się w obszar pola magnetycznego o długości 80 cm, które jest skierowane prostopadle do kierunku jego ruchu i którego gradient wynosi $dB/dz = 1.6 \cdot 10^2$ T/m. a) Znajdź siłę, jaką gradient pola magnetycznego będzie oddziaływać na ten atom ze względu na moment magnetyczny jego elektronu. Przyjmujemy, że ten moment magnetyczny równy jest 1 magnetonowi Bohra. b) Ile wynosi przesunięcie atomu w kierunku pionowym, jeśli w kierunku poziomym przebył on w polu magnetycznym 80 cm, a jego początkowa prędkość była równa $1.2 \cdot 10^5$ m/s?

•15 Oblicz a) mniejszą i b) większą z wartości kąta półklasycznego pomiędzy wektorem spinowego momentu pędu elektronu a polem magnetycznym w doświadczeniu Sterna– Gerlacha. Uwzględnij fakt, że orbitalny moment pędu elektronu walencyjnego w atomie srebra wynosi zero.

•16 Załóżmy, że pole magnetyczne \vec{B} w doświadczeniu Sterna–Gerlacha, opisanym dla obojętnych atomów srebra, ma wartość 0,50 T. a) Ile wynosi różnica energii atomów różniących się orientacjami momentu magnetycznego, tworzących dwie rozdzielone wiązki w tym doświadczeniu? b) Ile wynosi częstotliwość promieniowania, które spowodowałoby przejście pomiędzy tymi dwoma stanami? c) Ile wynosi długość fali tego promieniowania i d) do jakiego zakresu promieniowania elektromagnetycznego ono należy?

Podrozdział 40.3 Rezonans magnetyczny

•17 W doświadczeniu NMR źródło RF drga z częstotliwością 34 MHz. Rezonans magnetyczny atomów wodoru w badanej próbce zachodzi wtedy, gdy wartość indukcji pola zewnętrznego \vec{B}_{zew} wynosi 0,78 T. Załóż, że wektory indukcji \vec{B}_{zew} i \vec{B}_{wew} wskazują ten sam kierunek i przyjmij, że składowa μ_z momentu magnetycznego protonu wynosi 1,41 · 10^{-26} J/T. Wyznacz wartość \vec{B}_{wew} .

•18 Atom wodoru w swoim stanie podstawowym ma dwa możliwe poziomy leżące energetycznie blisko siebie. To rozdwojenie wynika z faktu, że elektron znajduje się w polu magnetycznym protonu (stanowiacego jadro atomowe) o indukcji B. Różnica w energiach jest związana z orientacją momentu magnetycznego elektronu $\vec{\mu}$ względem wektora \vec{B} , a o danym elektronie w tym polu mówi się, że ma "spin w górę" (stan o energii wyższej) lub "spin w dół" (stan o energii niższej). Jeśli elektron został wzbudzony do poziomu o wyższej energii, może wrócić do stanu podstawowego, dokonując odwrócenia spinu i emitując foton. Długość fali takiego fotonu wynosi 21 cm. (Ten proces zachodzi powszechnie w galaktyce Drogi Mlecznej i obserwacja przez teleskopy promieniowania o długości fali 21 cm pozwala określić położenie obszarów występowania wodoru między gwiazdami). Wyznacz efektywną wartość indukcji pola *B*, jaką wyczuwa elektron w stanie podstawowym atomu wodoru.

•19 Ile wynosi długość fali związana z fotonem, który spowoduje zmianę orientacji spinu elektronowego z równoległej na antyrównoległą do pola magnetycznego o indukcji 0,200 T? Przyjmij, że l = 0.

Podrozdział 40.4 Zakaz Pauliego a wiele elektronów w pułapce

•20 W prostokątnej, nieskończonej zagrodzie potencjału o wymiarach $L_x = L$ i $L_y = 2L$ uwięzionych jest siedem elektronów. Ile wynosi energia stanu podstawowego tego układu, wyrażona jako wielokrotność $h^2/8mL^2$? Przyjmij, że elektrony nie oddziałują ze sobą i nie zaniedbuj spinu.

•21 W jednowymiarowej nieskończonej studni potencjału o szerokości *L* uwięzionych jest siedem elektronów. Ile wynosi energia stanu podstawowego tego układu, wyrażona jako

wielokrotność $h^2/8mL^2$? Przyjmij, że elektrony nie oddziałują ze sobą i nie zaniedbuj spinu.

•22 Bysunek 40.23 przedstawia diagram poziomów energetycznych fikcyjnej, nieskończonej studni potencjału, zawierającej jeden elektron. Liczba stanów zdegenerowanych na poszczególnych poziomach jest oznaczona następująco: "niezdeg." oznacza niezdegenerowany (poziomem takim jest

również stan podstawowy elektronu), "podwójny" oznacza 2 stany, a "potrójny" — 3 stany. Umieszczamy w studni 11 elektronów. Zakładając, że siły elektrostatyczne pomiędzy elektronami są pomijalne, znajdź i wyraź jako wielokrotność $h^2/8mL^2$ energię pierwszego stanu wzbudzonego układu 11 elektronów.



••23 Som W sześciennym pudle o wymiarach $L_x = L_y = L_z = L$ znajduje się osiem elektronów. Ile wynosi energia stanu podstawowego układu tych ośmiu elektronów wyrażona jako wielokrotność $h^2/8mL^2$? Przyjmij, że elektrony nie oddziałują ze sobą i nie zaniedbuj spinu.

••24 • W sytuacji przedstawionej w zadaniu 20 oblicz wyrażone jako wielokrotności $h^2/8mL^2$ energie: a) pierwszego stanu wzbudzonego, b) drugiego stanu wzbudzonego i c) trzeciego stanu wzbudzonego tego układu siedmiu elektronów. d) Narysuj diagram poziomów energetycznych dla czterech najniższych poziomów energetycznych.

••25 \bigcirc W sytuacji przedstawionej w zadaniu 21 oblicz wyrażone jako wielokrotności $h^2/8mL^2$ energie: a) pierwszego stanu wzbudzonego, b) drugiego stanu wzbudzonego i c) trzeciego stanu wzbudzonego tego układu siedmiu elektronów. d) Narysuj diagram poziomów energetycznych dla czterech najniższych poziomów tego układu.

•••26 • W sytuacji przedstawionej w zadaniu 23 oblicz wyrażone jako wielokrotności $h^2/8mL^2$ energie: a) pierwszego stanu wzbudzonego, b) drugiego stanu wzbudzonego i c) trzeciego stanu wzbudzonego tego układu ośmiu elektronów. d) Narysuj diagram poziomów energetycznych dla czterech najniższych poziomów tego układu.

Podrozdział 40.5 Budowa układu okresowego

•27 ssm www Zestawy liczb kwantowych (n, l, m_l, m_s) dla dwóch z trzech elektronów w atomie litu wynoszą: (1,0,0, $+\frac{1}{2}$) i (1,0,0, $-\frac{1}{2}$). Jakie liczby kwantowe może przyjąć trzeci elektron, jeśli atom ma być: a) w stanie podstawowym, b) w pierwszym stanie wzbudzonym?

•28 Pokaż, że liczba stanów o tej samej liczbie kwantowej n równa jest $2n^2$.

•29 Dednym z pierwiastków, którym ostatnio nadano nazwę, jest darmsztadt (Ds, darmstadtium). Jego atom ma 110 elektronów. Załóż, że możesz umieścić 110 elektronów na powłokach atomowych, zaniedbując wszelkie oddziaływania pomiędzy elektronami. Dla atomu w stanie podstawowym podaj notację spektroskopową liczby kwantowej *l* dla elektronu na najwyższym energetycznie poziomie.

•30 W przypadku atomu helu w stanie podstawowym podaj zestaw liczb kwantowych $(n, l, m_l \text{ i } m_s)$ dla elektronu a) w stanie "spin w górę" i b) w stanie "spin w dół".

•31 Rozważ następujące pierwiastki: selen (Z = 34), brom (Z = 35) i krypton (Z = 36). W części układu okresowego, w której się znajdują te pierwiastki, podpowłoki stanów elektronowych zapełniane są w następującej kolejności:

1s 2s 2p 3s 3p 3d 4s 4p

Podaj: a) najwyższą obsadzoną podpowłokę w atomie selenu i b) liczbę elektronów na niej, c) najwyższą obsadzoną podpowłokę w atomie bromu i d) liczbę elektronów na niej, e) najwyższą obsadzoną podpowłokę w atomie kryptonu i f) liczbę elektronów na niej.

•32 Przypuśćmy, że dwa elektrony w atomie mają liczby kwantowe n = 2 i l = 1. a) Ile jest stanów, w których może się znajdować ta para elektronów? (Pamiętaj, że elektrony są nierozróżnialne). b) Gdyby zakaz Pauliego nie obowiązywał elektronów, ile byłoby możliwych stanów dla tej pary?

Podrozdział 40.6 Promieniowanie rentgenowskie i uszeregowanie pierwiastków

 33 Ile powinna wynosić minimalna różnica potencjałów przyspieszająca elektron w lampie rentgenowskiej, aby móc wytworzyć promieniowanie rentegenowskie o długości fali 0,100 nm?

••34 Długość fali linii K_{α} żelaza wynosi 193 pm. Ile wynosi różnica energii pomiędzy dwoma stanami atomu żelaza, między którymi zachodzi to przejście?

••35 ssm www Promieniowanie rentgenowskie, którego widmo pokazano na rysunku 40.13, powstaje w wyniku bombardowania tarczy z molibdenu (Z = 42) elektronami o energii 35,0 keV. Jakie byłyby wartości: a) λ_{\min} , b) długości fali linii K_{α} i c) długości fali linii K_{β} , jeśli elektronami o takiej samej energii byłaby bombardowana tarcza ze srebra (Z = 47)? Energie poziomów K, L i M dla srebra (por. rys. 40.15) wynoszą odpowiednio 25,51 keV; 3,56 keV i 0,53 keV.

••36 W wyniku bombardowania elektronami tarczy z molibdenu powstaje zarówno ciągłe, jak i charakterystyczne widmo rentgenowskie, jak pokazano na rysunku 40.13. Energia kinetyczna padających elektronów na tym rysunku wynosi 35,0 keV. Jeśli potencjał przyspieszający elektrony zwiększy się do 50,0 keV, to a) jaka będzie wartość λ_{\min} i b) czy długości fali linii K_{α} oraz K_{β} zwiększą się, zmaleją, czy pozostaną takie same? ••37 Pokaż, że poruszający się elektron nie może spontanicznie wyemitować fotonu promieniowania rentgenowskiego. Musi być przy tym obecne trzecie ciało (atom lub jądro). Dlaczego jest ono potrzebne? (*Wskazówka*: Sprawdź zasadę zachowania energii i pędu).

••38 Poniżej wypisano długości fali linii K_{α} dla kilku pierwiastków:

Pierwiastek	λ [pm]	Pierwiastek	λ [pm]
Ti	275	Co	179
V	250	Ni	166
Cr	229	Cu	154
Mn	210	Zn	143
Fe	193	Ga	134

Wykonaj wykres Moseleya (jak na rysunku 40.16), korzystając z tych danych, i sprawdź, czy jego nachylenie zgadza się z wartością C podaną w podrozdziale 40.6.

••39 ssm Oblicz stosunek długości fali linii K_{α} dla niobu (Nb) i dla galu (Ga). Potrzebne dane znajdź w układzie okresowym (dodatek G).

••40 a) W dwóch atomach o liczbach atomowych Z i Z' zaszły przejścia K_{α} . Korzystając z równania 40.26, znajdź stosunek energii fotonów z obu tych przejść. b) Ile wynosiłby ten stosunek dla atomów uranu i glinu? c) Jaka byłaby jego wartość dla atomów uranu i litu?

••41 Energie wiązania elektronów na powłokach K i L w atomie miedzi wynoszą odpowiednio 8,979 keV i 0,951 keV. Promieniowanie rentgenowskie linii K_{α} atomu miedzi padające na kryształ chlorku sodu daje refleks braggowski pierwszego rzędu pod kątem 74,1° względem równoległych płaszczyzn atomów sodu. Ile wynosi odległość pomiędzy tymi płaszczyznami?

••42 Korzystając z rysunku 40.13, znajdź przybliżoną różnicę energii $E_{\rm L} - E_{\rm M}$ dla molibdenu. Porównaj ją z wartością, jaką można uzyskać z rysunku 40.15.

••43 Tarcza wykonana z wolframu (Z = 74) bombardowana jest przez elektrony w lampie rentgenowskiej. Energie poziomów K, L i M wolframu (patrz rys. 40.15) równe są odpowiednio: 69,5 keV, 11,3 keV i 2,30 keV. a) Ile wynosi minimalna wartość potencjału przyspieszającego, która pozwoli na wytworzenie charakterystycznych linii K_{α} i K_{β} wolframu? b) Oblicz wartość λ_{\min} dla tego potencjału. c) Oblicz długość fali linii K_{α} oraz d) linii K_{β} .

••44 Elektron o energii 20 keV zatrzymuje się w wyniku dwóch kolejnych zderzeń z jądrami tarczy, tak jak to pokazano na rysunku 40.14 (załóż, że jądra pozostają w spoczynku). Długość fali związana z fotonem wyemitowanym w drugim zderzeniu jest o 130 pm większa niż długość fali związana z pierwszym fotonem. a) Ile wynosi energia kinetyczna elektronu po pierwszym zderzeniu. Ile wynoszą b) długość fali λ_1 i c) energia E_1 związana z pierwszym fotonem? Ile wynoszą d) długość fali λ_2 i e) energia E_2 związana z drugim fotonem?

••45 Promieniowanie rentgenowskie produkowane jest w lampie przez elektrony przyspieszane przez różnicę potencjałów równą 50,0 kV. Niech E_{k0} będzie energią kinetyczną elektronu na końcu procesu przyspieszania. Elektron zderza się z jądrem tarczy (załóż, że jest ono stacjonarne), a po zderzeniu jego energia wynosi $E_{k1} = 0,500E_{k0}$. a) Ile wynosi długość fali związana z fotonem wyemitowanym w wyniku zderzenia? Następnie elektron zderza się kolejnym jądrem tarczy (załóż, że ono też jest stacjonarne). Po zderzeniu energia elektronu wynosi $E_{k2} = 0,500E_{k1}$. b) Ile wynosi długość fali związana z fotonem wyemitowanym w wyniku drugiego zderzenia?

•••46 Wyznacz stałą *C* z równania (40.27) z dokładnością do pięciu cyfr znaczących, wyrażając ją przez stałe podstawowe z równania (40.24), a następnie używając wartości liczbowych tych stałych z dodatku B. W poniższej tabeli zestawione są wartości doświadczalne energii E_{exp} fotonów K_{α} (w jednostkach eV) dla pierwiastków o małych masach. Korzystając z wyznaczonej wcześniej stałej *C*, wyznacz wartości teoretyczne E_{teoria} energii fotonów linii K_{α} dla pierwiastków z tej tabeli. Odchylenie w procentach pomiędzy E_{teoria} a E_{exp} można wyrazić wzorem

odchylenie w procentach =
$$\frac{E_{\text{teoria}} - E_{\text{exp}}}{E_{\text{exp}}} \cdot 100.$$

Ile to odchylenie wynosi dla pierwiastków: a) Li, b) Be, c) B, d) C, e) N, f) O, g) F, h) Ne, i) Na oraz j) Mg?

Li	54,3	0	524,9
Be	108,5	F	676,8
В	183,3	Ne	848,6
С	277	Na	1041
Ν	392,4	Mg	1254

(W rzeczywistości, ze względu na rozszczepienie poziomu energetycznego L, jest więcej niż jedna linia K_{α} , jednak dla wymienionych pierwiastków rozszczepienie to jest bardzo małe).

Podrozdział 40.7 Lasery

•47 Aktywna objętość lasera półprzewodnikowego zbudowanego z GaAlAs wynosi zaledwie 200 μ m³ (jest mniejsza niż ziarenko piasku), a mimo to taki laser może w sposób ciągły dostarczać światło o długości fali 0, 80 μ m i mocy 5,0 mW. Z jaką szybkością taki laser generuje fotony?

•48 Wiązka lasera o dużej mocy ($\lambda = 600$ nm) o średnicy wiązki 12 cm kierowana jest na Księżyc odległy o 3,8 ·

10⁵ km. Rozbieżność tej wiązki jest wyłącznie wynikiem dyfrakcji. Rozmiar kątowy centralnego krążka dyfrakcyjnego (patrz równanie (36.12)) dany jest równaniem

$$\sin\theta = \frac{1,22\lambda}{d},$$

gdzie *d* jest średnicą tej wiązki. Jaka jest średnica centralnego krążka dyfrakcyjnego na powierzchni Księżyca?

•49 Przypuśćmy, że dostępne byłyby lasery, dla których długości fali można by precyzyjnie "stroić" w zakresie widzialnym, a więc od 450 nm do 650 nm. Ile kanałów telewizyjnych można by zmieścić w tym zakresie długości fali, gdyby każdy kanał zajmował pasmo o szerokości 10 MHz?

•50 Hipotetyczny atom ma tylko dwa atomowe poziomy energetyczne, odległe o 3,2 eV. Przypuśćmy, że na pewnej wysokości w atmosferze gwiazdy znajduje się $6,1 \cdot 10^{13}$ cm⁻³ tych atomów w wyższym stanie energetycznym i $2,5 \cdot 10^{15}$ cm⁻³ atomów w niższym stanie energetycznym. Jaka jest temperatura atmosfery tej gwiazdy na tej wysokości?

•51 ssm Hipotetyczny pierwiastek ma poziomy energetyczne odległe o 1,2 eV. Jaki jest stosunek liczby atomów w trzynastym stanie wzbudzonym do liczby atomów w jedenastym stanie wzbudzonym tego pierwiastka w temperaturze 2000 K?

•52 ^{CD} Urządzenie laserowe wysyła fotony o długości fali 424 nm w pojedynczym impulsie trwającym 0,500 μs. Moc tego impulsu wynosi 2,80 MW. Zakładając, że w atomach biorących udział w wysłaniu tego impulsu emisja wymuszona zaszła tylko raz w 0,500 μs, wyznacz liczbę atomów tworzących impuls.

•53 Laser helowo-neonowy emituje światło laserowe o długości fali 632,8 nm i mocy 2,3 mW. Z jaką szybkością urządzenie to emituje fotony?

•54 Dzięki odwróceniu obsadzeń między stanem podstawowym a stanem wzbudzonym, pewien laser gazowy może emitować kwanty światła o długości fali 550 nm. Ile moli neonu potrzeba, by poprzez zderzenia termiczne umieścić 10 atomów w stanie wzbudzonym, w temperaturze pokojowej?

•55 Laser impulsowy emituje światło o długości fali 694,4 nm. Czas trwania impulsu wynosi 12 ps, energia zaś przypadająca na impuls równa jest 0,150 J. a) Ile wynosi długość tego impulsu? b) Ile fotonów emitowanych jest w każdym impulsie?

•56 Często opisuje się odwrócenie obsadzeń dla dwóch poziomów energetycznych, nadając układowi ujemną temperaturę. Jaka ujemna temperatura opisałaby układ, w którym obsadzenie wyższego poziomu energetycznego przewyższa obsadzenie poziomu niższego o 10%, a różnica energii pomiędzy tymi dwoma poziomami równa jest 2,26 eV? ••57 Hipotetyczny atom ma dwa poziomy energetyczne. Długość fali światła odpowiadająca optycznemu przejściu pomiędzy tymi poziomami równa jest 580 nm. W temperaturze 300 K, w pewnej konkretnej próbce, $4,0 \cdot 10^{20}$ takich atomów znajduje się w stanie o niższej energii. a) Ile atomów znajduje się w stanie o wyższej energii, jeśli założymy, że spełnione są warunki równowagi termodynamicznej? b) Przypuśćmy, że za pomocą pewnego procesu zewnętrznego $3,0 \cdot 10^{20}$ atomów "przepompowano" do stanu o wyższej energii, pozostawiając w niższym stanie energetycznym $1,0 \cdot 10^{20}$ atomów. Jaką maksymalną energię mogą wyzwolić te atomy w pojedynczym impulsie laserowym, jeśli każdy atom przechodzi tylko raz pomiędzy tymi dwoma stanami (albo na skutek absorpcji, albo w wyniku emisji wymuszonej)?

••58 Odległe o 8,0 cm zwierciadła w laserze z rysunku 40.20 tworzą optyczną wnękę rezonansową, w której mogą powstać fale stojące światła laserowego. Dla każdej fali stojącej na długości 8,0 cm znajduje się całkowita liczba *n* połówek długości fali. Liczba *n* jest duża, a fale różnią się nieco długościami. O ile różnią się długości fali tych fal stojących w okolicach $\lambda = 533$ nm?

••59 Provide Alexandro emisje wymuszonej z atomów utypu *B*?



••60 Wiązka lasera argonowego (o długości fali 515 nm) emitującego w sposób ciągły 5,00 W mocy ma średnicę drówną 3,00 mm. Wiązka ta została zogniskowana za pomocą soczewki o ogniskowej f = 3,50 cm. W efekcie powstał obraz dyfrakcyjny, taki jak na rysunku 36.10, którego centralny krążek ma średnicę

$$R = \frac{1,22f\lambda}{d}$$

(patrz równanie (36.12) oraz rysunek 36.14). Można pokazać, że ten centralny krążek zawiera 84% padającej mocy. a) Ile wynosi średnica tego centralnego krążka? b) Ile wynosi średnie natężenie (moc przypadająca na jednostkę powierzchni) padającej wiązki? c) Ile wynosi średnie natężenie w centralnym krążku?

••61 Aktywny ośrodek pewnego lasera, w którym generowane jest światło laserowe o długości fali 694 nm, ma 6,00 cm długości i 1,00 cm średnicy. a) Potraktuj ten ośrodek jak optyczną wnękę rezonansową podobną do zamkniętej piszczałki organów. Ile węzłów fali stojącej znajduje się wzdłuż osi lasera? b) O jaką wartość Δv musiałaby się zmienić częstotliwość tej fali, aby zwiększyć tę wartość o jeden? c) Pokaż, że Δv jest dokładnie równe odwrotności czasu przelotu światła laserowego wzdłuż osi lasera i z powrotem. d) Ile wynosi odpowiednie względne przesunięcie częstotliwości $\Delta v/v$? Współczynnik załamania aktywnego ośrodka lasera (kryształu rubinu) wynosi 1,75.

••62 Twisting emituje światło laserowe o częstotliwości 694 nm. Pewien kryształ rubinu składa się z $4,00 \cdot 10^{19}$ jonów Cr (w tych atomach zachodzi akcja laserowa). Emisję światła laserowego wywołuje przejście pomiędzy pierwszym stanem wzbudzonym a stanem podstawowym. Światło jest emitowane w formie impulsu trwającego 2,00 µs. W chwili początkowej impulsu 60,0% jonów Cr znajduje się w pierwszym stanie wzbudzonym, a pozostałe jony zajmują stan podstawowy. Oblicz średnią moc emitowaną w trakcie impulsu. (*Wskazówka:* nie zlekceważ jonów w stanie podstawowy).

Zadania dodatkowe

63 Pysunek 40.25 przedstawia diagram poziomów energetycznych fikcyjnej trójwymiarowej nieskończonej studni potencjału, w której umieszczony jest jeden elektron. Liczba stanów zdegenerowanych na poszczególnych poziomach jest oznaczona następująco: "niezdeg." oznacza poziom niezdegenerowany (poziomem takim jest



również stan podstawowy elektronu), a "potrójny" — 3 stany na jednym poziomie. Jeśli umieścimy w tej studni 22 elektrony, to ile wynosi wyrażona jako wielokrotność $h^2/8mL^2$ energia stanu podstawowego układu 22 elektronów? Załóż, że siły elektrostatyczne pomiędzy elektronami są pomijalnie małe. **64** *Marsjański laser* CO₂. W części atmosfery Marsa, do której dociera światło słoneczne, na wysokości około 75 km, w cząsteczkach dwutlenku węgla samorzutnie zachodzi akcja laserowa. Poziomy energetyczne biorące w niej udział przedstawione są na rysunku 40.26. Odwrócenie obsadzeń

zachodzi pomiędzy poziomami E_2 i E_1 . a) Jaka długość fali światła słonecznego pobudza te cząsteczki do akcji laserowej? b) Światło o jakiej długości fali emitowane jest w wyniku tej akcji? c) Do jakiego zakresu promieniowania elektromagnetycznego należy światło wzbudzające i emitowane przez taki laser?

65 Wzbudzone atomy sodu emitują dwie blisko położone linie widmowe zwane *dubletem sodowym* (patrz rysunek 40.27) o długościach fali 588,995 nm i 589,592 nm. a) Ile wynosi różnica energii pomiędzy dwoma wyższymi poziomami energetycznymi (n = 3, l = 1)? b) Różnica ta pojawia się, gdyż spinowy moment magnetyczny elektronu może być skiero-



wany albo równolegle, albo antyrównolegle do wewnętrznego pola magnetycznego związanego z orbitalnym ruchem elektronu. Wykorzystaj wynik z punktu (a) do obliczenia indukcji tego wewnętrznego pola magnetycznego.

66 *Emisja wymuszona w kometach.* Kiedy kometa zbliża się do Słońca, wówczas w wyniku podwyższenia temperatury wyparowuje woda z lodu zamarzniętego na powierzchni jej jądra. W wyniku tego dookoła jądra komety powstaje cienka atmosfera pary wodnej. Światło słoneczne jest w stanie spowodować dysocjację cząsteczek H₂O w parze wodnej na atomy H i cząsteczki OH. Następnie światło może wzbudzić cząsteczki OH do wyższych stanów energetycznych.

Kiedy kometa jest jeszcze stosunkowo daleko od Słońca, światło słoneczne powoduje jednakowe wzbudzenie na poziomy E_2 i E_1 (rys. 40.28a). Tak więc nie ma między tymi poziomami inwersji obsadzeń. Jednak gdy kometa zbliży się do Słońca, wzbudzenie na poziom E_1 zmniejsza się i pojawia się inwersja obsadzeń. Ma to związek z brakiem w widmie słonecznym pewnych długości fali — *linii Fraunhofera* — które są pochłaniane przez atmosferę słoneczną.

Kiedy kometa zbliża się do Słońca, w wyniku zjawiska Dopplera związanego z jej ruchem względem Słońca zmienia się rejestrowana przez kometę długość fali linii Fraunhofera. W efekcie jedna z tych linii odpowiada długości fali światła potrzebnego do wzbudzenia cząsteczki OH na poziom energetyczny E_1 . Pojawia się wtedy inwersja obsadzeń stanów energetycznych tych cząsteczek i wymuszona emisja światła (rys. 40.28b). Na przykład kometa Kohoutka, która zbliżała się do Słońca w grudniu 1973 r. i w styczniu 1974 r., emitowała w taki sposób w połowie stycznia promieniowanie o częstotliwości 1666 MHz. a) Ile wynosi różnica energii $E_2 - E_1$ dla tego promieniowania? b) W jakim obszarze widma znajduje się to promieniowanie?



67 Pokaż, że granica krótkofalowa (wyrażona w pikometrach) ciągłego widma promieniowania rentgenowskiego emitowanego z dowolnej tarczy wynosi $\lambda_{\min} = 1240/V$, gdzie V jest różnicą potencjałów (wyrażoną w kilowoltach) przyspieszającą elektrony przed uderzeniem w tarczę.

68 Mierząc czas przelotu impulsu laserowego z ziemskiego obserwatorium do zwierciadła na Księżycu i z powrotem, można obliczyć odległość między tymi dwoma ciałami niebieskimi. a) Ile wynosi przewidywany czas tego przelotu? b) Odległość można zmierzyć z dokładnością około 15 cm; jakiej to odpowiada niepewności czasu przelotu? c) Jaka jest kątowa rozbieżność wiązki lasera, jeśli tworzy ona na Księżycu ślad o średnicy 3 km?

69 ssm Czy nadlatująca rakieta międzykontynentalna może zostać zniszczona za pomocą wiązki laserowej o dużej mocy? Wiązka o gęstości mocy 10^8 W/m² prawdopodobnie zapaliłaby i zniszczyła taką nie obracającą się rakietę w ciągu 1 s. a) Czy wiązka lasera, o mocy 5,0 MW (w istocie bardzo potężnego), średnicy 4,0 m i długości fali 3,0 µm, byłaby w stanie zestrzelić rakietę odległą o 3000 km? b) Ile mogłaby wynosić maksymalnie długość fali emitowanego światła (gdyby można było ją zmieniać), aby osiągnąć ten sam efekt? Skorzystaj ze wzoru (36.12) na centralne maksimum dyfrakcyjne (sin $\theta = 1,22\lambda/d$).

70 W wyniku bombardowania molibdenu (Z = 42) elektronami o energii 35,0 keV powstaje widmo promieniowania rentgenowskiego pokazane na rysunku 40.13. Długości fali linii K_{β} i K_{α} wynoszą odpowiednio 63,0 pm i 71,0 pm. Ile wynoszą energie fotonów odpowiadających przejściu a) K_{α} , b) K_{β} ? W tabeli poniżej zestawionych jest kilka substancji,

przez które można przefiltrować światło pochodzące z tych dwóch linii. Poszukujemy substancji, która zaabsorbuje linię K_{β} znacznie silniej niż linię K_{α} . Dana substancja będzie absorbować promieniowanie x_1 silniej od promieniowania x_2 wtedy, gdy foton x_1 ma energię wystarczającą do wybicia elektronu z powłoki K atomu substancji, zaś foton x_2 ma energię zbyt małą. W tabeli zestawione są energie jonizacji elektronów na powłoce K w molibdenie i czterech sąsiednich pierwiastkach. Która z wymienionych substancji a) spełnia wymagania najlepiej, b) a która jest na drugim miejscu?

	Zr	Nb	Мо	Tc	Ru
Z	40	41	42	43	44
E _k [keV]	18,00	18,99	20,00	21,04	22,12

71 Orbitalna liczba kwantowa elektronu w atomie wieloelektronowym równa jest l = 3. Podaj dozwolone liczby kwantowe n, m_l i m_s dla tego elektronu.

72 Pokaż, że jeśli 63 elektrony w atomie europu umieszczonoby na powłokach zgodnie z "logiczną" sekwencją liczb kwantowych, to pierwiastek ten miałby właściwości chemiczne podobne do właściwości sodu.

73 ssm Lasery można wykorzystywać do generacji krótkich impulsów światła o czasie trwania nawet 10 fs. a) Ile długości fali światła ($\lambda = 500$ nm) składa się na taki impuls? b) W poniższej proporcji

$$\frac{10 \text{ fs}}{1 \text{ s}} = \frac{1 \text{ s}}{X}.$$

wyznacz niewiadomą X i podaj jej wartość w latach.

74 Pokaż, że $\hbar = 1,06 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 6,59 \cdot 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}.$

75 Przypuśćmy, że elektron nie miałby spinu, ale zakaz Pauliego nadal by obowiązywał. Czy któryś z aktualnych gazów szlachetnych pozostałby nadal gazem szlachetnym? Jeśli tak, to który?

76 (Zasada odpowiedniości) Oszacuj a) liczbę kwantową *l* dla orbitalnego ruchu Ziemi wokół Słońca i b) liczbę dozwolonych orientacji płaszczyzny orbity ziemskiej. c) Oblicz θ_{\min} — połowę kąta tworzącego stożka zataczanego przez oś normalną do płaszczyzny ziemskiej orbity w trakcie jej ruchu dookoła Słońca.

77 Wyznacz stałą Plancka *h*, wiedząc, że granica krótkofalowa promieniowania rentgenowskiego powstającego podczas bombardowania tarczy elektronami o energii 40,0 keV wynosi 31,1 pm.

78 Rozważ atom z dwoma stanami A i B o bliskich sobie energiach. Gdy atom wraca do stanu podstawowego ze stanu A lub B, emituje foton o długości fali odpowiednio 500 nm lub 510 nm. Ile wynosi różnica energii tych stanów?

79 W 1911 roku Ernest Rutherford przedstawił model atomu jako punktowego ładunku dodatniego Ze, otoczonego przez ładunek -Ze rozłożony równomiernie w kuli o promieniu R i środku w ładunku dodatnim. Na odległości r od środka potencjał elektryczny opisuje wzór:

$$V = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{r^2}{2R^3} \right).$$

a) Wyznacz na podstawie tego wzoru wartość natężenia pola elektrycznego dla r pomiędzy 0 a R. Ile wynosi b) natężenie pola elektrycznego i c) potencjał dla $r \ge R$?

R O Z D Z I A Ł 41

Przewodnictwo elektryczne ciał stałych

41.1. WŁAŚCIWOŚCI ELEKTRYCZNE METALI

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 41.01 wskazać trzy podstawowe własności krystalicznych ciał stałych i naszkicować komórkę elementarną struktury krystalicznej;
- 41.02 rozróżniać między sobą izolatory, metale i półprzewodniki;
- 41.03 wyjaśnić za pomocą rysunku przejście od diagramu poziomów energetycznych dla pojedynczego atomu do diagramu pasm i przerw energetycznych dla układu wielu atomów;
- 41.04 narysować diagram pasm i przerw energetycznych w izolatorze, zaznaczając pasma wypełnione i puste i wyjaśniając, co uniemożliwia elektronom wytworzenie prądu elektrycznego;
- 41.05 narysować diagram pasm i przerw energetycznych w metalu i wyjaśnić, jaka własność – w odróżnieniu od izolatorów – umożliwia elektronom wytworzenie prądu elektrycznego;
- **41.06** wyjaśnić pojęcia poziomu Fermiego, energii Fermiego i prędkości Fermiego;
- **41.07** rozróżnić atomy jednowartościowe, dwuwartościowe i trójwartościowe;
- **41.08** dla materiału przewodzącego stosować związki pomiędzy koncentracją *n* elektronów przewodnictwa a gęstością materiału, jego objętością *V* i masą molową *M*;

Podstawowe fakty _

- Krystaliczne ciała stałe można zasadniczo podzielić na izolatory, metale i półprzewodniki.
- Skwantowane poziomy energetyczne w kryształach tworzą pasma przedzielone przerwami.
- W metalu pasmo o najwyższej energii spośród pasm obsadzonych przez elektrony jest wypełnione tylko częściowo, a najwyższy obsadzony poziom w temperaturze 0 K o energii

- **41.09** stwierdzić, że w częściowo zapełnionym paśmie w metalu zderzenia termiczne mogą spowodować przeskok niektórych elektronów przewodnictwa na wyższe poziomy energetyczne;
- **41.10** dla danego poziomu energetycznego w paśmie obliczyć gęstość stanów N(E) i zauważyć, że jest to gęstość na dwie jednostki naraz (na jednostkę objętości oraz energii);
- **41.11** wyznaczyć liczbę stanów na jednostkową objętość w przedziale ΔE wokół energii E w paśmie poprzez scałkowanie gęstości N(E) w tym przedziale lub, jeżeli ΔE jest małe w porównaniu do E, poprzez wyznaczenie iloczynu $N(E)\Delta E$;
- **41.12** dla danego poziomu energii obliczyć prawdopodobieństwo P(E) obsadzenia poziomu przez elektrony;
- **41.13** stwierdzić, że prawdopodobieństwo obsadzenia P(E) dla poziomu Fermiego wynosi 0,5;
- **41.14** obliczyć gęstość stanów obsadzonych $N_0(E)$ dla danego poziomu energetycznego;
- **41.15** obliczyć liczbę stanów dostępnych oraz obsadzonych dla danego zakresu poziomów energetycznych;
- **41.16** narysować wykresy gęstości stanów N(E), prawdopodobieństwa obsadzenia P(E) i gęstości stanów obsadzonych $N_{0}(E)$ jako funkcje wysokości w paśmie energetycznym;
- **41.17** stosować związek między energią Fermiego $E_{\rm F}$ i koncentracją elektronów przewodnictwa n.

 $E_{\rm F}$ nazywamy poziomem Fermiego.

 Elektrony w częściowo wypełnionym paśmie nazywamy elektronami przewodnictwa, a ich koncentracja (liczba na jednostkę objętości) wyraża się wzorem

$$n = \frac{\text{gęstość materiału}}{M/N_{\text{A}}},$$

gdzie M jest masą molową materiału, a $N_{\rm A}$ jest liczbą Avogadra.

• Koncentracja stanów o dozwolonych wartościach energii na jednostkę objętości i jednostkę energii wyraża się wzorem

$$N(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2}$$

gdzie m jest masą elektronu, a E energią w dżulach, dla której obliczana jest wartość N(E).

 Prawdopodobieństwo obsadzenia P(E) to prawdopodobieństwo, z którym dany stan dozwolony może zostać obsadzony przez elektron

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_{\rm F})/kT} + 1}$$

0 fizyce

Fundamentalną kwestią, tkwiącą u podstaw urządzeń elektrycznych wytworzonych z *ciał stałych* jest pytanie, jakie mechanizmy decydują, że dany materiał przewodzi prąd lub nie przewodzi prądu elektrycznego? Problem ten jest często słabo rozpoznany, a odpowiedzi złożone, głównie dlatego, że wymaga stosowania mechaniki kwantowej do ogromnej liczby cząstek i atomów zgrupowanych razem i oddziałujących ze sobą. Zacznijmy więc od podziału na materiały przewodzące i nieprzewodzące.

Właściwości elektryczne ciał stałych

W naszych rozważaniach będziemy się zajmować tylko **krystalicznymi ciałami stałymi**, a więc ciałami stałymi, których atomy uporządkowane są w okresowej trójwymiarowej strukturze zwanej **siecią**. Nie będziemy rozważać takich ciał stałych, jak drewno, tworzywa sztuczne, szkło i guma, w których atomy nie są ułożone w taki powtarzalny sposób. Na rysunku 41.1 pokazano podstawowe, powtarzające się **komórki elementarne** struktury krystalicznej miedzi, która będzie naszym modelowym metalem, oraz krzemu i diamentu (węgla), które będą odpowiednio naszym modelowym półprzewodnikiem i izolatorem.

Ciała stałe można klasyfikować zgodnie z trzema podstawowymi właściwościami elektrycznymi. Są nimi:

1. Opór elektryczny właściwy ρ w temperaturze pokojowej. Jego jednostką w układzie SI jest $\Omega \cdot m$. Opór właściwy został zdefiniowany w podrozdziale 26.3.

Rys. 41.1. a) Komórka elementarna struktury krystalicznej miedzi jest sześcianem. W każdym wierzchołku tego sześcianu (atom ciemniejszy) i w środku każdej z jego ścian (atom jaśniejszy) znajduje się jeden atom miedzi. Taka struktura krystaliczna nazywana jest siecią regularną powierzchniowo centrowaną (fcc — ang. face centered cubic). b) Komórka elementarna, zarówno krzemu, jak i diamentu, jest także sześcianem, a sieć taką nazywa się *strukturą diamentu*. Jeden atom znajduje się w każdym wierzchołku tego sześcianu (atom najciemniejszy) i w środku każdej z jego ścian (atom najjaśniejszy). Ponadto cztery atomy (o pośrednim kolorze) znajdują się wewnątrz sześcianu. Każdy atom wiąże się ze swoimi czterema najbliższymi sąsiadami czterema dwuelektronowymi wiązaniami kowalencyjnymi (jedynie dla czterech wewnętrznych atomów pokazano na rysunku wszystkich *najbliższych* sąsiadów)





• Gęstość stanów obsadzonych $N_0(E)$ jest iloczynem funkcji gęstości stanów i funkcji prawdopodobieństwa obsadzenia:

$$N_{0}(E) = N(E)P(E).$$

• Energię Fermiego $E_{\rm F}$ dla metalu można wyznaczyć, całkując $N_{\rm O}(E)$ w temperaturze T = 0 K (zera absolutnego) od E = 0 do $E = E_{\rm F}$. Wynik wyraża się wzorem

$$E_{\rm F} = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0.121h^2}{m} n^{2/3}.$$

- 2. Temperaturowy współczynnik oporu α zdefiniowany równaniem (26.17) jako $\alpha = (1/\rho)(d\rho/dT)$. Jednostką temperaturowego współczynnika oporu w układzie SI jest odwrotność kelwina (K⁻¹). Współczynnik α możemy wyznaczyć dla każdego ciała stałego, mierząc jego opór właściwy ρ w pewnym zakresie temperatur.
- 3. Koncentracja nośników ładunku n. Wielkość tę, zdefiniowaną jako liczba nośników ładunku przypadająca na jednostkę objętości, można wyznaczyć, badając zjawisko Halla, tak jak to przeanalizowano w podrozdziale 28.2, a także z innych pomiarów. Jednostką koncentracji nośników ładunku w układzie SI jest odwrotność metra sześciennego (m⁻³).

Wiemy z pomiarów oporu właściwego, że pewne materiały — nazywamy je **izolatorami** — nie przewodzą praktycznie rzecz biorąc elektryczności. Materiały te mają bardzo duży opór właściwy. Doskonałym przykładem jest diament, którego opór właściwy jest większy niż opór właściwy miedzi o gigantyczny czynnik 10²⁴.

Wyniki pomiarów ρ , α i *n* możemy następnie wykorzystać do podziału większości nieizolatorów, co najmniej w niskich temperaturach, na dwie główne kategorie. Są nimi **metale** i **półprzewodniki**.

- Opór właściwy półprzewodników ρ jest znacznie większy niż opór właściwy metali.
- Temperaturowy współczynnik oporu półprzewodników α jest zarówno duży, jak i ujemny. Oznacza to, że opór właściwy półprzewodnika *zmniejsza się* ze wzrostem temperatury, podczas gdy opór właściwy metalu z temperaturą *rośnie*.
- Koncentracja nośników prądu *n* jest w półprzewodnikach znacznie mniejsza niż w metalach.

W tabeli 41.1 przedstawiono wartości tych wielkości dla miedzi — naszego modelowego metalu i dla krzemu — naszego modelowego półprzewodnika.

Rozważmy teraz nasze główne pytanie: *Co powoduje, że diament jest izolatorem, miedź — metalem, a krzem — półprzewodnikiem*? Odpowiedź na to pytanie po raz kolejny przyniesie nam fizyka kwantowa.

Tabela 41.1. Niektóre właściwości elektryczne dwóch materiałów

Właściwość	Jednostka -	Materiał	
Wiasciwosc		miedź	krzem
Charakter przewodnika		metal	półprzewodnik
Opór właściwy, ρ	$\Omega\cdot m$	$2 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{3}$
Współczynnik temperaturowy oporu, α	K^{-1}	$+4 \cdot 10^{-3}$	$-70 \cdot 10^{-3}$
Koncentracja nośników ładunku, n	m^{-3}	$9\cdot 10^{28}$	$1\cdot 10^{16}$

*Wszystkie wartości odnoszą się do temperatury pokojowej.

Poziomy energetyczne w krysztale

Odległość między sąsiednimi atomami w krysztale miedzi wynosi 260 pm. Na rysunku 41.2a pokazano dwa izolowane atomy miedzi oddalone o r i znajdujące się znacznie dalej od siebie niż w prawdziwym krysztale.



Tak jak to pokazano na rysunku 41.2b, w każdym z tych izolowanych obojętnych atomów znajduje się 29 elektronów zajmujących kolejne podpowłoki:

Do identyfikacji tych podpowłok użyliśmy skróconej notacji z podrozdziału 40.5. Przypomnij sobie, że na przykład podpowłoka o głównej liczbie kwantowej n = 3 i orbitalnej liczbie kwantowej l = 1 nazywana jest w tej notacji podpowłoką 3p. Może ona pomieścić do 2(2l + 1) = 6 elektronów; górnym wskaźnikiem przy symbolu podpowłoki oznaczono liczbę elektronów w tej powłoce w danym przypadku. Widzimy powyżej, że pierwszych sześć podpowłok atomu miedzi jest całkowicie zapełnionych, ale na najbardziej zewnętrznej podpowłoce 4s, na której mogą się znajdować 2 elektrony, jest tylko jeden.

Jeśli zbliżymy do siebie atomy z rysunku 41.2a, ich funkcje falowe zaczną się przekrywać, poczynając od funkcji dla najbardziej zewnętrznych elektronów. Będziemy wtedy mieć do czynienia z pojedynczym układem dwuatomowym złożonym z 58 atomów, a nie dwoma niezależnymi atomami. Do takiego większego układu stosuje się także zakaz Pauliego, wymagający, żeby każdy z tych 58 elektronów zajmował inny stan kwantowy. W istocie dostępnych jest 58 stanów kwantowych, ponieważ każdy poziom energetyczny izolowanego atomu rozszczepi się w układzie dwuatomowym na *dwa*.

Jeśli zbierzemy więcej atomów, utworzymy stopniowo sieć krystaliczną litej miedzi. Dla N atomów, każdy poziom izolowanego atomu miedzi musi się w krysztale rozszczepić na N poziomów. W taki sposób poszczególne poziomy energetyczne ciała stałego stworzą **pasma energetyczne**. Sąsiednie pasma będą od siebie oddzielone **przerwą energetyczną**, która odpowiada zakresowi energii, jakich nie może mieć żaden elektron. Typowe pasmo odpowiada zakresowi zaledwie kilku elektronowoltów. Ponieważ liczba atomów N może być rzędu 10^{24} , widać, że energie pojedynczych poziomów w paśmie są naprawdę bardzo bliskie i że liczba tych poziomów jest ogromna.

Na rysunku 41.3 pokazano schemat typowej struktury pasmowej poziomów energetycznych w krysztale. Zwróć uwagę, że pasma o niższej energii są węższe niż te o energii wyższej. Jest tak dlatego, że elektrony obsadzające niższe poziomy energetyczne większość czasu spędzają głę133

41.1. WŁAŚCIWOŚCI ELEKTRYCZNE METALI

Rys. 41.2. a) Dwa atomy miedzi znajdują się w dużej odległości od siebie. Rysunek przedstawia rozkłady gęstości prawdopodobieństwa elektronu. b) Każdy atom miedzi ma 29 elektronów obsadzających zbiór podpowłok elektronowych. W obojętnym elektrycznie atomie w stanie podstawowym zapełnione są wszystkie podpowłoki aż do podpowłoki 3d. Na podpowłoce 4s (która może przyjąć dwa elektrony) znajduje się jeden elektron, a wyższe podpowłoki są puste. Dla uproszczenia odległość pomiędzy podpowłokami jest na schemacie jednakowa.



Rys. 41.3. Układ pasm i przerw tworzący strukturę energetyczną wyidealizowanego ciała stałego o strukturze krystalicznej. Tak jak to sugeruje powiększenie, każde pasmo składa się z ogromnej liczby poziomów energetycznych, znajdujących się bardzo blisko siebie. (W wielu ciałach stałych kolejne pasma mogą się przekrywać. Dla większej czytelności przypadek taki nie został pokazany)

boko wewnątrz chmury elektronowej atomu. Funkcje falowe tych elektronów rdzenia atomowego nie przekrywają się w tak znacznym stopniu jak funkcje falowe elektronów z powłok zewnętrznych. Zatem rozszczepienie poziomów o niższej energii (odpowiadających elektronom rdzenia) nie jest tak duże, jak rozszczepienie wyższych poziomów energetycznych (obsadzanych przez elektrony z powłok zewnętrznych).

Izolatory

Mówimy, że ciało stałe jest izolatorem elektrycznym, jeśli przyłożenie do niego różnicy potencjałów nie powoduje przepływu prądu elektrycznego. Aby nastąpił przepływ prądu, musi wzrosnąć średnia energia kinetyczna elektronów. Innymi słowy, niektóre elektrony w ciele stałym muszą przejść na wyższe poziomy energetyczne. Jednak, jak to pokazano na rysunku 41.4, najwyższe pasmo zawierające jakiekolwiek elektrony jest w izolatorze całkowicie wypełnione. Ponieważ zakaz Pauliego zabrania elektronom zajmować obsadzone stany, żaden z elektronów nie może w ciele stałym przemieścić się na wyższy poziom. Tak więc elektrony w wypełnionych pasmach izolatora nie mają dokąd przejść. Są zablokowane, tak jak dziecko na drabinie, której każdy szczebel został zajęty przez inne dzieci. Jest z nimi tak samo, jak z dzieckiem usiłującym wejść na drabinę. Nie uda się to, jeśli na każdym jej szczeblu jest już inne dziecko. Nie ma wolnych szczebli, a zatem żadne z dzieci nie może się ruszyć.

W paśmie znajdującym się powyżej całkowicie wypełnionego pasma z rysunku 41.4 jest mnóstwo poziomów nieobsadzonych. Jednak żeby elektron mógł zająć jeden z tych poziomów, musi uzyskać energię wystarczającą do pokonania tej znacznej przerwy energetycznej E_g oddzielającej oba pasma. W diamencie przerwa ta jest tak szeroka (energia potrzebna na jej pokonanie równa jest 5,5 eV, czyli jest około 140 razy większa niż średnia energia termiczna cząstki swobodnej w temperaturze pokojowej), że właściwie żaden elektron nie jest w stanie jej pokonać. Diament jest izolatorem i to dobrym izolatorem.

Przykład 41.01. Prawdopodobieństwo wzbudzenia elektronu w izolatorze

Jakie jest przybliżone prawdopodobieństwo, że w temperaturze pokojowej (300 K) elektron z wierzchołka najwyższego wypełnionego pasma w diamencie (izolatorze) pokona przerwę energetyczną E_g pokazaną na rysunku 41.4? Przerwa energetyczna E_g diamentu wynosi 5,5 eV.

PODSTAWOWE FAKTY

W rozdziale 40 używaliśmy równania (40.29),

$$\frac{N_x}{N_0} = e^{-(E_x - E_0)/kT},$$
(41.1)

aby powiązać obsadzenie N_x stanu o energii E_x z obsadzeniem N_0 stanu o energii E_0 dla atomów stanowiących część układu znajdującego się w temperaturze *T* (wyrażonej w kelwinach); *k* jest stałą Boltzmanna (8,62 · 10⁻⁵ eV/K). W niniejszym rozdziale, aby znaleźć *przybliżone* prawdopodobieństwo *P*, że elektron w izolatorze pokona przerwę energetyczną E_g z rysunku 41.4, można skorzystać z równania (41.1).

Obliczenia: Najpierw różnicę energii $E_x - E_0$ zastąpimy energią przerwy E_g . Prawdopodobieństwo P pokonania przez elektron przerwy energetycznej jest w przybliżeniu równe stosunkowi N_x/N_0 liczby elektronów znajdujących się tuż powyżej przerwy energetycznej do liczby elektronów znajdujących się tuż poniżej tej przerwy.

Wartość wykładnika w równaniu (41.1) w przypadku diamentu jest równa



w izolatorze do

izolator

Rys. 41.4. Układ pasm i przerw tworzący strukturę energetyczną izolatora. Poziomy obsadzone zaznaczono kolorem czerwonym, poziomy puste zaś kolorem niebieskim

$$-\frac{E_{\rm g}}{kT} = -\frac{5.5 \text{ eV}}{(8.62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K})(300 \text{ K})} = -213.$$

Szukane prawdopodobieństwo równe jest zatem $P = \frac{N_x}{N_0} = e^{-(E_g/kT)} = e^{-213} \approx 3 \cdot 10^{-93}$ (odpowiedź).

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Powyższy wynik mówi nam, że na każde 10^{93} elektronów około trzech zdoła pokonać przerwę energetyczną. Ponieważ każda rzeczywista bryła diamentu ma mniej niż 10^{23} elektronów, więc prawdopodobieństwo takiego przejścia jest znikomo małe. Nic zatem dziwnego, że diament jest tak dobrym izolatorem.

Metale

Cechą charakterystyczną metali, jak to pokazano na rysunku 41.5, jest położenie najwyższego obsadzonego poziomu w pobliżu połowy pasma energetycznego. Istnieje zatem mnóstwo nieobsadzonych stanów o zbliżonych energiach, do których mogą przejść elektrony (nośniki ładunku w metalu), powodując przepływ prądu po przyłożeniu do metalu różnicy potencjałów. Tak więc metal przewodzi prąd, ponieważ elektrony w najwyższym obsadzonym paśmie mogą z łatwością przejść do wyższych stanów energetycznych istniejących w tym samym pasmie.

W podrozdziale 26.4 do opisu metalu, w którym **elektrony przewodnictwa** mogą swobodnie poruszać się w całej objętości próbki tak jak cząsteczki gazu w zamkniętym zbiorniku, rozważaliśmy **model elektronów swobodnych**. Korzystaliśmy z tego modelu do wyprowadzenia wyrażenia na opór właściwy metali. Teraz skorzystamy z tego modelu, aby wyjaśnić zachowanie elektronów przewodnictwa w częściowo obsadzonym paśmie z rysunku 41.5. Założymy jednak w tym miejscu, że energie tych elektronów są skwantowane i że spełniony jest zakaz Pauliego.

Zakładając, że energia potencjalna pola elektrycznego U elektronów przewodnictwa jest taka sama we wszystkich punktach sieci, przypiszemy jej wartość U = 0, tak aby energia mechaniczna składała się jedynie z energii kinetycznej. Wówczas poziom na dnie częściowo zapełnionego pasma z rysunku 41.5 odpowiada energii E = 0. Najwyższy obsadzony poziom w tym paśmie w temperaturze zera bezwzględnego (T = 0 K) nazywamy **poziomem Fermiego**, a odpowiadająca mu energia to **energia Fermiego** $E_{\rm F}$, która dla miedzi przyjmuje wartość $E_{\rm F} = 7,0$ eV.

Prędkość elektronu z poziomu Fermiego zwana jest **prędkością Fermiego** $v_{\rm F}$. Dla miedzi prędkość ta wynosi $1,6 \cdot 10^6$ m/s. Tak więc w temperaturze zera bezwzględnego ruch *nie* ustaje. W tej temperaturze — wyłącznie dzięki zakazowi Pauliego — elektrony przewodnictwa są gęsto upakowane w częściowo wypełnionym paśmie przewodnictwa z rysunku 41.5, przyjmując energie od zera do energii Fermiego.

Ile jest elektronów przewodnictwa?

Gdybyśmy potrafili zebrać pojedyncze atomy i utworzyć z nich próbkę metalu, stwierdzilibyśmy, że elektrony przewodnictwa w tym metalu są *elektronami walencyjnymi* atomów (elektronami z najbardziej zewnętrznych powłok atomów). Atom *jednowartościowy* dostarcza do pasma przewodnictwa jeden taki elektron, atom *dwuwartościowy* dostarcza dwa elektrony. Zatem całkowita liczba elektronów przewodnictwa wynosi



Rys. 41.5. Układ pasm i przerw tworzący strukturę energetyczną metalu. Obsadzony poziom o najwyższej energii, nazywany poziomem Fermiego, znajduje się w pobliżu środka pasma. Ponieważ w paśmie tym znajdują się puste poziomy energetyczne, więc elektrony z tego pasma mogą łatwo zmieniać poziomy, co umożliwia przewodzenie prądu elektrycznego

$$\begin{pmatrix} \text{liczba elektronów} \\ \text{przewodnictwa w próbce} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{liczba atomów} \\ \text{w próbce} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{liczba elektronów} \\ \text{walencyjnych} \\ \text{przypadających na atom} \end{pmatrix}.$$
(41.2)

(W niniejszym rozdziale wiele relacji będziemy wyrażać słowami, ponieważ symbole, których dotychczas używaliśmy do opisu pojawiających się w nich wielkości, teraz reprezentują inne wielkości). *Koncentracja n* elektronów przewodnictwa w próbce jest liczbą elektronów przewodnictwa przypadającą na jednostkę objętości:

$$n = \frac{\text{liczba elektronów przewodnictwa w próbce}}{\text{objętość próbki }V}.$$
 (41.3)

Liczbę atomów w próbce można powiązać z różnymi innymi właściwościami próbki oraz materiału, z jakiego jest ona wykonana, korzystając z następującego równania:

gdzie masa molowa *M* jest masą jednego mola materiału, z którego wykonana jest próbka, N_A zaś jest stałą Avogadra (6,02 · 10²³ mol⁻¹).

Przykład 41.02. Liczba elektronów przewodnictwa w metalu

Ile elektronów przewodnictwa znajduje się w sześciennej kostce magnezu o objętości $2 \cdot 10^{-6}$ m³? Atomy magnezu są dwuwartościowe.

PODSTAWOWE FAKTY

 Atom magnezu jest dwuwartościowy, a więc każdy atom dostarcza dwa elektrony do pasma przewodnictwa.
 Liczba elektronów przewodnictwa w kostce jest związana z zawartą w niej liczbą atomów magnezu równaniem (41.2).

3. Liczbę atomów znajdujących się w kostce można znaleźć, korzystając z równania (41.4) i znanych informacji o właściwościach magnezu.

Obliczenia: Równanie (41.4) można przepisać w postaci

$$\begin{pmatrix} \text{liczba} \\ \text{atomów} \\ \text{w próbce} \end{pmatrix} = \frac{(\text{gęstość})(\text{objętość próbki } V)N_{\text{A}}}{\text{masa molowa } M}.$$

Gęstość magnezu wynosi 1,738 g/cm³ (= $1,738 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$), jego masa molowa zaś równa jest 24,312 g/mol (= $24,312 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$) (patrz dodatek F). Wartość licznika równa jest

$$(1,738 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)(2,00 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3)(6,02 \cdot 10^{23} \text{ atomów/mol})$$

= 2,0926 \cdot 10^{21} kg/mol.

Tak więc

$$\binom{\text{liczba atomów}}{\text{w próbce}} = \frac{2,0926 \cdot 10^{21} \text{ kg/mol}}{24,312 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}} = 8,61 \cdot 10^{22}.$$

Korzystając z tego wyniku i faktu, że atomy magnezu są dwuwartościowe, można z równania (41.2) otrzymać

liczba elektronów
przewodnictwa w próbce)
=
$$(8,61 \cdot 10^{22} \operatorname{atomów}) \left(2 \frac{\text{elektrony}}{\text{atom}}\right)$$

= $1,72 \cdot 10^{23}$ elektronów (odpowiedź).

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Przewodnictwo w temperaturze wyższej od zera bezwzględnego

Nasze praktyczne zainteresowanie budzi jednak przewodnictwo elektryczne metali w temperaturach wyższych niż temperatura zera bezwzględnego. Co się dzieje z rozkładem energetycznym elektronów z rysunku 41.5 w tych wyższych temperaturach? Jak się przekonamy, zaskakująco niewiele. Spośród elektronów w częściowo wypełnionym paśmie z rysunku 41.5 jedynie elektrony z najbliższego sąsiedztwa poziomu Fermiego znajdą nieobsadzone poziomy leżące powyżej. Tylko te elektrony mogą zostać wzbudzone termicznie na owe poziomy. Nawet w temperaturze T = 1000 K (w której miedź będzie jasno świecić w ciemnym pokoju) obsadzenie poziomów energetycznych elektronów nie będzie się znacznie różnić od rozkładu w temperaturze T = 0 K.

Przekonajmy się, dlaczego tak się dzieje. Wygodną miarą energii, jaka może zostać dostarczona elektronowi przewodnictwa w wyniku drgań termicznych sieci, jest wielkość kT, gdzie k jest stałą Boltzmanna. W temperaturze T = 1000 K jest ona równa kT = 0,086 eV. Żaden elektron nie może liczyć na to, że jego energia wzrośnie więcej niż o kilka kT wyłącznie na skutek drgań termicznych. W rezultacie w najlepszym wypadku tylko niewielka liczba elektronów o energiach bliskich energii Fermiego ma szansę przejść na wyższe poziomy energetyczne wyłącznie w wyniku drgań termicznych. Ujmując rzecz górnolotnie, można by powiedzieć, że drgania termiczne normalnie wywołają jedynie powstanie zmarszczek na powierzchni morza Fermiego elektronów, pozostawiając nietknięte jego niezmierzone głębiny.

Ile jest stanów kwantowych?

Zdolność metalu do przewodzenia elektryczności zależy od tego, ile stanów kwantowych jest dostępnych dla jego elektronów i ile wynoszą energie tych stanów. Pojawia się zatem pytanie: Ile wynoszą energie poszczególnych stanów w częściowo wypełnionym paśmie z rysunku 41.5? Na to pytanie jest bardzo trudno odpowiedzieć, ponieważ nie możemy wymienić energii każdego spośród tak wielu stanów. Pytamy zamiast tego: Ile stanów w jednostkowej objętości próbki ma energie z przedziału od *E* do E + dE? Zapisujemy tę wartość jako N(E)dE, gdzie N(E) nazywane jest **gęstością stanów** dla energii *E*. Jednostką wielkości N(E)dE jest liczba stanów przypadająca na metr sześcienny (stany/m³ lub po prostu m⁻³), a jednostką gęstości stanów N(E) jest liczba stanów na metr sześcienny na elektronowolt (m⁻³ · eV⁻¹).

Wzór na gęstość stanów można wyprowadzić, znajdując liczbę stojących elektronowych fal materii, które mogą powstać w pudle o rozmiarach rozważanej próbki metalu. Metoda postępowania jest podobna do metody znajdowania liczby stojących fal dźwiękowych, które mogą powstać w zamkniętej piszczałce organowej. Różnica polega na tym, że nasze zagadnienie jest trójwymiarowe (a nie jednowymiarowe) oraz że rozważane fale są falami materii (a nie falami dźwiękowymi). Wyprowadzenie wzoru jest opisane w bardziej zaawansowanych podręcznikach poświęconych fizyce ciał stałych. Jego wynik ma postać



Rys. 41.6. Wykres funkcji opisujacej gęstość stanów N(E) (a więc liczbę elektronowych poziomów energetycznych przypadających na jednostkowy przedział energii i jednostkową objętość) w zależności od energii elektronu. Funkcja gęstości stanów dotyczy tylko istniejących stanów energetycznych, a nie ma związku z tym, czy są one obsadzone przez elektrony

$$N(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2} \qquad (\text{gestość stanów, m}^{-3} \cdot J^{-1}), \quad (41.5)$$

gdzie $m (= 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg})$ jest masą elektronu, $h (= 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})$ – stała Plancka, E – energia wyrażona w dżulach, przy której wartość wyrażenia jest obliczana, a miara N(E) jest liczba stanów na metr sześcienny na dzul $(m^{-3} \cdot J^{-1})$. Jeśli chcesz przekształcić ten wzór, tak aby wartość E podawana była w elektronowoltach, a wartość N(E) — w liczbie stanów na metr sześcienny na elektronowolt (m⁻³ · eV⁻¹), przemnóż prawa strone wzoru przez $e^{3/2}$, gdzie *e* jest ładunkiem elementarnym o wartości $1,602 \cdot 10^{-19}$ C. Kształt tak zmodyfikowanej wersji równania (41.5) przedstawiony jest na rysunku 41.6. Zwróć uwage, że nic we wzorze (41.5) ani rysunku 41.6 nie nawiązuje do kształtu próbki, jej temperatury czy materiału, z jakiego jest ona wykonana.

Sprawdzian 1

Czy różnica energii pomiędzy kolejnymi stanami w miedzi dla energii E = 4 eV jest wieksza, mniejsza, czy taka sama jak dla energii E = 6 eV?

Przykład 41.03. Liczba stanów na elektronowolt w metalu

a) Korzystając z danych na rysunku 41.6, wyznacz liczbę stanów przypadających na każdy elektronowolt dla energii 7 eV w próbce metalu o objętości V równej $2 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$.

PODSTAWOWE FAKTY

Liczbę stanów przypadających na każdy elektronowolt dla danej energii możemy znaleźć, korzystając z gęstości stanów N(E) dla tej energii i objetości rozważanej próbki V.

Obliczenia: Dla energii 7 eV zapisujemy:

$$\begin{pmatrix} \text{liczba stanów} \\ \text{przypadających na} \\ \text{elektronowolt dla} \\ \text{energii 7 eV} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{gęstość stanów } N(E) \\ \text{dla energii 7 eV} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{objętość} \\ \text{próbki } V \end{pmatrix}$$

Z rysunku 41.6 wynika, że gęstość stanów odpowiadająca energii E równej 7 eV wynosi około 1,8 · $10^{28} \text{ m}^{-3} \cdot \text{eV}^{-1}$. Tak wiec

liczba stanów przypadających na $= (1,8 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3} \cdot \text{eV}^{-1})(2 \cdot 10^{-9} \text{ m}^{3})$ elektronowolt dla energii 7 eV $= 3.6 \cdot 10^{19} \text{ eV}^{-1} \approx 4 \cdot 10^{19} \text{ eV}^{-1}$ (odpowiedź).

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

b) Wyznacz następnie gęstość stanów N w próbce w małym zakresie energii ΔE równym 0,003 eV wokół energii 7 eV (zakres ten jest mały w porównaniu z energią E poziomu w paśmie).

Obliczenia: Z równania (41.5) i rysunku 41.6 wiemy, że gestość stanów zależy od energii. Jednak jeśli zakres energii ΔE jest mały w porównaniu z energią E, to możemy założyć, że gestość stanów (a wiec także liczba stanów przypadających na każdy elektronowolt) jest w przybliżeniu stała. Tak więc dla energii 7 eV liczba stanów N mieszczacych się w zakresie energii ΔE równym 0,003 eV wynosi

$$\begin{pmatrix} \text{liczba stanów } N \\ \text{w zakresie energii } \Delta E \\ \text{dla energii } 7 \text{ eV} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{liczba stanów przypadających} \\ \text{na elektronowolt} \\ \text{dla energii } 7 \text{ eV} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{zakres} \\ \text{energii } \Delta E \end{pmatrix},$$
zzyli

С

$$N = (3,6 \cdot 10^{19} \text{ eV}^{-1})(0,003 \text{ eV})$$

= 1,1 \cdot 10^{17} \approx 1 \cdot 10^{17} (odpowiedź).

(Gdybyś został poproszony o podanie liczby stanów w pewnym zakresie energii, sprawdź najpierw, czy zakres ten jest wystarczająco mały, by stosowanie tego typu przybliżeń było uzasadnione).

Prawdopodobieństwo obsadzenia P(E)

Jeśli stan o energii E jest dostępny, to jakie jest prawdopodobieństwo P(E), że zostanie on obsadzony przez elektron? Wiemy, że w temperaturze T = 0 K wszystkie poziomy o energiach poniżej energii Fermiego są z pewnością obsadzone (P(E) = 1), a wszystkie stany o energii wyższej są puste (P(E) = 0). Rysunek 41.7a ilustruje tę sytuację. Aby znaleźć prawdopodobieństwo P(E) w temperaturach wyższych niż temperatura zera bezwzględnego, musimy skorzystać ze zbioru reguł określających kwantowe zasady obliczania prawdopodobieństwa zwanego **statystyką Fermiego– Diraca**. Utrwalono w jej nazwie nazwiska fizyków, którzy ją wprowadzili. **Prawdopodobieństwo obsadzenia** P(E), wyznaczone na podstawie tych reguł, wynosi

 $P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_{\rm F})/kT} + 1}$ (prawdopodobieństwo obsadzenia), (41.6)

gdzie $E_{\rm F}$ jest energią Fermiego. Zwróć uwagę, że prawdopodobieństwo P(E) zależy od różnicy energii $E - E_{\rm F}$, która może być dodatnia lub ujemna, a nie zależy od energii E.

Aby zobaczyć, czy równanie (41.6) opisuje funkcję pokazaną na rysunku 41.7a, podstawmy do niego T = 0 K. Wtedy:

Dla $E < E_{\rm F}$ czynnik wykładniczy w równaniu (41.6) równy jest e^{- ∞}, czyli zero, a więc P(E) = 1, co pozostaje w zgodzie z rysunkiem 41.7a.

Dla $E > E_F$ czynnik wykładniczy w równaniu (41.6) równy jest $e^{+\infty}$, a więc P(E) = 0, co także zgadza się z rysunkiem 41.7a.



Rys. 41.7. Prawdopodobieństwo obsadzenia P(E) to prawdopodobieństwo, że dany poziom energetyczny jest obsadzony przez elektron. a) W temperaturze T = 0 K prawdopodobieństwo P(E) dla poziomów o energiach E mniejszych niż energia Fermiego $E_{\rm F}$ jest równe jedności, dla poziomów zaś o energiach większych niż energia Fermiego $E_{\rm F}$ jest równe zeru. b) W temperaturze T = 1000 K nieco elektronów o energiach niewiele mniejszych od energii Fermiego w T = 0 K przechodzi do stanów o energiach niewiele większych niż energia Fermiego. Kropka na wykresie pokazuje, że dla energii $E = E_{\rm F}$ prawdopodobieństwo P(E) = 0,5

Na rysunku 41.7b przedstawiony jest wykres prawdopodobieństwa P(E) dla T = 1000 K. W porównaniu z rysunkiem 41.7a, pokazuje on, że, jak to powiedziano powyżej, zmiany rozkładu elektronów w dostępnych stanach dotyczą tylko stanów, których energie są bliskie energii Fermiego $E_{\rm F}$. Zauważ, że jeśli energia $E = E_{\rm F}$ (bez względu na temperaturę T), to czynnik wykładniczy w równaniu (41.6) równy jest $e^0 = 1$ i prawdopodobieństwo $P(E_{\rm F}) = 0,5$. Dzięki temu energię Fermiego możemy zdefiniować w bardziej użyteczny sposób:



Energia Fermiego dla danego materiału jest energią stanu kwantowego, który jest obsadzony przez elektron z prawdopodobieństwem 0,5.

Rysunki 41.7a i b narysowano dla miedzi, dla której energia Fermiego równa jest 7,0 eV. Tak więc w przypadku miedzi zarówno dla T = 0 K, jak i T = 1000 K prawdopodobieństwo obsadzenia przez elektron stanu o energii 7 eV jest równe 0,5.

Przykład 41.04. Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu energetycznego w metalu

a) Jakie jest prawdopodobieństwo obsadzenia stanu
 o energii przekraczającej energię Fermiego o 0,10 eV?
 Przyjmij, że temperatura próbki równa jest 800 K.

PODSTAWOWE FAKTY

Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu elektronowego w metalu określone jest przez statystykę Fermiego– Diraca zgodnie z równaniem (41.6).

Obliczenia: Zacznijmy od obliczenia wartości wykładnika:

$$\frac{E - E_{\rm F}}{kT} = \frac{0,10 \text{ eV}}{(8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K})(800 \text{ K})} = 1,45$$

Podstawiając tę wartość do równania (41.6), otrzymujemy

$$P(E) = \frac{1}{e^{1,45} + 1} = 0,19,$$
 czyli 19%
(odpowiedź).

b) Jakie jest prawdopodobieństwo obsadzenia stanu o energii 0,10 eV *poniżej* energii Fermiego?

Obliczenia: Postępujemy podobnie jak poprzednio, z tą jednak różnicą, że tym razem energia stanu jest mniejsza niż energia Fermiego. Zatem wykładnik w równaniu (41.6) ma taką samą wartość bezwzględną co poprzednio, ale jest ujemny, co zmniejsza wartość mianownika. Równanie (41.6) przybiera teraz postać

$$P(E) = \frac{1}{e^{-1.45} + 1} = 0.81,$$
 czyli 81%

(odpowiedź).

W przypadku stanów o energii mniejszej od energii Fermiego często bardziej nas interesuje prawdopodobieństwo, że stan *nie jest* obsadzony. Takie prawdopodobieństwo równe jest po prostu 1 - P(E), czyli 19%. Zauważ, że jest ono równe prawdopodobieństwu obsadzenia z punktu (a).

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

lle jest stanów obsadzonych?

Równanie (41.5) i rysunek 41.5 pokazują, jaki jest rozkład energetyczny możliwych stanów. Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu kwantowego opisywane równaniem (41.6) informuje o tym, że dany stan jest rzeczywiście obsadzony przez elektron. Aby znaleźć **gęstość stanów obsadzonych** $N_0(E)$, musimy przemnożyć każdy dostępny stan przez odpowiednią wartość prawdopodobieństwa obsadzenia, a więc

$$\begin{pmatrix} gestość stanów \\ obsadzonych N_{o}(E) \\ dla energii E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} gestość stanów \\ N(E) dla energii E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} prawdopodobieństwo \\ obsadzenia P(E) \\ dla energii E \end{pmatrix},$$

czyli
$$N_0(E) = N(E)P(E)$$
 (gęstość stanów obsadzonych).
(41.7)

Rozważając przypadek miedzi w temperaturze T = 0 K, równanie (41.7) nakazuje nam dla każdej energii pomnożyć wartość funkcji gęstości stanów (równanie 41.6) przez wartość prawdopodobieństwa obsadzenia dla temperatury zera bezwzględnego (rysunek 41.7a). Wynikiem jest wykres 41.8a. Wykres 41.8b pokazuje zaś gęstość stanów obsadzonych dla T = 1000 K.



Rys. 41.8. a) Gęstość stanów obsadzonych $N_0(E)$ dla miedzi w temperaturze zera bezwzględnego. Pole pod krzywą odpowiada koncentracji elektronów *n*. Zauważ, że wszystkie stany o energiach aż do energii Fermiego $E_F = 7$ eV są obsadzone, a wszystkie stany o energiach wyższych niż energia Fermiego są puste. b) Gęstość stanów obsadzonych $N_0(E)$ dla miedzi w temperaturze T = 1000 K. Zauważ, że zwiększenie temperatury wpłynęło jedynie na elektrony o energiach bliskich energii Fermiego. Tylko takie elektrony zmieniły swoje poziomy energetyczne

Przykład 41.05. Liczba stanów obsadzonych w danym zakresie energii w metalu

Grudka miedzi (energia Fermiego w miedzi wynosi 7,0 eV) ma objętość $2 \cdot 10^{-9}$ m³. Ile stanów obsadzonych, przypadających na elektronowolt, znajdowałoby się w wąskim zakresie wokół energii 7,0 eV?

PODSTAWOWE FAKTY

1) Najpierw chcemy wyznaczyć gęstość stanów obsadzonych $N_0(E)$ daną wzorem (41.7) ($N_0(E) = N(E)P(E)$). 2) Ponieważ chcemy obliczyć wartości dla wąskiego przedziału wokół energii 7,0 eV (energii Fermiego dla miedzi), prawdopodobieństwo obsadzenia P(E) równe jest 0,50.

Obliczenia: Z rysunku 41.6 widać, że gęstość stanów dla tej energii wynosi około $1.8 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3} \cdot \text{eV}^{-1}$. Tak więc równanie (41.7) mówi nam, że poszukiwana gęstość stanów obsadzonych wynosi

$$N_{\rm o}(E) = N(E)P(E) = (1.8 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3} \cdot \text{ eV}^{-1})(0.50)$$

= 0.9 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3} \cdot \text{eV}^{-1}.

Następnie zapisujemy:

Podstawiając obliczone wartości do $N_0(E)$ i V otrzymujemy



PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Obliczanie energii Fermiego

Przypuśćmy, że dodamy (a właściwie scałkujemy) liczby stanów obsadzonych przypadających na jednostkę objętości na rysunku 41.8a (w T = 0 K) dla energii od E = 0 do $E = E_F$. Wynikiem takiego sumowania musi być n — liczba elektronów przewodnictwa przypadających na jednostkę objętości w metalu — gdyż w tej temperaturze żaden ze stanów o energii powyżej energii Fermiego nie jest obsadzony. Zapisując ten wynik w postaci równania, mamy

$$n = \int_{0}^{E_{\rm F}} N_{\rm o}(E) \mathrm{d}E. \tag{41.8}$$

(Powyższa całka odpowiada polu powierzchni pod wykresem funkcji rozkładu na rysunku 41.8a). Ponieważ dla T = 0 K prawdopodobieństwo P(E) = 1 dla wszystkich energii mniejszych od energii Fermiego, równanie (41.7) mówi nam, że możemy w równaniu (41.8) zamienić rozkład stanów obsadzonych $N_0(E)$ na rozkład stanów N(E), a następnie skorzystać z równania (41.8) do wyznaczenia energii Fermiego $E_{\rm F}$. Po podstawieniu równania (41.5) do równania (41.8) otrzymamy

$$n = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} \int_{0}^{E_{\rm F}} E^{1/2} \mathrm{d}E = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} \frac{2E_{\rm F}^{3/2}}{3}$$

gdzie *m* jest masą elektronu. Rozwiązanie tego równania pozwala wyznaczyć energię Fermiego $E_{\rm F}$:

$$E_{\rm F} = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0,121h^2}{m} n^{2/3}.$$
 (41.9)

Zatem jeśli znamy koncentrację *n*, czyli liczbę elektronów przewodnictwa przypadająca na jednostkę objętości w metalu, możemy obliczyć wartość energii Fermiego dla tego metalu.

41.2. PÓŁPRZEWODNIKI I DOMIESZKOWANIE

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 41.18 narysować diagram pasm i przerw energetycznych dla półprzewodnika, zaznaczając pasmo przewodnictwa i pasmo walencyjne, elektrony przewodnictwa, dziury i przerwę energetyczną;
- 41.19 porównać rozmiary przerwy energetycznej w półprzewodniku i w izolatorze;
- 41.20 stosować związek pomiędzy rozmiarem przerwy energetycznej a długością fali światła fotonu związanego z przejściem kwantowym przez tę przerwę;
- 41.21 narysować strukturę sieci krystalicznej dla krzemu czystego i domieszkowanego;
- **41.22** zdefiniować dziury, wyjaśnić, jak one powstają i jak poruszają się w przyłożonym polu elektrycznym;

Podstawowe fakty .

 Struktura pasmowa przewodnika jest taka jak struktura izolatora, jedynie znacznie mniejsza jest przerwa energetyczna *E*g, przez którą cząstka może wykonać przeskok kwantowy w wyniku zderzeń termicznych ze wzbudzonymi elektronami.

 W krysztale krzemu w temperaturze pokojowej zderzenia termiczne przenoszą niewielką część elektronów do pasma przewodnictwa, pozostawiając równą im ilość dziur w paśmie walencyjnym. Gdy do krzemu przyłożymy różnicę potencjałów, elektrony oraz dziury stają się nośnikami ładunku.

- 41.23 dla metali i półprzewodników porównać opór właściwy ρ z temperaturowym współczynnikiem oporu α i wyjaśnić, jak opór właściwy zmienia się z temperaturą;
- **41.24** wyjaśnić procedurę wytwarzania półprzewodników typu *n* oraz *p*;
- 41.25 stosować związek pomiędzy liczbą elektronów przewodnictwa w czystym metalu a ich liczbą w materiale domieszkowanym;
- 41.26 zdefiniować donory i akceptory i zaznaczyć, gdzie na diagramie poziomów energetycznych leżą ich poziomy;
- 41.27 zdefiniować nośniki większościowe i mniejszościowe;
- 41.28 wyjaśnić, jaka jest zaleta domieszkowania półprzewodników.

 Można silnie zwiększyć liczbę elektronów w paśmie walencyjnym krzemu, domieszkując go niewielką ilością fosforu i tworząc w ten sposób półprzewodnik typu n. Atomy fosforu nazywamy donorami.

• Można silnie zwiększyć ilość dziur w pasmie walencyjnym krzemu, domieszkując go niewielką ilością glinu i tworząc w ten sposób półprzewodnik typu *p*. Atomy glinu nazywamy akceptorami.

Półprzewodniki

Porównując rysunek 41.9a z rysunkiem 41.4, zauważysz, że struktura pasmowa półprzewodnika jest taka sama jak struktura pasmowa izolatora. Główną różnicą jest szerokość przerwy energetycznej E_g pomiędzy wierzchołkiem najwyższego pasma wypełnionego (nazywanego **pasmem walencyjnym**) i dnem najniższego pasma pustego (zwanego **pasmem przewodnictwa**), która w półprzewodniku jest znacznie mniejsza niż w izolatorze. Nie ma zatem wątpliwości, że krzem ($E_g = 1,1 \text{ eV}$) jest półprzewodnikiem, a diament ($E_g = 5,5 \text{ eV}$) jest izolatorem. W krzemie, ale nie w diamencie, istnieje realne prawdopodobieństwo, że drgania termiczne spowodują w temperaturze pokojowej przejście z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa.

W tabeli 41.1 porównaliśmy trzy podstawowe właściwości elektryczne miedzi — naszego przykładowego metalu i krzemu — naszego przykładowego półprzewodnika. Aby zobaczyć, czym półprzewodnik różni się od metalu, spójrzmy jeszcze raz na tę tabelę, przyglądając się po kolei wszystkim jej wierszom.



Rys. 41.9. Układ pasm i przerw energetycznych półprzewodnika. Układ ten przypomina strukturę energetyczną izolatora (patrz rys. 41.4a), jedynie przerwa energetyczna E_g jest w półprzewodniku znacznie mniejsza. W efekcie elektrony mogą w wyniku drgań termicznych z rozsądnym prawdopodobieństwem pokonać tę przerwę. b) Drgania termiczne umożliwiły kilku elektronom z pasma walencyjnego pokonanie przerwy energetycznej i przejście do pasma przewodnictwa. W paśmie walencyjnym pozostała taka sama liczba dziur

Koncentracja nośników ładunku

Dolny wiersz tabeli 41.1 pokazuje, że miedź ma znacznie więcej nośników ładunku przypadających na jednostkę objętości niż krzem. Wielkości te różnią się czynnikiem 10¹³. W przypadku miedzi każdy atom dostarcza na rzecz procesu przewodnictwa jeden elektron, swój jedyny elektron walencyjny. Nośniki ładunku w krzemie mogą pojawić się w równowadze termicznej tylko dlatego, że drgania termiczne pozwalają pewnej (bardzo małej) liczbie elektronów z pasma walencyjnego na pokonanie przerwy energetycznej i przejście do pasma przewodnictwa. W paśmie walencyjnym pozostawią one tyle samo nieobsadzonych stanów energetycznych, zwanych **dziurami**. Na rysunku 41.9b pokazano tę sytuację.

Zarówno elektrony w paśmie przewodnictwa, jak i dziury w paśmie walencyjnym są nośnikami ładunku. Dziury są nimi dlatego, że dają elektronom pozostającym w paśmie walencyjnym pewną swobodę ruchu. Gdyby nie dziury, elektrony w paśmie walencyjnym byłyby zablokowane. Jeśli w półprzewodniku pojawia się pole elektryczne o natężeniu \vec{E} , to naładowane ujemnie elektrony w paśmie walencyjnym będą unoszone w kierunku przeciwnym do natężenia \vec{E} . W związku z tym położenia dziur będą się przemieszczać w kierunku natężenia \vec{E} . W rezultacie dziury zachowują się jak poruszające się cząstki o ładunku +e.

W zrozumieniu, jak to się dzieje, pomoże ci bardzo uproszczony przykład. Wyobraźmy sobie sznur samochodów zaparkowanych zderzakiem w zderzak, z których pierwszy stoi na długość auta przed barierką, a miejsce przed nim jest wolne. Kiedy ten pierwszy samochód podjedzie do barierki, pozostawi po sobie przestrzeń wystarczającą do zaparkowania kolejnego auta. Drugi samochód może wtedy podjechać do przodu, zostawiając za sobą miejsce dla trzeciego i tak dalej. Zbliżanie się samochodów do barierki najłatwiej analizować, skupiając się na oddalaniu się od niej pojedynczej "dziury" (miejsca do parkowania).

W przypadku półprzewodników przewodnictwo dziurowe jest tak samo ważne jak przewodnictwo elektronowe. Myśląc o przewodnictwie dziurowym, możemy założyć, że wszystkie nieobsadzone stany w paśmie walencyjnym są zajęte przez cząstki o ładunku +e i że wszystkie elektrony zostały usunięte z pasma walencyjnego, umożliwiając tym dodatnio naładowanych cząstkom swobodne przemieszczanie się w paśmie.

Opór właściwy ρ

Przypomnijmy sobie z rozdziału 26, że opór właściwy materiału ρ równy jest $m/e^2n\tau$, gdzie m jest masą elektronu, e — ładunkiem elementarnym, n — liczbą ładunków przypadających na jednostkę objętości, a τ — średnim czasem pomiędzy zderzeniami nośników ładunku. Tabela 41.1 pokazuje, że w temperaturze pokojowej opór właściwy krzemu jest większy niż opór właściwy miedzi o czynnik około 10^{11} . Tę ogromną różnicę można wyjaśnić bardzo dużą różnicą koncentracji nośników n. Inne czynniki mają także swoje znaczenie, ale ta wielka różnica koncentracji przysłania ich wpływ na opór właściwy.

Temperaturowy współczynnik oporu α

Przypomnij sobie, że współczynnik α (patrz równanie (26.17)) równy jest względnej zmianie oporu właściwego przypadającej na jednostkową

zmianę temperatury

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}T}.\tag{41.10}$$

Opór właściwy miedzi *rośnie* ze wzrostem temperatury (a więc $d\rho/dT > 0$), ponieważ zderzenia nośników ładunku w miedzi w wyższych temperaturach zachodzą częściej. Tak więc współczynnik α jest dla miedzi *dodatni*.

Częstość zderzeń rośnie z temperaturą także dla krzemu. Jednak opór właściwy krzemu maleje ze wzrostem temperatury ($d\rho/dT < 0$). Dzieje się tak z powodu gwałtownego wzrostu koncentracji nośników ładunku *n* (elektronów w paśmie przewodnictwa i dziur w paśmie walencyjnym) ze wzrostem temperatury. (Więcej elektronów pokonuje przerwę energetyczną między pasmem walencyjnym a pasmem przewodnictwa). W efekcie współczynnik α jest dla krzemu *ujemny*.

Półprzewodniki domieszkowane

Przydatność półprzewodników w technologii można znakomicie poprawić, wprowadzając do ich sieci krystalicznej małą liczbę odpowiednio dobranych atomów (zwanych domieszkami), a więc **domieszkując** półprzewodnik. Zwykle na każdych 10⁷ atomów krzemu zaledwie jeden atom jest zamieniany na atom domieszki. Praktycznie wszystkie współczesne przyrządy półprzewodnikowe zbudowane są z materiałów domieszkowanych. Istnieją dwa typy domieszkowania, zwane **typem** *n* i **typem** *p*. Zajmiemy się nimi po kolei.

Półprzewodniki typu n

Elektrony w izolowanym atomie krzemu zajmują kolejne podpowłoki energetyczne w następujący sposób:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$$
,

gdzie jak zwykle górne indeksy oznaczają liczbę elektronów na kolejnych podpowłokach (ich suma równa jest 14 — liczbie atomowej krzemu).

Na rysunku 41.10a przedstawiono część sieci krystalicznej czystego krzemu zrzutowaną na płaszczyznę (porównaj ten rysunek z rysunkiem 41.1b pokazującym komórkę elementarną tej sieci w trzech wymiarach). Każdy atom krzemu poświęca parę elektronów 3s i parę elektronów 3p na stworzenie z każdym ze swoich czterech najbliższych sąsiadów sztywnego dwuelektronowego wiązania kowalencyjnego. (Dwa elektrony tworzące wiązanie kowalencyjne są wspólne dla dwóch powiązanych atomów). Te cztery wiązania i sąsiednie atomy znajdujące się w komórce elementarnej krzemu pokazane są na rysunku 41.1b.

Elektrony tworzące wiązania pomiędzy atomami krzemu tworzą pasmo walencyjne. Kiedy elektron zostaje wyrwany z jednego z tych wiązań i może poruszać się swobodnie po sieci, mówimy, że przeszedł z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa. Minimalna energia, jaka jest do tego potrzebna, równa jest energii przerwy E_g .

Ze względu na związanie czterech elektronów każdy "atom" krzemu jest w zasadzie jonem składającym się z wewnętrznej chmury elektronów (zawierającej 10 elektronów, podobnej do chmury elektronowej w atomie



Rys. 41.10. a) Schemat struktury krystalicznej czystego krzemu zrzutowany na płaszczyznę. Każdy jon krzemu jest związany ze swoimi czterema sąsiadami dwuelektronowym wiązaniem kowalencyjnym (pokazanym tu jako para czerwonych kropek pomiędzy dwiema równoległymi czarnymi liniami). Elektrony te nie należą do indywidualnych atomów, ale do wiązania. Tworzą one pasmo walencyjne półprzewodnika. b) Jeden atom krzemu został zastąpiony atomem fosforu (wartościowość = 5). "Dodatkowy" elektron jest jedynie słabo związany ze swoim jonowym rdzeniem i łatwo może przejść do pasma przewodnictwa, gdzie może swobodnie poruszać się po krysztale. c) Jeden atom krzemu został zastąpiony atomem glinu (wartościowość = 3). W jednym z wiązań kowalencyjnych (a więc w paśmie walencyjnym) pojawia się dziura. Dziura ta może swobodnie poruszać się po krysztale, gdy elektrony z sąsiednich wiązań przesuwają się, aby ją zapełnić. W tym przypadku dziura porusza się w prawo

neonu) otaczającej jądro o ładunku +14*e*, gdzie 14 jest liczbą atomową krzemu. Wypadkowy ładunek każdego z tych jonów wynosi zatem +4*e* i mówimy o nich, że mają *wartościowość* = 4.

Na rysunku 41.10b centralny jon krzemu został zastąpiony atomem fosforu (wartościowość = 5). Cztery z elektronów walencyjnych atomu fosforu tworzą wiązania z otaczającymi je jonami krzemu. Piąty ("dodatkowy") elektron jest słabo związany z rdzeniem jonu fosforu. Posługując się obrazem diagramu poziomów energetycznych, mówimy zwykle, że taki elektron zajmuje zlokalizowany stan energetyczny znajdujący się w przerwie wzbronionej w średniej odległości E_d poniżej dna pasma przewodnictwa. Jest to pokazane na rysunku 41.11a. Ponieważ $E_d \ll E_g$, więc energia potrzebna do wzbudzenia elektronów z *takiego* poziomu do pasma przewodnictwa jest znacznie mniejsza niż energia potrzebna do wzbudzenia do pasma przewodnictwa elektronów walencyjnych krzemu.

Atom fosforu jest zwany **donorem**, ponieważ łatwo *dostarcza* on (ang. *donates*) elektron do pasma przewodnictwa. W istocie w temperaturze pokojowej praktycznie *wszystkie* elektrony dostarczone przez atomy donorów znajdują się w paśmie przewodnictwa. Dodając donory, możemy w wielkim stopniu, znacznie większym niż to sugeruje rysunek 41.11a, zwiększyć liczbę elektronów w paśmie przewodnictwa.

Półprzewodniki domieszkowane donorami nazywane są **półprzewodnikami typu** *n*, gdzie *n* oznacza *ujemny* (ang. *negative*), co wskazuje, że ujemnych nośników ładunku wprowadzonych do pasma przewodnictwa jest znacznie więcej niż dodatnich nośników ładunku, którymi są dziury w paśmie walencyjnym. W półprzewodnikach typu *n* elektrony nazywane są **nośnikami większościowymi**, dziury zaś **nośnikami mniejszościowymi**.

Półprzewodniki typu p

Rozważmy teraz rysunek 41.10c, na którym jeden z atomów krzemu (wartościowość = 4) został zastąpiony atomem glinu (wartościowość = 3). Atom glinu może utworzyć wiązania kowalencyjne tylko z trzema sąsiednimi atomami krzemu, a więc teraz w jednym z wiązań pomiędzy atomami glinu i krzemu "brakuje" elektronu (jest dziura). Aby zapełnić tę dziurę, można niewielkim kosztem energii wyrwać elektron z sąsiedniego wiązania pomiędzy atomami krzemu, tworząc jednocześnie w *tym* wiązaniu dziurę. Następnie elektron z jakiegoś innego wiązania może się przemie-

WIL- 4-in 44	Typ półprzewodnika		
wfasciwosc	n	р	
Materiał macierzysty	krzem	krzem	
Ładunek jądra materiału macierzystego	+14e	+14e	
Przerwa energetyczna materiału macierzystego	1,2 eV	1,2 eV	
Domieszka	fosfor	glin	
Rodzaj domieszki	donor	akceptor	
Nośniki większościowe	elektrony	dziury	
Nośniki mniejszościowe	dziury	elektrony	
Energia jonizacji domieszki	$E_{\rm d} = 0.045 {\rm eV}$	$E_{\rm a} = 0.067 {\rm eV}$	
Wartościowość domieszki	5	3	
Ładunek jadra domieszki	+15e	+13e	
Wypadkowy ładunek jonu domieszki	+e	-e	

Tabela 41.2. Właściwości półprzewodników domieszkowanych

ścić, zapełniając tę drugą dziurę. W taki sposób dziura może poruszać się po sieci.

Atom glinu zwany jest **akceptorem**, ponieważ łatwo *przyjmuje* (ang. *accepts*) elektron z sąsiedniego wiązania, a więc z pasma walencyjnego krzemu. Jak to zasugerowano na rysunku 41.11b, elektron ten obsadzi zlokalizowany stan energetyczny znajdujący się w przerwie energetycznej w średniej odległości E_a powyżej wierzchołka pasma walencyjnego. Ponieważ przedział energii E_a jest niewielki, elektrony walencyjne zostają łatwo wypchnięte na poziom akceptorowy, pozostawiając w paśmie walencyjnym dziurę. Zatem dodając akceptory, możemy w wielkim stopniu, znacznie większym, niż to zasugerowano na rysunku 41.11b, zwiększyć liczbę dziur w paśmie walencyjnym. W krzemie, w temperaturze pokojowej praktycznie *wszystkie* poziomy akceptorowe są obsadzone przez elektrony.

Półprzewodniki domieszkowane akceptorami nazywane są **półprzewodnikami typu** *p*, gdzie *p* oznacza dodatni (ang. *positive*), co wskazuje, że dziur wprowadzonych do pasma walencyjnego, zachowujących się jak dodatnie nośniki ładunku jest dużo więcej niż elektronów w paśmie przewodnictwa. W półprzewodnikach typu *p* dziury są nośnikami większościowymi, elektrony zaś nośnikami mniejszościowymi.

W tabeli 41.2 podsumowano właściwości typowych półprzewodników typu *n* i typu *p*. Zauważ w szczególności, że rdzenie atomowe donorów i akceptorów, mimo że są naładowane, nie są *nośnikami* ładunku elektrycznego, gdyż w sieci krystalicznej są one uwiązane na stałe.

Rys. 41.11. a) W domieszkowanym półprzewodniku typu *n* poziomy energetyczne elektronów donora znajdują się w małej odległości E_d poniżej dna pasma przewodnictwa. Ponieważ elektrony te można łatwo wzbudzić do pasma przewodnictwa, w paśmie tym jest teraz znacznie więcej elektronów niż w przypadku półprzewodnika niedomieszkowanego. W paśmie walencyjnym znajduje się taka sama niewielka liczba dziur, jak przed dodaniem domieszki. b) W domieszkowanym półprzewodniku typu *p* poziomy energetyczne elektronów akceptora znajdują się w małej odległości E_a powyżej wierzchołka pasma walencyjnego. W paśmie walencyjnym będzie teraz znacznie więcej dziur niż w przypadku półprzewodnika niedomieszkowanego. W pasmie przewodnictwa pozostanie taka sama liczba elektronów jak w niedomieszkowanym półprzewodniku. Stosunek koncentracji nośników większościowych do koncentracji nośników mniejszościowych jest w rzeczywistości znacznie większy niż sugerują to ilustracje



Przykład 41.06. Domieszkowanie krzemu fosforem

Koncentracja elektronów przewodnictwa n_0 w czystym krzemie wynosi około 10^{16} m⁻³. Załóżmy, że stosując domieszkowanie atomami fosforu, chcemy zwiększyć tę wartość milion (10^6) razy. Jaką część atomów krzemu trzeba zastąpić atomami fosforu? (Pamiętaj, że drgania termiczne w temperaturze pokojowej są tak efektywne, że właściwie każdy atom fosforu oddaje swój "dodatkowy" elektron do pasma przewodnictwa).

Liczba atomów fosforu: Ponieważ każdy atom fosforu dostarcza jeden elektron przewodnictwa i ponieważ chcemy, aby całkowita koncentracja elektronów przewodnictwa wynosiła $10^6 n_0$, więc koncentracja atomów fosforu $n_{\rm P}$ musi spełniać równanie

$$10^{\circ}n_0 = n_0 + n_{\rm P}.$$

Zatem

$$n_{\rm P} = 10^6 n_0 - n_0 \approx 10^6 n_0$$

= $(10^6)(10^{16} \text{ m}^{-3}) = 10^{22} \text{ m}^{-3}.$

Tak więc do każdego metra sześciennego krzemu trzeba dodać 10^{22} atomów fosforu.

Wkład atomów krzemu: Koncentrację atomów krzemu n_{Si} w czystym krzemie (przed domieszkowaniem) możemy obliczyć, korzystając z równania (41.4), które możemy przepisać jako

 $\begin{pmatrix} \text{liczba atomów} \\ \text{w próbce} \end{pmatrix}$ $= \frac{(\text{gęstość krzemu})(\text{objętość próbki } V)}{(\text{masa molowa krzemu } M_{\text{Si}})/N_{\text{A}}}.$

Aby uzyskać koncentrację atomów krzemu n_{Si} , dzielimy obie strony przez objętość próbki *V* i otrzymujemy

$$n_{\rm Si} = \frac{(\text{gęstość krzemu})N_{\rm A}}{M_{\rm Si}}$$

W dodatku F znajdziemy gęstość krzemu, która wynosi 2,33 g/cm³ (= 2330 kg/m³) i masę molową krzemu 28,1 g/mol (= 0,0281 kg/mol). Mamy zatem

$$n_{\rm Si} = \frac{(2330 \text{ kg/m}^3)(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{0,0281 \text{ kg/mol}}$$
$$= 5 \cdot 10^{28} \text{ atomów/m}^3 = 5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

Stosunek, którego szukamy, równy jest zatem w przybliżeniu

$$\frac{n_{\rm P}}{n_{\rm Si}} = \frac{10^{22} \,\mathrm{m}^{-3}}{5 \cdot 10^{28} \,\mathrm{m}^{-3}} = \frac{1}{5 \cdot 10^6} \qquad (\text{odpowied} \acute{z}).$$

Zamieniając zaledwie *jeden na pięć milionów atomów krzemu* na atom fosforu, możemy zwiększyć liczbę elektronów w paśmie przewodnictwa milion razy.

Dlaczego tak niewielki dodatek fosforu wydaje się mieć tak ogromny wpływ na właściwości krzemu? Odpowiedź brzmi: mimo że efekt jest znaczący, nie jest on jednak "ogromny". Koncentracja elektronów przewodnictwa wynosiła przed domieszkowaniem 10^{16} m⁻³ i 10^{22} m⁻³ po domieszkowaniu. Jednak koncentracja elektronów przewodnictwa miedzi (podana w tabeli 41.1) wynosi około 10^{29} m⁻³. Zatem nawet po domieszkowaniu, koncentracja elektronów przewodnictwa w krzemie jest około 10^7 razy mniejsza niż w typowym metalu, jakim jest miedź.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

41.3. ZŁĄCZE p-n I TRANZYSTOR

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- **41.29** opisać złącze *p*-*n* i wyjaśnić jego działanie;
- 41.30 zdefiniować prąd dyfuzji, ładunek przestrzenny, obszar zubożony, kontaktową różnicę potencjałów i prąd unoszenia;
- 41.31 opisać działanie złącza prostowniczego;

- 41.32 rozróżnić polaryzację w kierunku przewodzenia i zaporowym;
- **41.33** objaśnić ogólne własności diody świecącej, fotodiody, lasera złączowego i tranzystora typu MOSFET.

Podstawowe fakty

Złącze *p-n* jest pojedynczym kryształem półprzewodzącym, którego jeden koniec został domieszkowany na typ *p*, a drugi — na typ *n*. Te dwa obszary stykają się w płaszczyźnie złącza.
W równowadze termicznej na płaszczyźnie złącza zachodzą następujące zjawiska: 1) nośniki większościowe dyfundują przez płaszczyznę, tworząc prąd dyfuzji *I*_{dyf}. 2) Nośniki mniejszościowe są przeciągane przez płaszczyznę złącza, tworząc prąd dryfu *I*_{dryf}. 3) Na płaszczyźnie styku powstaje obszar zubożony. 4) W obszarze zubożonym powstaje kontaktowa różnica potencjałów *V*₀.

• Złącze p-n przewodzi prąd elektryczny wyraźnie lepiej przy

jednym kierunku przyłożonej różnicy potencjału (polaryzacja w kierunku przewodnictwa) niż w kierunku przeciwnym (polaryzacja w kierunku zaporowym), dzięki czemu może ono służyć jako złącze prostujące.

 Złącze *p-n* wykonane z niektórych materiałów może emitować światło przy polaryzacji w kierunku przewodzenia, służąc dzięki temu jako dioda świecąca (LED).

 Złącze p-n wysyłające światło może również być tak wykonane, aby zachodziła emisja wymuszona, dzięki czemu złącze takie może służyć jako laser.

Złącze p-n

Złącze *p*-*n* (rys. 41.12a), mające zasadniczą wagę dla większości urządzeń półprzewodnikowych, jest selektywnie domieszkowanym kryształem półprzewodnika. Jeden obszar takiego kryształu jest domieszkowany na typ n, obszar sąsiedni zaś jest domieszkowany na typ p. Załóżmy, że rozważane złącze zostało utworzone mechanicznie przez ściśnięcie płytki półprzewodnika typu n i płytki półprzewodnika typu p. W efekcie przejście pomiędzy jednym obszarem a drugim jest idealne i zachodzi w jednej płaszczyźnie, **płaszczyźnie złącza**.

Zastanówmy się nad ruchem elektronów i dziur zaraz po ściśnięciu elektrycznie obojętnych kawałków materiału typu n i materiału typu p. Najpierw zajmiemy się nośnikami większościowymi, którymi w materiale typu n są elektrony, a w materiale typu p — dziury.



Ruch nośników większościowych

Jeśli rozerwiesz balon wypełniony helem, atomy helu zaczną dyfundować (rozprzestrzeniać się) w otaczającym powietrzu. Dzieje się tak dlatego, że w zwykłym powietrzu jest bardzo niewiele atomów helu. Opisując to zjawisko w języku bardziej formalnym: na granicy balon–powietrze istnieje *gradient koncentracji* helu (koncentracja atomów helu zmienia się przy przejściu przez tę granicę). Atomy helu, poruszając się, będą dążyć do zredukowania tego gradientu.

W taki sam sposób na rysunku 41.12a elektrony w obszarze typu n, znajdujące się blisko płaszczyzny złącza, będą dyfundowały przez nią (na rysunku z prawej strony na lewo), przechodząc do obszaru typu p, gdzie elektronów jest niewiele. Podobnie dziury w obszarze typu p, które są

Rys. 41.12. a) Złącze *p*-*n*. b) Przepływ nośników wiekszościowych przez płaszczyznę złącza powoduje wystąpienie ładunku przestrzennego związanego z nieskompensowanymi jonami donorów (po prawej stronie złącza) i akceptorów (po lewej stronie złącza). c) Z powstaniem obszaru ładunku przestrzennego o szerokości d_0 wiąże się kontaktowa różnica potencjałów V_0 . d) Dyfuzja nośników większościowych (zarówno elektronów, jak i dziur) przez płaszczyzne złącza wywołuje przepływ prądu dyfuzji $I_{\rm dvf}$. (W rzeczywistym złączu *p*-*n* granice obszaru zubożonego nie są ostre, a zatem zależność potencjału kontaktowego od położenia (rys. c) nie jest krzywą łamaną)

blisko płaszczyzny złącza, będą dążyć do przejścia przez nią (na rysunku z lewej strony w prawo) do obszaru typu *n*, gdzie jest niewiele dziur. Ten ruch elektronów i dziur tworzy **prąd dyfuzji** I_{dyf} , zgodnie z konwencją skierowany z lewej strony w prawo, jak to pokazano na rysunku 41.12d.

Przypomnij sobie, że obszar typu n jest naszpikowany dodatnio naładowanymi jonami donorów, trwale związanymi w sieci krystalicznej. W normalnych warunkach nadmiarowy ładunek dodatni każdego z tych jonów jest kompensowany przez ładunek elektronów z pasma przewodnictwa. Jednak gdy elektron pochodzący z obszaru typu n przedyfunduje przez płaszczyznę złącza, dyfuzja "odsłania" jeden z tych zjonizowanych donorów, wprowadzając w obszarze typu n, w pobliżu płaszczyzny złącza nieruchomy ładunek dodatni. Gdy dyfundujący elektron przybędzie do obszaru typu p, szybko zrekombinuje ze zjonizowanym akceptorem (któremu brakuje jednego elektronu), wprowadzając w ten sposób w pobliże płaszczyzny złącza nieruchomy ładunek ujemny w obszarze typu p.

W taki sposób elektrony dyfundujące przez płaszczyznę złącza z prawej strony w lewo na rysunku 41.12a powodują powstanie po obu stronach płaszczyzny złącza **ładunku przestrzennego**, o znaku dodatnim po stronie n i znaku ujemnym po stronie p, jak to jest pokazane na rysunku 41.12b.

Dziury dyfundujące przez płaszczyznę złącza z lewej strony na prawo działają dokładnie w taki sam sposób. (Zastanów się, czy rozumiesz dlaczego). Ruch obu rodzajów nośników większościowych — elektronów i dziur — przyczynia się do wytworzenia tych dwóch obszarów ładunku przestrzennego — jednego dodatniego i jednego ujemnego. Te dwa obszary tworzą razem **obszar zubożony**, nazwany tak dlatego, gdyż jest w nim stosunkowo niewiele *ruchomych* nośników ładunku; szerokość tego obszaru oznaczyliśmy na rysunku 41.12b jako d_0 .

Tworzenie się ładunku przestrzennego powoduje powstanie w obszarze zubożonym **kontaktowej różnicy potencjałów** V_0 związanej z tym ładunkiem, tak jak to pokazano na rysunku 41.12c. Ta różnica potencjałów utrudnia dalszą dyfuzję elektronów i dziur przez płaszczyznę złącza. Ładunki ujemne są wypychane z obszaru o niskim potencjale. Elektron zbliżający się do płaszczyzny złącza od strony prawej na rysunku 41.12b porusza się w kierunku obszaru niskiego potencjału i zostanie zawrócony do obszaru typu *n*. Podobnie ładunek dodatni (dziura) zbliżający się do płaszczyzny złącza od strony lewej porusza się w kierunku obszaru wysokiego potencjału i w efekcie zawróci do obszaru typu *p*.

Ruch nośników mniejszościowych

Jak pokazano na rysunku 41.11a, mimo że nośnikami większościowymi w materiale typu n są elektrony, to jest tam trochę dziur. Tak samo w materiale typu p (rysunek 41.11b) nośnikami większościowymi są dziury, ale jest tam także nieco elektronów. Te niewielkie liczby dziur i elektronów są w odpowiednich materiałach nośnikami mniejszościowymi.

Mimo że różnica potencjałów V_0 na rysunku 41.12c stanowi barierę dla nośników większościowych, to na nośniki mniejszościowe, czy to elektrony po stronie typu p, czy dziury po stronie typu n, będzie działała jak katapulta. Ładunki dodatnie (dziury) dążą do obszarów o niskim potencjale, a ładunki ujemne (elektrony) dążą do obszarów o potencjale wysokim. Tak więc oba rodzaje nośników mniejszościowych *zasysane* są przez tę różnicę potencjałów i *przeciągane* przez płaszczyznę złącza. W rezultacie ruch nośników mniejszościowych (elektronów i dziur w odpowiednich obszarach) prowadzi do powstania **prądu unoszenia** *I*_{dryf} (zwanego także prądem dryfowym) płynącego przez płaszczyznę złącza ze strony prawej na lewo, tak jak to pokazano na rysunku 41.12d.

Zatem izolowane złącze *p-n* pozostaje w stanie równowagi, gdy na jego końcach panuje różnica potencjałów V_0 . W stanie równowagi średni prąd dyfuzji I_{dyf} płynący przez płaszczyznę złącza z obszaru typu *p* do obszaru typu *n* jest akurat równy średniemu prądowi unoszenia I_{dryf} płynącemu w przeciwną stronę. Oba te prądy nawzajem się znoszą, ponieważ wypad-kowy prąd płynący przez płaszczyznę złącza musi być równy zeru. Inaczej ładunek elektryczny przenoszony byłby bez końca z jednego krańca złącza na drugi.

Sprawdzian 2

Który z wymienionych poniżej prądów płynących przez płaszczyznę złącza z rysunku 41.12a musi być równy zeru:

- a) wypadkowy prąd dziur, będących zarówno nośnikami większościowymi, jak i mniejszościowymi?
- b) wypadkowy prąd elektronów, będących zarówno nośnikami większościowymi, jak i mniejszościowymi?
- c) wypadkowy prąd elektronów i dziur, będących zarówno nośnikami większościowymi, jak i mniejszościowymi?
- d) wypadkowy prąd nośników większościowych, zarówno elektronów, jak i dziur?
- e) wypadkowy prąd nośników mniejszościowych, zarówno elektronów, jak i dziur?

Złącze prostujące

Popatrzmy teraz na rysunek 41.13. Pokazuje on, że po przyłożeniu do złącza *p-n* różnicy potencjałów w jednym kierunku (oznaczonym tu jako dodatni) popłynie przez nie prąd elektryczny. Jednak gdy zmienimy znak przyłożonej różnicy potencjałów, natężenie prądu płynącego przez złącze będzie w przybliżeniu równe zeru.

Właściwość tę wykorzystano w **złączu prostującym**, którego schematyczne oznaczenie pokazano na rysunku 41.14b. Strzałka wskazuje obszar typu *p* złącza, czyli kierunek (umowny) dozwolonego przepływu prądu. W złączu prostującym sinusoidalnie zmienne napięcie wejściowe (rys. 41.14a) jest przekształcane w "obcięte" do połowy napięcie wyjściowe (rys. 41.14c). Złącze działa jak przełącznik, który dla jednego znaku napięcia wejściowego jest zamknięty (opór zerowy), a dla drugiego jest otwarty (opór nieskończony). Średnia wartość napięcia wejściowego — nie. Tak więc złącza prostującego można używać jako części urządzenia służącego do zamiany napięcia zmiennego na stałe, na przykład w zasilaczach elektronicznych.

Na rysunku 41.15 wyjaśniono, dlaczego złącze *p-n* działa jak prostownik. Dodatnia elektroda źródła prądu na rysunku 41.15a jest podłączona



Rys. 41.13. Charakterystyka

prądowo-napięciowa złącza *p-n* pokazująca, że złącze spolaryzowane w kierunku przewodzenia ma bardzo mały opór, spolaryzowane zaś w kierunku zaporowym w zasadzie nie przewodzi prądu



Rys. 41.14. Złącze *p-n* działające jako złącze prostujące. Działanie obwodu pokazanego na rysunku (b) polega na przepuszczaniu dodatniej części napięcia wejściowego z rysunku (a) i zatrzymywaniu ujemnej części tego sygnału. Średnia wartość napięcia wejściowego jest równa zeru, średnie napięcie wyjściowe zaś pokazane na rysunku (c) ma dodatnią wartość $V_{\text{śr}}$

do obszaru typu p złącza. Dla tej **polaryzacji złącza w kierunku przewodzenia** obszar typu p będzie miał wyższy potencjał, natomiast potencjał obszaru typu n stanie się bardziej ujemny. Doprowadzi to do *obniżenia* bariery potencjału V_0 z rysunku 41.12c. Więcej nośników większościowych może teraz pokonać tę niższą barierę, a więc prąd dyfuzji I_{dyf} znacznie się zwiększy.

Nośniki mniejszościowe tworzące prąd unoszenia nie czują jednak istnienia bariery. Zatem podłączenie zewnętrznej baterii nie wpłynie na natężenie prądu unoszenia I_{dryf} . Równowaga prądów unoszenia i dyfuzji istniejąca w złączu bez zewnętrznej polaryzacji (patrz rysunek 41.12d) załamuje się i, jak to pokazano na rysunku 41.15a, w obwodzie pojawia się duży wypadkowy prąd przewodzenia I_{przew} .

Innym efektem polaryzacji złącza w kierunku przewodzenia jest zmniejszenie szerokości obszaru zubożonego, jak to wynika z porównania rysunku 41.12b i rysunku 41.15a. Obszar zubożony zwęża się, gdyż polaryzacja złącza w kierunku przewodzenia zmniejsza barierę potencjału, co powoduje zmniejszenie ładunku przestrzennego. Ponieważ jony tworzące ten ładunek tkwią nieruchomo w sieci krystalicznej, zatem zmniejszenie ładunku przestrzennego może nastąpić wyłącznie na drodze zmniejszenia szerokości obszaru zubożonego.

W obszarze zubożonym znajduje się zwykle bardzo niewiele nośników prądu, zatem jest to normalnie obszar o dużym oporze. Jednak kiedy jego szerokość zmniejsza się znacznie pod wpływem polaryzacji przewodzenia, ten opór również ulega istotnemu zmniejszeniu, co jest spójne z dużym natężeniem prądu przewodzenia.

Na rysunku 41.15b pokazano złącze *p-n* **spolaryzowane w kierunku zaporowym**: ujemna elektroda baterii podłączona jest do obszaru typu *p*. Tym razem przyłożenie różnicy potencjałów spowoduje *wzrost* kontaktowej różnicy potencjałów. W efekcie prąd dyfuzji znacznie się *zmniejszy*, podczas gdy prąd unoszenia pozostanie niezmieniony. Wypadkowy prąd zaporowy I_{zap} będzie stosunkowo *mały*. Obszar zubożony *poszerzy* się, jego *duży* opór zaś będzie spójny z *małym* natężeniem prądu zaporowego I_{zap} .

Dioda świecąca (LED)

Ciągle dziś spotykamy kolorowe "elektroniczne" cyferki, które mrugają do nas z kas sklepowych, na stacjach benzynowych, w kuchenkach mikrofalowych i budzikach. Trudno byłoby też żyć bez niewidzialnych wiązek pod-



Rys. 41.15. a) Złącze *p-n* spolaryzowane w kierunku przewodzenia: obszar zubożony zawęża się, przez złącze płynie duży prąd przewodzenia I_{przew} . b) Złącze *p-n* spolaryzowane w kierunku zaporowym: obszar zubożony poszerza się, przez złącze płynie mały prąd zaporowy I_{zap}

czerwieni, kontrolujących drzwi w windzie czy emitowanych przez pilota sterującego telewizorem. Światło takie jest w prawie wszystkich przypadkach emitowane przez złącze p-n działające jako **dioda świecąca** (LED — z ang. *light emitting diode*). W jaki sposób w złączu p-n powstaje światło?

Zacznijmy od zwykłego półprzewodnika. Kiedy następuje przejście elektron–dziura, a więc gdy elektron z dna pasma przewodnictwa rekombinuje z dziurą z wierzchołka pasma walencyjnego, uwalniana jest przy tym energia równa szerokości przerwy energetycznej E_g . W krzemie, germanie i wielu innych półprzewodnikach energia ta jest w większości przekazywana drganiom termicznym sieci i w efekcie nie jest emitowane żadne światło.

Jednak w niektórych półprzewodnikach, na przykład w arsenku galu (GaAs), energia ta może zostać wyemitowana w postaci fotonu o energii hv i długości fali

$$\lambda = \frac{c}{v} = \frac{c}{E_{\rm g}/h} = \frac{hc}{E_{\rm g}}.$$
(41.11)

Aby ilość emitowanego światła była na tyle duża, żeby złącze było użyteczne jako źródło światła, w materiale musi zachodzić dostatecznie dużo przejść elektron–dziura. Warunek ten *nie* jest spełniony w czystym półprzewodniku, ponieważ w temperaturze pokojowej nie istnieje w nim po prostu wystarczająco dużo par elektron–dziura. Domieszkowanie nic nie pomoże, jak to wyjaśniono na rysunku 41.11. W domieszkowanym obszarze typu *n* liczba elektronów przewodnictwa jest bardzo duża, ale nie ma w nim dostatecznie wiele dziur, które mogłyby z tymi elektronami rekombinować. W obszarze typu *p* jest mnóstwo dziur, ale nie ma dostatecznie wielu elektronów, które mogłyby z tymi dziurami rekombinować. Zatem ani czysty, ani domieszkowany półprzewodnik nie zapewniają na tyle dużej liczby par elektron–dziura, aby można je było wykorzystać jako użyteczne źródło światła.

Potrzebny jest nam materiał półprzewodnikowy o bardzo dużej liczbie elektronów w paśmie przewodnictwa *oraz* odpowiednio dużej liczbie dziur w paśmie walencyjnym. Układ o tej właściwości można uzyskać, silnie polaryzując w kierunku przewodzenia znacznie domieszkowane złącze *p-n*, tak jak to pokazano na rysunku 41.16. W takim układzie prąd *I* płynący przez złącze dostarcza elektronów do materiału typu *n* i dziur do materiału typu *p*. Jeśli domieszkowanie jest wystarczająco silne, natężenie prądu zaś wystarczająco duże, to obszar zubożony może stać się bardzo cienki (może mieć tylko kilka mikrometrów grubości). W efekcie obszar o bardzo dużej koncentracji elektronów w materiale typu *n* jest rozdzielony wąskim obszarem zubożonym od obszary o tak dużych koncentracjach znajdują się blisko siebie, w obszarze zubożonym może zachodzić mnóstwo procesów rekombinacji elektronów i dziur. Na rysunku 41.17 pokazano budowę prawdziwej diody świecącej.

Diody świecące dostępne w handlu emitujące światło w zakresie widzialnym są zwykle tworzone ze związków galu, arsenu i fosforu. Przerwa energetyczna E_g w mieszanym krysztale arsenku (60%) i fosforku (40%) galu wynosi około 1,8 eV, co odpowiada czerwonej barwie światła. Inne



Rys. 41.16. Złącze *p-n* spolaryzowane w kierunku przewodzenia: elektrony wstrzykiwane są do materiału typu *n*, dziury zaś do materiału typu *p*. (Dziury poruszają sie zgodnie z kierunkiem prądu *I*, który jest przeciwny do kierunku ruchu elektronów). Za każdym razem, gdy w wąskim obszarze zubożonym elektron rekombinuje z dziurą, emitowane jest stamtąd światło



Rys. 41.17. Przekrój diody świecącej — LED (dioda ma symetrię osiową wokół przedstawionej osi). Materiał typu p, na tyle cienki, aby przepuszczał światło, ma kształt dysku. Kontakt elektryczny z tym materiałem zapewnia metalowy pierścień znajdujący się na jego obwodzie. Obszar zubożony pomiędzy materiałem typu ni materiałem typu p nie został pokazany

układy materiałów umożliwiają konstrukcję diod świecących emitujących światło praktycznie w całym zakresie widzialnym, bliskiej podczerwieni, a także bliskiego nadfioletu.

Fotodioda

Przepuszczanie prądu przez odpowiednio zaprojektowane złącze p-n powoduje generację światła. Istnieje też efekt odwrotny — oświetlanie odpowiednio zaprojektowanego złącza p-n spowoduje przepływ prądu w obwodzie, którego częścią jest to złącze. Taki efekt to podstawa działania **fotodiody**.

Kiedy używasz telewizyjnego pilota, dioda świecąca, która się w nim znajduje, wysyła zakodowaną sekwencję impulsów światła podczerwonego. Odbiornik w telewizorze to bardziej skomplikowana wersja prostej (dwuelektrodowej) fotodiody, która nie tylko wykrywa sygnały w podczerwieni, ale także je wzmacnia i przekształca na sygnały elektryczne zmieniające na przykład kanał lub dopasowujące siłę głosu.

Laser złączowy

W układzie przedstawionym na rysunku 41.16 istnieje wiele elektronów w paśmie przewodnictwa materiału typu n i wiele dziur w paśmie walencyjnym materiału typu p. Tak więc mamy do czynienia z **inwersją obsadzeń** dla elektronów — na wyższych poziomach energetycznych znajduje się więcej elektronów niż na poziomach niższych. Jak przekonaliśmy się w podrozdziale 40.7, może to prowadzić do akcji laserowej.

Kiedy pojedynczy elektron przechodzi z pasma przewodnictwa do pasma walencyjnego, może przy tym wyemitować energię w postaci fotonu. Foton ten może wymusić przejście do pasma walencyjnego kolejnego elektronu, powodując tym samym powstanie drogą emisji wymuszonej drugiego fotonu. W ten sposób, jeśli prąd płynący przez złącze jest dostatecznie duży, może pojawić się lawina aktów emisji wymuszonej i może zostać wygenerowane światło laserowe. Aby do tego doprowadzić, przeciwległe powierzchnie kryształu ze złączem *p-n* muszą być płasko-równoległe. W ten sposób światło może odbijać się tam i z powrotem wewnątrz kryształu. (Przypomnij sobie, że w laserze helowo-neonowym z rysunku 40.20 służyła do tego celu para zwierciadeł). Tak więc złącze *p-n* może działać jako **laser złączowy**. Światło emitowane przez taki laser jest wysoce spójne, a jego widmo jest znacznie węższe niż widmo światła generowanego w diodzie świecącej.

Lasery złączowe znajdują się w odtwarzaczach płyt kompaktowych (CD). Detekcja ich światła, odbitego od wirującej płyty, pozwala zamienić układ mikroskopijnych wgłębień w płycie w dźwięk. Lasery złączowe znajdują też szerokie zastosowanie w telekomunikacji światłowodowej. Na rysunku 41.18 pokazano jak niewielkie są ich rozmiary. Lasery złączowe używane w telekomunikacji emitują zwykle światło w podczerwonym zakresie widma elektromagnetycznego. Ma to związek z dwoma "oknami" pojawiającymi się w tym zakresie ($\lambda = 1,31 \ \mu m i \ \lambda = 1,55 \ \mu m$), w których absorpcja energii przypadająca na jednostkę długości światłowodu przyjmuje minimum.



Rys. 41.18. Laser złączowy opracowany w AT&T Bell Laboratories. Sześcian po prawej stronie zdjęcia to ziarnko soli (dzięki uprzejmości AT&T Archives and History Center, Warren, New Jersey)

Przykład 41.07. Dioda świecąca (LED)

Złącze *p-n*, z którego wykonano pewną diodę świecącą, zbudowano ze związku półprzewodnikowego GaAsP o przerwie energetycznej wynoszącej 1,9 eV. Ile wynosi długość fali światła emitowanego przez tę diodę?

Obliczenia: Dla przejść z dna pasma przewodnictwa do wierzchołka pasma walencyjnego równanie (41.11) daje

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

nam

$$\lambda = \frac{hc}{E_g} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{(1,9 \text{ eV})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV})}$$
$$= 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 650 \text{ nm} \qquad (\text{odpowied} \acute{z}).$$

Dioda emituje światło czerwone.

Tranzystor

Tranzystor jest trójelektrodowym przyrządem półprzewodnikowym, który może służyć do wzmacniania sygnałów elektrycznych. Na rysunku 41.19 pokazano schemat budowy tranzystora polowego (FET — *field-effect transistor*). Przepływem elektronów ze źródła S (ang. *source*) w lewą stronę, przez obszar zaznaczony na szaro, do drenu D (ang. *drain*) można sterować w takim tranzystorze za pomocą pola elektrycznego (stąd tranzystor polowy). Pole to powstaje w wyniku przyłożenia odpowiedniego potencjału elektrycznego do bramki G (ang. *gate*). Istnieje wiele rodzajów tranzystora polowego, a mianowicie tranzystorem MOSFET (*metal-oxide-semiconductor-field-effect transistor* — tranzystor polowy metal-tlenek–półprzewodnik). Tranzystor MOSFET znajduje tak wiele zastosowań, że można by go nazwać wołem roboczym współczesnego przemysłu elektronicznego.

W wielu zastosowaniach tranzystor MOSFET pracuje wyłącznie w dwóch stanach: gdy prąd źródło–dren I_{DS} płynie (bramka otwarta — stan ON) lub gdy nie płynie (bramka zamknięta — stan OFF). Pierwszemu z nich możemy przypisać wartość 1, drugiemu zaś 0 w systemie dwójkowym, na którym oparte jest działanie cyfrowych układów logicznych. Przełączanie pomiędzy stanami ON i OFF w tranzystorze MOSFET może odbywać się z dużą częstością. W efekcie w obwodach zbudowanych na tych tranzystorach można bardzo szybko przetwarzać dane zapisane w logice binarnej. W układach elektronicznych wszelkiego rodzaju stosuje się standardowo tranzystory MOSFET o rozmiarach rzędu 500 nm, a więc rzędu długości fali światła żółtego.

Na rysunku 41.20 pokazano podstawowe elementy budowy tranzystora MOSFET. Podłoże stanowi monokryształ krzemu lub innego materiału półprzewodnikowego, który domieszkuje się nieznacznie tak, aby otrzymać półprzewodnik typu *p*, służący za *podłoże*. W takim podłożu tkwią dwie "wyspy" silnie domieszkowane tak, aby otrzymać półprzewodnik typu *n*, stanowiące dren D i źródło S. Dren i źródło połączone są cienkim kanałem materiału typu *n*, zwanym **kanałem typu** *n*. Na powierzchni kryształu umieszczona jest cienka izolująca warstwa dwutlenku krzemu (stąd O w nazwie MOSFET). Do warstwy tej przyłączone są dwa metaliczne kontakty do drenu D i źródła S. Nad kanałem typu *n* znajduje się cienka warstwa metalu (stąd M w nazwie MOSFET) tworząca bramkę G. Zauważ, że bramka



Rys. 41.19. Obwód elektryczny z tranzystorem polowym, w którym elektrony płyną ze źródła S do drenu D. (Zgodnie z konwencją prąd *I*_{DS} płynie w przeciwnym kierunku). Natężenie prądu *I*_{DS} sterowane jest polem elektrycznym wytwarzanym w tranzystorze FET przez przyłożenie napięcia do bramki G



Rys. 41.20. Tranzystor MOSFET szczególny typ tranzystora polowego. Natężeniem prądu I_{DS} płynącego kanałem typu *n* można sterować, zmieniając różnicę potencjałów V_{GS} przyłożoną pomiędzy źródłem S a bramką G. Obszar zubożony istniejący pomiędzy materiałem typu *n* i podłożem typu *p* nie został pokazany G nie ma bezpośredniego kontaktu elektrycznego z pozostałymi elektrodami i podłożem, gdyż jest od nich oddzielona izolującą warstwą tlenku.

Załóżmy najpierw, że źródło S i podłoże typu p są uziemione (tzn. mają potencjał zerowy), bramka G zaś nie jest podłączona do żadnego źródła siły elektromotorycznej. Przyłóżmy pomiędzy drenem a źródłem takie napięcie V_{DS} , żeby potencjał drenu był dodatni. W takim wypadku ze źródła do drenu kanałem typu n płynąć będą elektrony. Prąd I_{DS} płynący przez obszar typu n będzie konwencjonalnie skierowany od drenu do źródła, tak jak to pokazano na rysunku 41.20.

Przyłóżmy następnie do bramki takie napięcie V_{GS} , żeby miała ona niższy potencjał niż źródło. Ujemny potencjał bramki G powoduje powstanie w strukturze tranzystora pola elektrycznego (stąd tranzystor polowy), które będzie starało się wypychać elektrony z kanału typu *n* do podłoża. Zwiększa to szerokość obszaru zubożonego istniejącego pomiędzy kanałem a podłożem. Poszerzenie obszaru zubożonego odbywa się kosztem kanału typu *n*. Redukcja szerokości kanału wiąże się ze zmniejszeniem liczby nośników ładunku, które w nim istnieją. To z kolei prowadzi do wzrostu oporu tego kanału i w efekcie do zmniejszenia natężenia prądu I_{DS} . Dobierając odpowiednio wartość napięcia V_{GS} , można ten prąd całkowicie wyłączyć. W taki sposób zmieniając napięcie V_{GS} , można przełączać tranzystor MOSFET pomiędzy stanami OFF i ON.

Nośniki ładunku nie płyną przez *podłoże*, ponieważ: 1) jest ono słabo domieszkowane, 2) nie jest dobrym przewodnikiem i 3) jest oddzielone od kanału i dwóch silnie domieszkowanych obszarów typu n izolującą warstwą obszaru zubożonego, która nie została pokazana na rysunku 41.20. Taka warstwa zubożona zawsze istnieje na granicy między materiałem typu n i materiałem typu p, tak jak to pokazano na rysunku 41.12b.

Komputery i inne urządzenia elektroniczne wykorzystują tysiące (jeśli nie miliony) tranzystorów i innych elementów elektronicznych, takich jak kondensatory i oporniki. Wszystkich tych elementów nie składa się osobno, ale wbudowuje w jeden półprzewodnikowy **układ scalony** (**chip**) z milionami tranzystorów i wieloma innymi podzespołami elektronicznymi.

Podsumowanie

Metale, półprzewodniki i izolatory Trzy właściwości elektryczne, które można wykorzystać do rozróżnienia krystalicznych ciał stałych, to: opór właściwy ρ , temperaturowy współczynnik oporu α i koncentracja nośników ładunku *n*. Ciała stałe można ogólnie podzielić na izolatory (bardzo duży opór właściwy ρ), metale (niewielkie ρ , niewielkie dodatnie wartości współczynnika α i znaczna koncentracja *n*) oraz półprzewodniki (duże ρ , ujemne i duże α i małe *n*).

Poziomy energetyczne i przerwy energetyczne w krysztale Izolowany atom może istnieć wyłącznie w jednym z dyskretnych stanów energetycznych. Gdy atomy zbliżają się do siebie, tworząc ciało stałe, odległości między poziomami poszczególnych atomów się zmniejszają. W efekcie w ciele stałym powstają dyskretne **pasma** energetyczne. Pasma te oddzielone są od siebie **przerwami** energetycznymi, z których każda odpowiada energiom, jakich nie może mieć żaden elektron. Każde pasmo energetyczne składa się z ogromnej liczby poziomów o bardzo bliskich energiach. Zasada Pauliego zapewnia, że każdy z tych poziomów może być obsadzony wyłącznie przez jeden elektron.

Izolatory Najwyższe pasmo energetyczne obsadzone przez elektrony jest w izolatorze całkowicie zapełnione. Pasmo to jest oddzielone od pustego pasma o wyższej energii tak znaczną przerwą energetyczną, że elektrony w zasadzie nigdy nie są w stanie jej pokonać, dysponując energią termiczną.

Metale Najwyższe pasmo energetyczne obsadzone przez elektrony jest w metalu zapełnione tylko częściowo. Energia najwyższego obsadzonego poziomu energetycznego w tym paśmie w temperaturze zera bezwzględnego nazywana jest **energią Fermiego** $E_{\rm F}$ w metalu.
Elektrony w częściowo zapełnionym paśmie to **elektrony przewodnictwa**. Ich liczba wynosi

$$\begin{pmatrix} \text{liczba elektronów} \\ \text{przewodnictwa w próbce} \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \text{liczba atomów} \\ \text{w próbce} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{liczba elektronów} \\ \text{walencyjnych} \\ \text{przypadających na atom} \end{pmatrix}.$$
(41.2)

Liczba atomów w próbce równa jest

Koncentracja elektronów przewodnictwa n równa jest

$$n = \frac{\text{liczba elektronów przewodnictwa w próbce}}{\text{objętość próbki } V}.$$
 (41.3)

Funkcja **gęstości stanów** N(E), opisująca liczbę dostępnych poziomów energetycznych przypadających na jednostkową objętość próbki i na jednostkowy przedział energii, ma postać

$$N(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{3/2}}{h^3} E^{1/2} \qquad (\text{gestość stanów, m}^{-3} \cdot J^{-1})$$
(41.5)

gdzie $m (= 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg})$ jest masą elektronu, $h (= 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})$ jest stałą Plancka, E jest energią w dżulach, dla której obliczana jest wartość N(E). Aby zmodyfikować ten wzór, tak aby wartość E podawana była w elektronowoltach, a wartość N(E) — w m⁻³ · eV⁻¹, przemnóż prawą stronę przez $e^{3/2}$ (gdzie $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).

Prawdopodobieństwo obsadzenia P(E), opisujące prawdopodobieństwo, że dany dozwolony stan będzie obsadzony przez elektron, równe jest

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_{\rm F})/kT} + 1}$$
(prawdopodobieństwo obsadzenia). (41.6)

Gęstość stanów obsadzonych $N_0(E)$ równa jest iloczynowi dwóch wielkości opisywanych przez równania (41.5) i (41.6):

$$N_{0}(E) = N(E)P(E)$$
 (gęstość stanów obsadzonych).
(41.7)

Energię Fermiego dla metalu można obliczyć, całkując gęstość stanów obsadzonych $N_0(E)$ w temperaturze T = 0 od energii E = 0 do energii $E = E_F$. Wynikiem takiego całkowania jest

$$E_{\rm F} = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0.121h^2}{m} n^{2/3}.$$
 (41.9)

Półprzewodniki Struktura pasmowa **półprzewodników** jest taka sama jak struktura izolatorów. Jedynie szerokość przerwy energetycznej E_g jest w półprzewodniku znacznie mniejsza niż w izolatorze. W krzemie (półprzewodniku) w temperaturze pokojowej drgania termiczne przenoszą nieco elektronów do **pasma przewodnictwa**, pozostawiając tyle samo **dziur** w **paśmie walencyjnym**. Zarówno elektrony, jak i dziury są nośnikami ładunku elektrycznego. Liczbę elektronów w paśmie przewodnictwa krzemu można znacznie zwiększyć, domieszkując go niewielką ilością fosforu i uzyskując tym samym **materiał typu n**. Liczbę dziur w paśmie walencyjnym można znacznie zwiększyć, domieszkując krzem glinem. Domieszkowanie takie prowadzi do uzyskania **materiału typu p**.

Złącze *p-n* Złącze *p-n* to pojedynczy kryształ półprzewodnika, w którym jeden obszar domieszkowany jest tak, aby powstał półprzewodnik typu *n*, a drugi, sąsiadujący z nim obszar domieszkowany jest tak, aby powstał półprzewodnik typu *p*. Granicę pomiędzy jednym a drugim obszarem nazywamy **płaszczyzną złącza**. W równowadze termodynamicznej na płaszczyźnie tej zachodzą następujące zjawiska:

- Nośniki większościowe (elektrony w obszarze typu n i dziury w obszarze typu p) dyfundują przez płaszczyznę złącza, tworząc **prąd dyfuzji** I_{dvf} .
- Nośniki mniejszościowe (dziury w obszarze typu n i elektrony w obszarze typu p) są przeciągane przez płaszczyznę złącza i tworzą **prąd unoszenia** I_{dryf} . Oba wymienione prądy mają jednakową wartość bezwzględną, co sprawia, że prąd wypadkowy wynosi zero.
- Po obu stronach płaszczyzny złącza powstaje **obszar zubo**żony (w swobodne nośniki ładunku), w którym znajdują się zjonizowane atomy donorów i akceptorów.
- W obszarze zubożonym powstaje kontaktowa różnica potencjałów V_0 .

Zastosowania złącza *p-n* Złącze *p-n*, do którego przyłożono różnicę potencjałów, znacznie łatwiej przewodzi prąd dla jednej polaryzacji niż dla polaryzacji przeciwnej. Tak więc złącze *p-n* może działać jak **złącze prostujące**.

Złącze *p-n* spolaryzowane w kierunku przewodzenia może emitować światło, a więc działać jako **dioda świecąca** (LED). Długość fali emitowanego światła dana jest wzorem

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E_{\rm g}}.\tag{41.11}$$

Silnie spolaryzowane w kierunku przewodzenia złącze *p-n*, w którym boczne ściany są płasko-równoległe, może działać jak **laser złączowy**, emitujący światło o bardzo dobrze określonej długości fali.

Pytania

1 Od których z poniższych cech zależy różnica energii pomiędzy sąsiednimi poziomami w najwyższym obsadzonym paśmie energetycznym metalu: a) materiału, z jakiego wykonana jest próbka, b) rozmiaru próbki, c) położenia tych poziomów w paśmie, d) temperatury próbki, e) energii Fermiego dla tego metalu?

2 Na rysunku 41.1a pokazano 14 atomów tworzących komórkę elementarną kryształu miedzi. Jednak ponieważ każdy z tych atomów należy do dwóch lub więcej sąsiadujących ze sobą komórek, więc tylko część każdego z tych atomów należy do komórki pokazanej na rysunku. Ile atomów przypada na jedną komórkę elementarną kryształu miedzi? (Aby uzyskać odpowiedź, zsumuj części atomów należące do jednej komórki elementarnej).

3 Na rysunku 41.1b pokazano 18 atomów tworzących komórkę elementarną kryształu krzemu. Jednak ponieważ każdy z tych atomów należy do dwóch lub więcej sąsiadujących ze sobą komórek, zatem tylko część każdego z tych atomów należy do komórki pokazanej na rysunku. Ile atomów przypada na jedną komórkę elementarną kryształu krzemu? (Patrz pytanie 2).

4 Rysunek 41.21 przedstawia

pasmo, na którym zaznaczono trzy poziomy energetyczne oraz energię Fermiego dla materiału. Temperatura wynosi 0 K. Uszereguj te poziomy



Rys. 41.21. Pytanie 4

zgodnie z prawdopodobieństwem obsadzenia, poczynając od wartości największej, jeżeli temperatura wynosi a) 0 K, b) 1000 K. W drugim przypadku uszereguj poziomy zgodnie z gęstością stanów N(E), poczynając od największej.

5 Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu o pewnej energii E_1 w paśmie walencyjnym metalu wynosi 0,60 w temperaturze 300 K. Czy E_1 jest powyżej, czy poniżej energii Fermiego?

6 W izolowanym atomie germanu są 32 elektrony znajdujące się na następujących podpowłokach energetycznych:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2$$
.

Pierwiastek ten krystalizuje w takiej samej strukturze jak krzem i tak jak krzem jest półprzewodnikiem. Które z elektronów germanu tworzą w krysztale pasmo walencyjne?

7 Gdyby temperatura pewnego kawałka metalu wzrosła, to czy prawdopodobieństwo obsadzenia stanu o energii 0,1 eV powyżej poziomu Fermiego wzrośnie, zmaleje, czy pozostanie bez zmian?

8 W spolaryzowanych złączach *p-n* pokazanych na rysunku 41.15, w każdym z obszarów zubożonych istnieje pole elektryczne o natężeniu \vec{E} związane z różnicą potencjałów istniejącą w danym obszarze. a) Czy wektor natężenia pola elektrycznego \vec{E} jest skierowany z lewej strony do prawej, czy z prawej strony do lewej? b) Czy wartość natężenia tego pola jest większa dla polaryzacji zaporowej, czy dla polaryzacji przewodzenia?

9 Rozważ drut miedziany, przez który przepływa prąd o natężeniu kilku amperów. Czy prędkość unoszenia v_{dryf} elektronów przewodnictwa, które tworzą ten prąd, jest w przybliżeniu równa, znacznie większa, czy znacznie mniejsza niż prędkość Fermiego v_F (związana z energią Fermiego) dla miedzi?

10 Gdzie w krysztale krzemu powinno się szukać: a) elektronu przewodnictwa, b) elektronu walencyjnego i c) elektronu z podpowłoki 2p izolowanego atomu krzemu?

11 Przerwa energetyczna E_g krzemu i germanu wynosi odpowiednio 1,12 eV i 0,67 eV. Czy którekolwiek, a jeśli tak, to które z poniższych stwierdzeń jest prawdziwe? a) Koncentracja nośników ładunku w temperaturze pokojowej jest w obu substancjach jednakowa. b) Koncentracja nośników ładunku w temperaturze pokojowej jest w germanie większa niż w krzemie. c) Koncentracja elektronów przewodnictwa jest w obu substancjach większa niż koncentracja dziur. d) Koncentracja elektronów jest w obu substancjach równa koncentracji dziur.

Zadania

GO	Zadania z rozwiązaniami interaktywnymi, udostępnianymi studentom według uznania wykładowcy, znajdują się na stronach <i>WileyPLUS</i> (https://www.wileyplus.com/WileyCDA/) oraz WebAssign (http://www.webassign.net/index.html)
•-•••	Liczba kropek określa stopień trudności zadania
ssm	Szczegółowe rozwiązanie jest dostępne w Student Solutions Manual
www	Szczegółowe rozwiązanie znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
ilw	Rozwiązanie interaktywne znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
T	Więcej informacji znajdziesz w książce The Flying Circus of Physics i na stronie http://flyingcircusofphysics.com

Podrozdział 41.1 Własności elektryczne metali

•1 Pokaż, że równanie (41.9) można przepisać w postaci $E_{\rm F} = An^{2/3}$, gdzie stała A ma wartość 3,65 · 10⁻¹⁹ m² · eV.

•2 Oblicz gęstość stanów N(E) w metalu dla energii E = 8,0 eV i pokaż, że otrzymany wynik jest zgodny z wykresem na rysunku 41.6.

•3 Miedź jest metalem jednowartościowym, jego masa molowa wynosi 63,54 g/mol, a gęstość to 8,96 g/cm³. Oblicz koncentrację elektronów przewodnictwa w miedzi.

•4 Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu kwantowego znajdującego się 63 meV powyżej poziomu Fermiego równe jest 0,090. Jakie jest prawdopodobieństwo obsadzenia stanu znajdującego się 63 meV *poniżej* poziomu Fermiego?

•5 a) Pokaż, że równanie (41.5) można zapisać w postaci $N(E) = CE^{1/2}$. b) Oblicz stałą *C* i wyraź ją za pomocą metrów i elektronowoltów. c) Oblicz wartość N(E) dla energii E = 5,00 eV.

•6 Skorzystaj z równania (41.9), aby sprawdzić, że energia Fermiego dla miedzi równa jest 7,0 eV.

•7 ssm Jakie jest prawdopodobieństwo, że stan znajdujący się 0,0620 eV powyżej poziomu Fermiego będzie obsadzony w temperaturze: a) T = 0 K i b) T = 320 K?

 Oblicz koncentrację elektronów przewodnictwa dla złota, które jest metalem jednowartościowym. Masę molową i gęstość złota znajdziesz w dodatku F.

••9 ssm www Srebro jest metalem jednowartościowym. Oblicz: a) koncentrację elektronów przewodnictwa, b) energię Fermiego, c) prędkość Fermiego i d) długość fali de Broglie'a odpowiadającą tej prędkości elektronu. Potrzebne dane dla srebra znajdziesz w dodatku F.

••10 Pokaż, że prawdopodobieństwo P(E) tego, że stan o energii E nie jest obsadzony, wynosi

$$P(E) = \frac{1}{\mathrm{e}^{-\Delta E/kT} + 1}.$$

gdzie $\Delta E = E - E_{\rm F}$.

••11 Oblicz gęstość stanów obsadzonych $N_0(E)$ dla miedzi w temperaturze T = 1000 K dla energii E wynoszącej: a) 4,00 eV; b) 6,75 eV; c) 7,00 eV; d) 7,25 eV i e) 9,00 eV. Porównaj swoje wyniki z rysunkiem 41.8b. Energia Fermiego dla miedzi równa jest 7,00 eV.

••12 Rozważ kryształ diamentu o temperaturze T = 300 Ki masie równej masie Ziemi. Jakie jest prawdopodobieństwo przeskoku elektronu przez przerwę energetyczną E_g wynoszącą 5,5 eV? W obliczeniach skorzystaj z masy molowej węgla, podanej w dodatku F. Załóż, że w krysztale diamentu na jeden atom węgla przypada jeden elektron walencyjny. ••13 Energia Fermiego dla miedzi równa jest 7,0 eV. Dla miedzi w temperaturze 1000 K: a) oblicz energię poziomu, dla którego prawdopodobieństwo obsadzenia przez elektron równe jest 0,900. Oblicz dla tej energii b) gęstość stanów N(E) i c) gęstość stanów obsadzonych $N_0(E)$.

••14 Przypuśćmy, że całkowita objętość próbki metalu jest sumą objętości jonów metalu tworzących sieć i (osobno) objętości zajmowanej przez elektrony przewodnictwa. Gęstość i masa molowa sodu (metalu) wynoszą odpowiednio 971 kg/m³ i 23,0 g/mol. Średnica jonu Na⁺ równa jest 98,0 pm. a) Jaką część objętości próbki metalicznego sodu zajmują jego elektrony przewodnictwa? b) Przeprowadź podobny rachunek dla miedzi, której gęstość, masa molowa i średnica jonu wynoszą odpowiednio 8960 kg/m³, 63,5 g/mol i 135 pm. c) W którym z tych metali według ciebie elektrony są lepiej opisywane przez model gazu elektronów swobodnych?

••15 ssm www Załóżmy, że w równaniu (41.6) $E - E_F = \Delta E = 1,00$ eV. a) Dla jakiej temperatury prawdopodobieństwo obsadzenia P(E) obliczone przy użyciu tego równania różni się o 1,0% od prawdopodobieństwa obliczonego przy użyciu klasycznego równania Boltzmanna $P(E) = e^{-\Delta E/kT}$ (równanie (41.1) z dwiema zmianami w zapisie)? b) Dla jakiej temperatury wyniki te różnią się o 10%?

••16 Oblicz koncentrację: a) cząsteczek gazowego tlenu w temperaturze $T = 0,0^{\circ}$ C i pod ciśnieniem 1,0 atmosfery i b) elektronów przewodnictwa w miedzi. c) Ile wynosi stosunek tych dwóch wielkości? Oblicz średnią odległość pomiędzy d) cząsteczkami tlenu i e) elektronami przewodnictwa, zakładając że odległość ta jest długością krawędzi sześcianu, którego objętość odpowiada dostępnej objętości przypadającej na jedną cząstkę (cząsteczkę lub elektron).

••17 Energia Fermiego dla glinu jest równa 11,6 eV. Gęstość i masa molowa glinu wynoszą odpowiednio 2,70 g/cm³ i 27,0 g/mol. Korzystając z tych danych, wyznacz liczbę elektronów przewodnictwa przypadających na jeden atom.

••18 • Próbka pewnego metalu ma objętość $4,0 \cdot 10^{-5}$ m³. Metal ten charakteryzuje gęstość 9,0 g/cm³ i masa molowa 60 g/mol, a jego atomy są dwuwartościowe. Ile elektronów przewodnictwa (lub elektronów walencyjnych) znajduje się w próbce?

••19 Energia Fermiego dla srebra równa jest 5,5 eV. a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w temperaturze $T = 0^{\circ}$ C obsadzone będą stany o następujących energiach: a) 4,4 eV; b) 5,4 eV; c) 5,5 eV; d) 5,6 eV i e) 6,4 eV? W jakiej temperaturze prawdopodobieństwo obsadzenia stanu o energii E = 5,6 eV wynosi 0,16?

••20 Pewną próbkę o objętości $5,00 \cdot 10^{-8}$ m³ i energii Fermiego 5,00 eV podgrzano do temperatury 1500 K. Ile wynosi liczba stanów obsadzonych w przedziale energii 0,0300 eV wokół energii 6,10 eV usytuowanej w paśmie przewodnictwa? ••21 W metalu w temperaturze T = 1000 K stosunek liczby elektronów przewodnictwa o energiach większych niż energia Fermiego do liczby wszystkich elektronów przewodnictwa jest równy stosunkowi pola powierzchni pod wykresem z rysunku 41.8b, ograniczonej przez wartość energii Fermiego E_F , do pola powierzchni pod całym wykresem. Wartości te trudno obliczyć przez bezpośrednie całkowanie. W przybliżeniu stosunek ten dla dowolnej temperatury T wynosi

$$\eta = \frac{3kT}{2E_{\rm F}}$$

Zauważ, że dla temperatury T = 0 K mamy $\eta = 0$, czego mogliśmy oczekiwać. Ile wynosi η dla miedzi w temperaturze a) 300 K i b) 1000 K? Energia Fermiego dla miedzi $E_{\rm F} = 7,0$ eV. c) Sprawdź swoje odpowiedzi, wykonując całkowanie numeryczne równania (41.7).

••22 W jakiej temperaturze 1,30% elektronów przewodnictwa w licie (metalu) ma energię większą niż energia Fermiego $E_{\rm F}$, która jest równa 4,70 eV? (Patrz zadanie 31).

••23 Pokaż, że średnia energia E_{sr} elektronów przewodnictwa w metalu w temperaturze T = 0 K wynosi $\frac{3}{5}E_{\text{F}}$. (*Wskazówka*: Z definicji $E_{\text{sr}} = (1/n) \int EN_0(E) dE$, gdzie *n* jest koncentracją nośników ładunku).

••24 Pewien materiał ma masę molową 20,0 g/mol, energię Fermiego 5,00 eV, a na jeden atom przypadają dwa elektrony walencyjne. Ile wynosi gęstość tego materiału, wyrażona w g/cm³?

••25 a) Korzystając z wyniku zadania 23 i przyjmując, że energia Fermiego miedzi wynosi 7,00 eV, wyznacz, ile energii zostałoby uwolnione przez elektrony przewodnictwa w miedzianej monecie o masie 3,10 g, gdyby nagle przestał obowiązywać zakaz Pauliego. b) Jak długo energia ta podtrzymałaby świecenie żarówki o mocy 100 W? (*Uwaga*: Zakaz Pauliego nie może przestać obowiązywać!).

••26 O ile powyżej energii Fermiego znajduje się w temperaturze T = 300 K stan, dla którego prawdopodobieństwo obsadzenia przez elektron przewodnictwa równe jest 0,10?

••27 Cynk jest metalem dwuwartościowym. Oblicz: a) koncentrację elektronów przewodnictwa, b) energię Fermiego, c) prędkość Fermiego i d) długość fali de Broglie'a odpowiadającą tej prędkości elektronu. Potrzebne dane dla cynku znajdziesz w dodatku F.

••28 22 Złoto jest metalem jednowartościowym o masie molowej 197 g/mol i gęstości 19,3 g/cm². Ile wynosi energia Fermiego dla złota?

••29 Korzystając z wyniku zadania 23, wyznacz całkowitą energię kinetyczną ruchu postępowego elektronów przewodnictwa w próbce miedzi o objętości 1,00 cm³ w temperaturze T = 0 K.

•••30 • Pewien metal ma $1,70 \cdot 10^{28}$ elektronów przewodnictwa w metrze sześciennym. Próbka tego metalu w temperaturze 200 K ma objętość $6,00 \cdot 10^{-6}$ m³. Ile stanów obsadzonych mieści się w przedziale energii $3,20 \cdot 10^{-20}$ J w otoczeniu wartości energii $4,00 \cdot 10^{-19}$ J? (*Uwaga:* Unikaj zaokrągleń w wyrażeniach eksponencjalnych).

Podrozdział 41.2 Półprzewodniki i domieszkowanie

•31 ssm a) Jaka jest maksymalna długość fali światła, które wzbudzi elektron z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa diamentu? Przerwa energetyczna diamentu wynosi 5,50 eV. b) Do jakiej części widma elektromagnetycznego należy to światło?

••32 Arsenek galu (GaAs) jest powszechnie stosowanym półprzewodnikiem, dla którego przerwa energetyczna wynosi $E_g = 1,43$ eV. Struktura krystaliczna GaAs jest podobna do struktury krzemu, w której połowę atomów krzemu zastępują atomy arsenu, a drugą połowę atomy galu. Naszkicuj strukturę krystaliczną sieci GaAs zrzutowaną na płaszczyznę, podobnie jak na rysunku 41.10a. Oblicz wypadkowe ładunki rdzeni a) jonów galu i b) arsenu. c) Ile elektronów przypada na jedno wiązanie? (*Wskazówka*: Spójrz na układ okresowy z dodatku G).

••33 Funkcję opisującą prawdopodobieństwo obsadzenia (wzór (41.6)) można zastosować zarówno do półprzewodników, jak i do metali. W przypadku niedomieszkowanych półprzewodników energia Fermiego znajduje się w pobliżu połowy przerwy energetycznej pomiędzy pasmem przewodnictwa a pasmem walencyjnym. Szerokość przerwy w germanie wynosi 0,67 eV. Jakie jest prawdopodobieństwo, że a) stan z dna pasma przewodnictwa jest obsadzony i b) stan z wierzchołka pasma walencyjnego nie jest obsadzony? Przyjmij, że T = 290 K. (*Uwaga*: W czystym półprzewodniku energia Fermiego dzieli symetrycznie stany obsadzone przez elektrony przewodnictwa i dziury, a zatem jest w środku przerwy energetycznej. Energii Fermiego nie musi odpowiadać żaden dozwolony stan energetyczny).

••34 W uproszczonym modelu półprzewodnika niedomieszkowanego prawdziwy rozkład stanów energetycznych można zastąpić takim rozkładem, w którym w paśmie walencyjnym istnieje N_w stanów o energii E_w , w paśmie przewodnictwa zaś jest N_p stanów o energii E_p . Liczba elektronów w paśmie przewodnictwa jest równa liczbie dziur w paśmie walencyjnym. a) Pokaż, że z tego ostatniego warunku wynika, że

$$\frac{N_{\rm p}}{\exp(\Delta E_{\rm p}/kT)+1} = \frac{N_{\rm w}}{\exp(\Delta E_{\rm w}/kT)+1},$$

gdzie

$$\Delta E_{\rm p} = E_{\rm p} - E_{\rm F}$$
 i $\Delta E_{\rm w} = -(E_{\rm w} - E_{\rm F}).$

b) Jeśli poziom Fermiego znajduje się w przerwie pomiędzy tymi dwoma pasmami, a jego odległość od każdego z pasm jest duża w porównaniu z energią kT, to w mianownikach rozważanego równania dominują wyrażenia wykładnicze. Pokaż, że w takich warunkach

$$E_{\rm F} = \frac{E_{\rm p} + E_{\rm w}}{2} + \frac{kT\ln(N_{\rm w}/N_{\rm p})}{2}$$

oraz że jeśli $N_{\rm w} \approx N_{\rm p}$, to poziom Fermiego w półprzewodniku niedomieszkowanym znajduje się w pobliżu połowy przerwy energetycznej.

••35 ssm www Oblicz masę fosforu potrzebnego do domieszkowania 1,0 g krzemu, aby koncentracja elektronów przewodnictwa w krzemie wzrosła o czynnik 10^6 od wartości 10^{16} m⁻³ w czystym krzemie.

••36 Próbka krzemu domieszkowana jest atomami, których stany donorowe znajdują się 0,110 eV poniżej dna pasma przewodnictwa. (Przerwa energetyczna w krzemie jest równa 1,11 eV). Jeżeli prawdopodobieństwo obsadzenia każdego z tych stanów donorowych jest w temperaturze T = 300 K równe $5 \cdot 10^{-5}$, to a) czy poziom Fermiego jest poniżej czy powyżej wierzchołka pasma walencyjnego w krzemie, i b) o jaką wartość energii powyżej lub poniżej? c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że stan na dnie pasma przewodnictwa jest obsadzony?

••37 Domieszkowanie zmienia położenie poziomu Fermiego w półprzewodniku. Rozważ krzem, dla którego przerwa energetyczna pomiędzy wierzchołkiem pasma walencyjnego a dnem pasma przewodnictwa równa jest 1,11 eV. Poziom Fermiego w czystym krzemie w temperaturze T =300 K znajduje się w pobliżu połowy przerwy energetycznej. Przypuśćmy, że domieszkujemy krzem atomami donorów, które mają stan energetyczny znajdujący się 0,15 eV poniżej dna pasma przewodnictwa. Przyjmijmy dalej, że w wyniku domieszkowania poziom Fermiego znajdzie się 0,11 eV

poniżej dna pasma przewodnictwa (rysunek 41.22). Dla a) czystego i b) domieszkowanego krzemu oblicz prawdopodobieństwo obsadzenia stanu z dna pasma przewodnictwa i z wierzchołka pasma walencyjnego. c) Oblicz prawdopodobieństwo, że w materiale domieszkowanym obsadzony jest stan donorowy.



Rys. 41.22. Zadanie 37

••38 Koncentracja elektronów w paśmie przewodnictwa czystego krzemu w temperaturze pokojowej (i równa jej koncentracja dziur w paśmie walencyjnym) jest równa około $5 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$. Przypuśćmy, że jeden na 10^7 atomów krzemu zamieniamy na atom fosforu. a) Czy domieszkowany w taki sposób półprzewodnik będzie typu *n* czy typu *p*? b) Ile będzie wynosiła koncentracja nośników ładunku dostarczonych przez fosfor? c) Oblicz stosunek koncentracji nośników ładunku (elektronów w paśmie przewodnictwa i dziur w paśmie walencyjnym) w domieszkowanym krzemie do koncentracji nośników w krzemie niedomieszkowanym.

Podrozdział 41.3 Złącze p-n i tranzystor

•39 ssm Foton docierający do zubożonego obszaru złącza *p-n* może się tam rozpraszać na elektronach walencyjnych. W każdym takim akcie przekazuje on część swojej energii elektronowi, który w efekcie może przejść do pasma przewodnictwa. W taki sposób foton tworzy pary elektron–dziura. Z tego powodu złącza takie często są używane jako detektory promieniowania elektromagnetycznego, szczególnie w zakresie promieniowania rentgenowskiego i promieniowania γ . Załóżmy, że pojedynczy foton γ o energii 622 keV, w wyniku wielokrotnych rozproszeń w półprzewodniku o przerwie energetycznej 1,1 eV przekazuje elektronom całą swoją energię. Oblicz liczbę wykreowanych w taki sposób par elektron– dziura, zakładając, że każdy z tych elektronów przechodzi z wierzchołka pasma walencyjnego na dno pasma przewodnictwa.

•40 Natężenie prądu *I* płynącego przez idealne złącze prostujące *p-n* (złącze o bardzo dobrze określonych granicach pomiędzy obszarami domieszkowanymi) związane jest z różnicą potencjałów *V* panującą na jego elektrodach wzorem

$$I = I_0(\mathrm{e}^{eV/kT} - 1),$$

gdzie wartość I_0 , która zależy od rodzaju użytego materiału, ale nie zależy od I ani od V, nazywana jest *prądem zaporowym nasycenia*. Napięcie jest dodatnie, gdy złącze jest spolaryzowane w kierunku przewodzenia, ujemne zaś, gdy polaryzacja jest zaporowa. a) Sprawdź, że powyższe równanie przewiduje zachowanie złącza prostującego, rysując wykres zależności I od V w zakresie od -0,12 V do +0,12 V. Przyjmij T = 300 K i $I_0 = 5,0$ nA. b) Dla tej samej temperatury oblicz stosunek natężenia prądu dla polaryzacji przewodzenia 0,50 V do natężenia prądu dla polaryzacji zaporowej 0,50 V.

•41 Najwyższe obsadzone pasmo energetyczne w pewnym krysztale jest całkowicie wypełnione. Kryształ ten jest przezroczysty dla światła o długościach fali większych niż 295 nm, a nieprzezroczysty dla światła o falach krótszych. Oblicz i wyraź w elektronowoltach szerokość przerwy energetycznej pomiędzy najwyższym obsadzonym i kolejnym (pustym) pasmem energetycznym w tym materiale.

•42 Przerwa energetyczna w krysztale chlorku potasu, znajdująca się powyżej najwyższego w całości wypełnionego pasma energetycznego, równa jest 7,6 eV. Czy kryształ ten jest, czy nie jest przezroczysty dla światła o długości fali 140 nm?

•43 Pewien mikroprocesor, który ma rozmiar znaczka pocztowego (2,54 cm × 2,22 cm) zawiera około 3,5 miliona tranzystorów. Jakie musiałyby być *maksymalne* rozmiary takich tranzystorów, gdyby były one kwadratowe i wszystkie znajdowały się na jednym poziomie? (*Uwaga*: Oprócz tranzystorów w mikroprocesorze znajdują się też inne elementy półprzewodnikowe, musi się też znaleźć tam miejsce na połączenia pomiędzy różnymi elementami układu. Obecnie standardowo i niedrogo wytwarza się tranzystory o rozmiarach mniejszych niż 0,7 µm).

•44 Kwadratowa bramka krzemowego tranzystora MOSFET ma bok o długości 0,5 μ m. Izolująca warstwa dwutlenku krzemu, która oddziela tę bramkę od podłoża typu *p*, ma 0,20 μ m grubości, a jej względna przenikalność elektryczna jest równa 4,5. a) Ile wynosi równoważna pojemność układu bramka–podłoże (jeśli potraktuje się bramkę jak jedną, a podłoże jak drugą okładkę kondensatora płaskiego)? b) W przybliżeniu jak duży ładunek (wyrażony jako wielokrotność ładunku elementarnego *e*) znajdzie się na bramce, jeśli różnica potencjałów pomiędzy bramką a podłożem wynosi 1,0 V?

Zadania dodatkowe

45 ssm a) Pokaż, że pochodna dP/dE (równanie (41.6)), obliczona dla energii $E = E_F$ jest równa $-\frac{1}{4}kT$. b) Pokaż, że styczna do krzywej z rysunku 41.7b, obliczona dla energii $E = E_F$, przecina poziomą oś wykresu w punkcie $E = E_F + 2kT$.

46 Oblicz wartość $d\rho/dT$ w temperaturze pokojowej dla a) miedzi i b) krzemu, korzystając z danych z tabeli 41.1.

47 a) Wyznacz kąt θ pomiędzy wiązaniami atomu krzemu z jego najbliższymi sąsiadami w sieci krystalicznej. Pamiętaj, że każdy atom krzemu wiąże się z czterema najbliższymi sąsiadami. Te cztery najbliższe atomy znajdują się w wierzchołkach czworościanu foremnego, a więc czworościanu, którego wszystkie ściany są jednakowymi trójkątami równobocznymi.

b) Wyznacz długość tego wiązania, wiedząc, że atomy znajdujące się w wierzchołkach czworościanu są odległe od siebie o 388 pm.

48 Pokaż, że funkcja opisująca prawdopodobieństwo obsadzenia P(E) w równaniu (41.6) jest symetryczna względem wartości energii Fermiego, a więc pokaż, że

$$P(E_{\rm F} + \Delta E) + P(E_{\rm F} - \Delta E) = 1.$$

49 a) Pokaż, że gęstość stanów na poziomie Fermiego jest równa

$$N(E_{\rm F}) = \frac{(4)(3^{1/3})(\pi^{2/3})mn^{1/3}}{h^2}$$

= (4,11 \cdot 10^{18} m^{-2} \cdot eV^{-1})n^{1/3}.

gdzie *n* jest koncentracją elektronów przewodnictwa. b) Znajdź gęstość stanów $N(E_{\rm F})$ dla miedzi (jest to metal jednowartościowy o masie molowej 63,54 g/mol i gęstości 8,96 g/cm³. c) Sprawdź swój wynik z wykresem na rysunku 42.5, pamiętając, że dla miedzi energia Fermiego $E_{\rm F} = 7,0$ eV.

50 Srebro topi się w temperaturze 961°C. Jaka część elektronów przewodnictwa w srebrze w temperaturze topnienia znajduje się w stanach o energiach większych niż energia Fermiego $E_{\rm F}$, która jest równa 5,5 eV? (Patrz zadanie 21).

51 Energia Fermiego dla miedzi równa jest 7,0 eV. Sprawdź bezpośrednim rachunkiem, że odpowiednia prędkość Fermiego wynosi 1600 km/s.

52 Sprawdź bezpośrednim rachunkiem wartość czynnika liczbowego 0,121 w równaniu (41.9).

53 Pod jakim ciśnieniem (wyrażonym w atmosferach) liczba cząsteczek przypadających na jednostkę objętości w gazie doskonałym byłaby równa koncentracji elektronów przewodnictwa w miedzi, gdyby zarówno gaz, jak i miedź znajdowały się w temperaturze T = 300 K?

Fizyka jądrowa

42.1. ODKRYCIE JĄDRA ATOMOWEGO

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

42.01 opisać układ do badania rozpraszania Rutherforda i wnioski wynikające z tego doświadczenia;

Podstawowe fakty

 Ładunek dodatni atomu nie jest rozłożony w całej jego objętości, tylko jest skupiony w znajdującym się pośrodku jądrze. Strukturę taką zaproponował w 1910 roku angielski uczony Ernest Rutherford po serii doświadczeń, w których badał zjawisko, które dziś nazywamy rozpraszaniem Rutherforda. Cząstki α (dodatnio naładowane cząstki złożone z dwóch protonów **42.02** wyjaśnić w doświadczeniu Rutherforda związek pomiędzy początkową energią kinetyczną a odległością największego zbliżenia do jądra tarczy.

i dwóch neutronów) przechodzą przez wąską metalową folię i są rozpraszane przez (dodatnio naładowane) jądra atomów.

• Podczas zbliżania się cząstki α do jądra, energia całkowita (energia kinetyczna plus energia potencjalna pola elektrycznego) układu złożonego z cząstki α i jądra tarczy jest zachowana.

0 fizyce

W niniejszym rozdziale skupimy uwagę na tym, co stanowi centrum atomu, czyli na jądrze atomowym. Przez ostatnie 90 lat zasadniczym celem fizyki były badania struktury kwantowej jąder, głównym celem zaś niektórych gałęzi technologii — wykorzystywanie fizyki kwantowej do szerokiej gamy zastosowań, od radioterapii będącej narzędziem walki z nowotworami do detektorów wykrywających radon w piwnicach.

Zanim przejdziemy do omawiania tych zastosowań oraz opisu kwantowego jąder, przedyskutujmy najpierw, jak fizycy odkryli, że atom ma jądro. Choć dziś wydaje się to oczywiste, odkrycie to było pierwotnie ogromną niespodzianką.

Odkrycie jądra atomowego

W pierwszych latach dwudziestego wieku o budowie atomów wiedziano niewiele ponad to, że znajdują się w nich elektrony. Elektrony odkryto już w 1897 r. (dokonał tego J.J. Thomson), ale ich masa pozostawała wciąż nieznana. Nie można było więc stwierdzić, ile ujemnie naładowanych elektronów zawiera atom. Badacze rozumowali, że ponieważ atomy są elektrycznie obojętne, muszą one też zawierać ładunek dodatni, chociaż nikt



42



Rys. 42.1. Układ doświadczalny (widok z góry) używany w laboratorium Rutherforda w latach 1911–1913 do badania rozpraszania cząstek α w cienkiej metalowej folii. Detektor można obracać, zmieniając kąt ϕ . Źródłem cząstek α jest radon — gaz będący produktem rozpadu radu. Ten prosty, mieszczący się na stole laboratoryjnym układ, pozwolił odkryć jądra atomowe



Rys. 42.2. Punkty na wykresie prezentują wyniki pomiarów rozpraszania cząstek α w folii ze złota, uzyskane przez Geigera i Marsdena za pomocą układu z rysunku 42.1. Linia ciągła odpowiada przewidywaniom teoretycznym opartym na założeniu, że w atomie występuje małe, ciężkie, naładowane dodatnio jądro. Krzywą teoretyczną przesunięto, aby przechodziła przez punkt pomiarowy oznaczony kółkiem

nie umiał powiedzieć, w jakiej postaci on występuje. W ramach jednego z popularnych modeli zakładano, że dodatnie i ujemne ładunki były jednorodnie rozłożone w objętości atomu.

W roku 1911 Ernest Rutherford przedstawił pogląd, że dodatni ładunek jest skupiony w środku atomu w postaci **jądra**, które zawiera też przeważającą część masy atomu. Hipoteza Rutherforda nie była zwykłym domysłem, lecz miała mocne podstawy w postaci doświadczenia zaproponowanego przez niego, a wykonanego przez jego współpracowników — Hansa Geigera (jego nazwisko kojarzy się nam z licznikiem Geigera–Müllera) i Ernesta Marsdena, dwudziestoletniego studenta, który nie uzyskał wtedy jeszcze nawet tytułu licencjata.

W czasach Rutherforda wiedziano już, że niektóre pierwiastki, nazywane **promieniotwórczymi** (radioaktywnymi), ulegają samorzutnej przemianie w inne pierwiastki i że zjawisku temu towarzyszy emisja różnych cząstek. Jednym z takich pierwiastków jest radon, który emituje cząstki α o energii zbliżonej do 5,5 MeV. Dziś wiemy, że cząstki te są jądrami atomów helu.

Pomysł Rutherforda polegał na zbadaniu odchylania wiązki cząstek α o znacznej energii wycelowanych w tarczę z cienkiej metalowej folii. Cząstki α o masie 7300 razy większej niż masa elektronu mają ładunek +2e.

Na rysunku 42.1 przedstawiono układ doświadczalny Geigera i Marsdena. Źródłem cząstek α była cienkościenna rura szklana wypełniona gazowym radonem. Eksperyment polegał na zliczaniu cząstek α rozproszonych pod różnymi kątami ϕ .

Na rysunku 42.2 zaprezentowano uzyskane przez nich wyniki. Zwróćmy uwagę, że na osi pionowej użyto skali logarytmicznej. Widzimy, że większość cząstek ulegała odchyleniu o małe kąty, ale — i to było wielką niespodzianką — niewielka ich część była rozpraszana pod bardzo dużymi kątami, bliskimi 180°. Rutherford wyraził ten fakt w następujących słowach: "To najbardziej niezwykłe zdarzenie w moim życiu. Wynik był prawie tak niewiarygodny, jakbyś wystrzelił 15-calowy pocisk w stronę kartki papieru, a ten odbił się od niej i uderzył w ciebie".

Dlaczego Rutherford był aż tak zaskoczony? W tamtych czasach większość fizyków uznawała zaproponowany przez J.J. Thomsona model atomu nazywany obrazowo ciastem z rodzynkami. Sądzono, że ładunek dodatni był rozłożony równomiernie w całej objętości atomu. Elektrony ("rodzynki") drgały wokół ustalonych położeń wewnątrz kuli dodatniego ładunku ("ciasta").

Największa siła odchylająca, która mogłaby działać na cząstkę α przechodzącą przez dużą, dodatnio naładowaną kulę, nie zdołałaby zagiąć toru nawet o 1°. (Oczekiwana wielkość odchylenia byłaby podobna, jak dla pocisku przeszywającego worek ze śnieżkami). Również elektrony w atomie tylko w niewielkim stopniu oddziaływałyby na cząstkę α o dużej masie i energii. W rzeczy samej, to one ulegałyby silnemu rozproszeniu niczym rój muszek, gdy przelatuje przez niego kamień.

Rutherford zrozumiał, że do odbicia cząstki α do tyłu potrzebna jest duża siła. Jej źródło można by wskazać, gdyby ładunek dodatni nie był rozłożony równomiernie w całym atomie, lecz silnie skupiony w jego środku. W takim przypadku nadlatująca cząstka α mogłaby zbliżyć się na niewielką odległość do ładunku dodatniego, nie przenikając go. W wyniku tak bliskiego spotkania działałaby bardzo duża siła odchylająca.

Na rysunku 42.3 przedstawiono tory, po których mogą poruszać się cząstki α , przechodząc przez atomy w folii użytej jako tarcza. Widać, że tory większości cząstek nie zmieniają się wcale lub zaginają się pod małym kątem; tylko niewielka liczba cząstek (te, które poruszają się bardzo blisko jąder) ulega silnemu odchyleniu. Analizując dane, Rutherford doszedł do wniosku, że promień jądra musi być mniejszy od promienia atomu mniej więcej 10^4 razy. Innymi słowy, atom to głównie pusta przestrzeń.

Rys. 42.3. Kąt rozpraszania padającej cząstki α zależy od odległości jej toru od jądra atomu. Duże kąty odchylenia obserwujemy tylko dla torów bardzo bliskich jąder

Przykład 42.01. Rozpraszanie Rutherforda cząstek α na jądrach złota

Cząstka α o energii $E_{k, pocz} = 5,30$ MeV porusza się przypadkowo w kierunku jądra elektrycznie obojętnego atomu złota (rys. 42.4a). Ile wynosi *odległość największego zbliżenia d* do jądra (najmniejsza odległość między środkami tych cząstek)? Załóż, że atom pozostaje w spoczynku.

PODSTAWOWE FAKTY

1) W trakcie ruchu całkowita energia mechaniczna *E* układu cząstka–atom pozostaje zachowana. 2) Energia ta, oprócz energii kinetycznej, zawiera również energię potencjalną pola elektrycznego E_p , zgodnie ze wzorem (24.46) ($E_p = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r$).

Obliczenia: Cząstka α ma ładunek +2*e*, gdyż zawiera dwa protony. Na jądro tarczy składa się 79 protonów, więc jego ładunek wynosi $q_{Au} = +79e$. Jednak ładunek jądra otacza "chmura" elektronów o sumarycznym ładunku $q_e = -79e$, zatem cząstka α początkowo "widzi" elektrycznie obojętny atom o wypadkowym ładunku $q_{atom} = 0$. Wypadkowa siła elektryczna działająca na cząstkę jest więc równa zeru, a początkowa wartość energii potencjalnej układu cząstka–atom wynosi $E_{p, pocz} = 0$.

Gdy cząstka α przenika do wnętrza atomu, mówimy, że przebija się przez chmurę elektronową otaczającą jądro. Chmurę tę można traktować jak zamkniętą przewodząca powłokę sferyczną i zgodnie z prawem Gaussa nie wpływa ona na znajdującą się już wewnątrz niej naładowaną cząstkę α . Wówczas cząstka α "widzi" jedynie ładunek jądra q_{Au} . Ponieważ zarówno q_{α} , jak i q_{Au} są dodatnio naładowane, na cząstkę α działa odpychająca siła elektryczna, spowalniając ją. Wówczas energia potencjalna układu cząstka–atom nabiera wartości

$$E_{\rm p} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\alpha}q_{\rm Au}}{r}.$$

Funkcja ta zależy od odległości *r* między środkami padającej cząstki i jądra tarczy (zobacz rysunek 42.4b).

Wraz z hamowaniem cząstki α przez siłę odpychającą energia kinetyczna maleje na korzyść rosnącej energii potencjalnej. Proces ten kończy się, gdy cząstka α zatrzymuje się w odległości największego zbliżenia *d* do jądra tarczy (zob. rysunek 42.4c). W chwili tej energia kinetyczna wynosi $E_{k, końc} = 0$, a energia potencjalna układu cząstka–atom przyjmuje postać

$$E_{\rm p, \ końc} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\alpha}q_{\rm Au}}{d}.$$

Aby wyznaczyć wartość d, zapiszemy zasadę zachowania energii mechanicznej dla stanu początkowego







Rys. 42.4. Cząstka α a) zbliża się, a następnie b) wnika w atom złota, zbliżając się do jądra. Cząstka α c) zatrzymuje się w punkcie największego zbliżenia i d) zostaje wyrzucona z atomu

("pocz") i końcowego ("końc").

$$E_{\rm k, \, pocz} + E_{\rm p, \, pocz} = E_{\rm k, \, końc} + E_{\rm p, \, końc}$$

skąd otrzymujemy

$$E_{\rm k, \ pocz} + 0 = 0 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_\alpha q_{\rm Au}}{d}.$$

(Zakładamy tu, że siła utrzymująca nukleony w jądrze atomowym nie wpływa na cząstkę α , gdyż działa na bardzo krótkich odległościach). Wyznaczenie *d* z powyższego wzoru oraz podstawienie wartości ładunku i początkowej energii kinetycznej prowadzi do

$$d = \frac{(2e)(79e)}{4\pi\varepsilon_0 E_{k,\alpha}}$$

= $\frac{(2 \cdot 79)(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{4\pi\varepsilon_0(5,30 \text{ MeV})(1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV})}$
= $4,29 \cdot 10^{-14} \text{ m}$ (odpowiedź).

Otrzymana odległość jest wyraźnie większa od sumy promieni jądra złota i cząstki α . Tak więc rozpatrywana cząstka α zawraca (rys. 42.4d), nawet nie "dotykając" jądra złota.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

42.2. NIEKTÓRE WŁAŚCIWOŚCI JĄDER

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 42.03 zdefiniować pojęcia nuklidu, liczby atomowej (lub liczby protonów), liczby neutronów, liczby masowej, nukleonu, izotopu, rozpadu, nadwyżki neutronów, izobaru, pasma nuklidów trwałych i wyspy stabilności oraz objaśnić notację nuklidów (jak na przykład ¹⁹⁷Au);
- 42.04 naszkicować mapę nuklidów na wykresie liczby protonów i neutronów i zlokalizować w przybliżeniu jądra stabilne, jądra z nadmiarem protonów i jądra z nadmiarem neutronów;
- 42.05 dla jąder sferycznych zastosować związek między promieniem a liczbą masową i obliczyć gęstość jądra atomowego;
- 42.06 wyrażać masy w atomowych jednostkach masy, związać liczbę masową z przybliżoną masą jądra i przeliczyć pomię-

Podstawowe fakty _

• Różne rodzaje jąder nazywamy nuklidami. Każdy z nuklidów określony jest przez liczbę atomową *Z* (liczbą protonów), liczbę neutronów *N* oraz liczbę masową *A* (sumaryczną liczbę nukleonów, czyli protonów i neutronów). Zatem *A* = *Z* + *N*. Nuklid zapisywany jest symbolem takim, jak ¹⁹⁷Au lub ¹⁹⁷₇₉Au, gdzie do symbolu chemicznego pierwiastka w indeksie górnym dopisuje się liczbę *A*, a czasami w indeksie dolnym dodaje się też liczbę *Z*.

• Nuklidy o tej samej liczbie atomowej, ale różnych liczbach neutronów są dla siebie izotopami.

• Średnia wartość promienia jąder atomowych r wynosi

$$r = r_0 A^{1/3}$$

gdzie $r_0 \approx 1,2$ fm.

• Masy atomowe są często wyrażane w jednostkach nadwyżki masy $\Delta = M - A.$

gdzie M jest rzeczywistą masą atomu wyrażoną w atomowych jednostkach masy, a A jest liczbą masową jądra tego atomu.

Niektóre właściwości jąder

W tabeli 42.1 podano niektóre właściwości kilku jąder atomowych. W przypadkach, gdy interesują nas właściwości jąder jako samodzielnych obiektów (a nie części atomów), nazywamy je **nuklidami**.

Terminologia fizyki jądrowej

Jądra są zbudowane z protonów i neutronów. Liczba protonów w jądrze (**liczba atomowa**) jest oznaczana symbolem Z; **liczba neutronów** jest oznaczana symbolem N. Łączna liczba protonów i neutronów w jądrze

dzy jednostkami masy a energii;

- 42.07 obliczyć nadwyżkę masy;
- **42.08** dla danego jądra obliczyć energię wiązania ΔE_{w} oraz energię wiązania przypadającą na jeden nukleon ΔE_{wn} i wyjaśnić ich znaczenie;
- 42.09 narysować wykres zależności energii wiązania na jeden nukleon od liczby masowej, zaznaczając te jądra, które są bardziej związane, te, które mogą podlegać rozszczepieniu z emisją energii oraz te, które mogą podlegać syntezie z emisją energii;
- 42.10 wskazać, jaki rodzaj sił (oddziaływania) utrzymuje nukleony w jądrze.
- Energia wiązania jądra wyraża się poprzez różnicę

$$\Delta E_{\rm w} = \sum (mc^2) - Mc^2,$$

gdzie $\sum (mc^2)$ jest całkowitą energią spoczynkową pojedynczych protonów i neutronów. Energia wiązania jądra jest więc ilością energii potrzebną do rozpadu jądra na zbiór jego odrębnych składników (*nie* jest to energia zawarta w jądrze).

• Energię wiązania przypadająca na jeden nukleon definiujemy jako

$$\Delta E_{\rm wn} = \frac{\Delta E_{\rm w}}{A}$$

• Energia równoważna jednostce masy atomowej (1 u) wynosi 931,494 013 MeV.

• Wykres zależności energii wiązania na jeden nukleon ΔE_{wn} od liczby masowej A pokazuje, że nuklidy o masach pośrednich są najstabilniejsze oraz że energię można wyzwolić zarówno przez rozszczepienie jądra o dużej masie, jak i przez syntezę jąder o małych masach.

Nuklid	Ζ	Ν	Α	Trwałość ^a	Masa ^b [u]	Spin ^c	Energia wiązania [MeV/nukleon]
$^{1}\mathrm{H}$	1	0	1	99,985%	1,007 825	1/2	_
⁷ Li	3	4	7	92,5%	7,016004	3/2	5,60
³¹ P	15	16	31	100%	30,973762	1/2	8,48
⁸⁴ Kr	36	48	84	57,0%	83,911507	0	8,72
¹²⁰ Sn	50	70	120	32,4%	119,902 197	0	8,51
¹⁵⁷ Gd	64	93	157	15,7%	156,923957	3/2	8,21
¹⁹⁷ Au	79	118	197	100%	196,966 552	3/2	7,91
²²⁷ Ac	89	138	227	21,8 lat	227,027747	3/2	7,65
²³⁹ Pu	94	145	239	24 100 lat	239,052157	1/2	7,56

Tabela 42.1. Niektóre właściwości wybranych nuklidów

^a W przypadku nuklidów trwałych podano względną częstość występowania, która mówi, jaki ułamek atomów typowej próbki pierwiastka stanowią atomy danego izotopu. Dla nuklidów promieniotwórczych podano czasy połowicznego zaniku.

Zgodnie z powszechnie przyjętą praktyką podano masę atomu obojętnego, a nie samego jądra.

^c Spinowy moment pędu w jednostkach \hbar .

jest nazywana liczba masowa A

$$A = Z + N. \tag{42.1}$$

Neutrony i protony — gdy odnosimy się do nich łącznie jako do składników jadra — nazywamy **nukleonami**.

Nuklidy oznaczamy za pomocą symboli, takich jak te w pierwszej kolumnie tabeli 42.1. Weźmy na przykład symbol ¹⁹⁷Au. Wskaźnik górny 197 oznacza wartość liczby masowej A. Symbol Au informuje, że dany pierwiastek to złoto, którego liczba atomowa wynosi 79. Niekiedy liczba atomowa pisana jest jawnie w indeksie dolnym symbolu, np. ¹⁹⁷₇₉Au. Jak widać w równaniu (42.1), liczba neutronów tego nuklidu jest różnicą pomiedzy liczba masowa a liczba atomowa, czyli 197 – 79 wynosi 118.

Nuklidy o tej samej liczbie atomowej Z, różniące się liczbą neutronów, nazywamy izotopami. Złoto ma 32 izotopy od ¹⁷³Au do ²⁰⁴Au. Tylko jeden z nich jest trwały (197Au); pozostałe 31 to izotopy promieniotwórcze. Nuklidy promieniotwórcze, czyli radionuklidy, ulegają rozpadowi, emitując pewną cząstkę i zmieniając się w ten sposób w inny nuklid.

Porządkowanie nuklidów

Obojętne atomy wszystkich izotopów danego pierwiastka (o tej samej liczbie Z) maja taka sama liczbe elektronów, takie same właściwości chemiczne i zajmuja to samo miejsce w układzie okresowym pierwiastków. Właściwości jądrowe izotopów danego pierwiastka mogą się istotnie różnić od jednego izotopu do drugiego. Dlatego układ okresowy pierwiastków ma ograniczone znaczenie dla fizyka jądrowego, chemika jądrowego lub inżyniera jadrowego.

Nuklidy porządkuje się na podstawie **mapy nuklidów**, jak ta z rysunku 42.5, na której położenie nuklidu wyznacza jego liczba atomowa (liczba protonów) i liczba neutronów. Nuklidy trwałe zaznaczono kolorem zielonym, a nuklidy promieniotwórcze - beżowym. Łatwo dostrzec, że nuklidy promieniotwórcze leżą na obydwu skrajach oraz otaczają górny kraniec



wyraźnego pasma nuklidów trwałych. Zauważmy też, że lekkie nuklidy trwałe leżą w pobliżu linii N = Z, a więc ich liczby neutronów i protonów są podobne. W przypadku ciężkich nuklidów przeważa liczba neutronów. Jak już powiedzieliśmy, złoto ¹⁹⁷Au zawiera 118 neutronów i tylko 79 protonów, czyli *nadmiar neutronów* wynosi aż 39.

Mapy nuklidów często wykonuje się w formacie, który umożliwia powieszenie ich na ścianie. Zwykle każda kratka reprezentująca pewien nuklid zawiera jego dane. Na rysunku 42.6 przedstawiono wycinek takiej mapy dla otoczenia nuklidu ¹⁹⁷Au. W przypadku nuklidów trwałych podaje się ich względną częstość występowania (zazwyczaj dotyczy ona Ziemi), a dla nuklidów promieniotwórczych — czas połowicznego zaniku (jest on miarą szybkości ich rozpadu). Przebiegająca na ukos linia wskazuje **izobary**, czyli nuklidy o takich samych liczbach masowych; w tym przypadku odpowiada ona wartości A = 198.

W ostatnich latach, w warunkach laboratoryjnych udało się uzyskać nuklidy o liczbie atomowej Z = 118 (A = 294) (pierwiastki o liczbie atomowej Z większej niż 92 nie występują w przyrodzie w warunkach naturalnych). Chociaż duże jądra na ogół są mało trwałe i ulegają szybkiemu rozpadowi, istnieje grupa bardzo cieżkich nuklidów o stosunkowo długim **Rys. 42.5.** Mapa znanych nuklidów. Kolorem zielonym zaznaczono pasmo nuklidów trwałych, a beżowym promieniotwórczych. Lekkie, trwałe nuklidy mają niemal równe liczby protonów i neutronów. W przypadku cięższych nuklidów wzrasta nadmiar neutronów. Z rysunku wynika, że dla liczby atomowej Z > 83 (bizmut) nie istnieją trwałe nuklidy

			10					
	82	_ ¹⁹⁷ Pb 43 min	¹⁹⁸ Pb 2,4 h	¹⁹⁹ Pb 1,5 h	²⁰⁰ Pb 21,5 h	²⁰¹ Pb 9,33 h	²⁰² Pb 53000 a	²⁰³ Pb 2,16 d
liczba atomowa Z	81	_ ¹⁹⁶ Tl 1,84 h	¹⁹⁷ Tl 2,83 h	¹⁹⁸ Tl 5,3 h	¹⁹⁹ Tl 7,4 h	²⁰⁰ Tl 26,1 h	²⁰¹ Tl 72,9 h	²⁰² Tl 12,2 d
	80	_ ¹⁹⁵ Hg 9,5 h	¹⁹⁶ Hg 0,15%	¹⁹⁷ Hg 64,1 h	¹⁹⁸ Hg 10,0%	¹⁹⁹ Hg 16,9%	²⁰⁰ Hg 23,1%	²⁰¹ Hg 13,2%
	79	_ ¹⁹⁴ Au 39,4 h	¹⁹⁵ Au 186 d	¹⁹⁶ Au 6,18 d	¹⁹⁷ Au 100%	¹⁹⁸ Au 2,69 d	¹⁹⁹ Au 3,14 d	²⁰⁰ Au 48,4 min
	78	_ ¹⁹³ Pt 60 a	¹⁹⁴ Pt 32,9%	¹⁹⁵ Pt 33,8%	¹⁹⁶ Pt 25,3%	¹⁹⁷ Pt 18,3 h	¹⁹⁸ Pt 7,2%	¹⁹⁹ Pt 30,8 min
	77	_ ¹⁹² Ir 73,8 d	¹⁹³ Ir 62,7%	¹⁹⁴ Ir 19,2 h	¹⁹⁵ Ir 2,8 h	¹⁹⁶ Ir 52 s	¹⁹⁷ Ir 5,8 min	¹⁹⁸ Ir ≈8 s
	76	– ¹⁹¹ Os 15,4 d	¹⁹² Os 41,0%	¹⁹³ Os 30,5 h	¹⁹⁴ Os 6,0 a	¹⁹⁵ Os 6,5 min	¹⁹⁶ Os 35 min	-
115 116 117 118 119 120 121 liczba neutronów N							121	

Rys. 42.6. Powiększony i wzbogacony w szczegóły wycinek mapy nuklidów z rysunku 42.5 przedstawiający otoczenie złota ¹⁹⁷Au. Zielonymi kwadratami oznaczono nuklidy trwałe, dla których podano względne częstości występowania. Kwadraty pomarańczowe oznaczają nuklidy promieniotwórcze, dla których podano czasy połowicznego zaniku. Izobary wskazujące nuklidy o jednakowych liczbach masowych *A* przebiegają ukośnie. Na mapie wykreślono przykładową linię dla *A* = 198

czasie życia. Te stabilne, superciężkie nuklidy oraz inne, przewidziane teoretycznie, tworzą na mapie, takiej jak ta z rysunku 42.5, *wyspę stabilności* odpowiadającą dużym wartościom Z i N.

Sprawdzian 1

Korzystając z rysunku 42.5, powiedz, którego z wymienionych nuklidów nie da się raczej znaleźć w naturalnym otoczeniu: ⁵²Fe (Z = 26), ⁹⁰As (Z = 33), ¹⁵⁸Nd (Z = 60), ¹⁷⁵Lu (Z = 71), ²⁰⁸Pb (Z = 82).

Promień jądra

Wygodną jednostką długości w skali jądrowej jest *femtometr* (= 10^{-15} m). Inna często używana nazwa tej samej jednostki to *fermi*; obydwie nazwy mają ten sam skrót. Mamy więc

1 femtometr = 1 fermi = 1 fm =
$$10^{-15}$$
 m. (42.2)

Rozmiary i budowę jąder można poznać, bombardując je wiązką wysokoenergetycznych elektronów i obserwując, jak jądra rozpraszają padające elektrony. Elektrony muszą mieć wystarczająco dużą energię (przynajmniej 200 MeV), aby odpowiadająca im długość fali de Broglie'a była mniejsza niż rozmiary badanych struktur jądrowych.

Jądro, podobnie jak atom, nie jest sztywnym obiektem o wyraźnej powierzchni. Większość nuklidów ma kształt sferyczny, ale istnieje pewna ich grupa o kształcie wyraźnie elipsoidalnym. Pomimo to, wykorzystując wyniki rozpraszania elektronów (i inne pomiary), przypisuje się każdemu z nuklidów efektywny promień dany wzorem

ł

$$r = r_0 A^{1/3},$$
 (42.3)

gdzie A jest liczbą masową, a $r_0 = 1,2$ fm. Widzimy więc, że objętość jądra — proporcjonalna do r^3 — jest także wprost proporcjonalna do liczby masowej A i nie zależy osobno od wartości Z i N. Oznacza to, że możemy traktować większość jąder jako kule o objętości zależnej od liczby nukleonów, niezależnie od ich rodzaju.

Wzór (42.3) nie stosuje się do *nuklidów halo*, czyli nuklidów ze znacznym nadmiarem neutronów, które po raz pierwszy uzyskano w warunkach laboratoryjnych w latach osiemdziesiątych XX w. Nuklidy te mają większe rozmiary, niż wynika z równania (42.3), ponieważ część neutronów tworzy *halo* (aureolę) wokół sferycznego rdzenia zbudowanego z protonów i reszty neutronów. Przykładem są izotopy litu. Kiedy dodajemy neutron do ⁸Li, powstaje ⁹Li — obydwa te jądra nie są nuklidami halo — i efektywny promień wzrasta o około 4%. Kiedy jednak do ⁹Li dodamy kolejne dwa neutrony, powstanie najbogatszy w neutrony (i największy) izotop litu ¹¹Li. Dodane neutrony nie wbudowują się jednak w istniejące jądro, lecz tworzą wokół niego halo, co zwiększa efektywny promień o około 30%. Jak widać, konfiguracji typu halo odpowiada mniejsza energia niż zwykłemu jądru zawierającemu 11 nukleonów. (W tym rozdziale będziemy na ogół zakładać, że obowiązuje równanie (42.3)).

Masy atomów

Masy atomów są dziś wyznaczane z olbrzymią dokładnością. Jednak bezpośrednie pomiary mas samych jąder atomowych są zwykle niemożliwe, gdyż oderwanie wszystkich elektronów z atomu jest zabiegiem trudnym. Jak to pokrótce dyskutowaliśmy w podrozdziale 37.6, masy atomowe są zwykle podawane w *atomowych jednostkach masy*. Jest to układ, w którym masę obojętnego atomu ¹²C definiuje się jako dokładnie równą 12 u.

Dokładne wartości mas atomów są dostępne w tabelach w internecie i zazwyczaj podawane w zadaniach domowych. Jednak czasami potrzebujemy jedynie przybliżenia masy albo samego jądra, albo obojętnego atomu. Wartość liczby masowej *A* jest taką przybliżoną masą, podaną w atomowych jednostkach masy. Na przykład przybliżona masa zarówno jądra, jak i obojętnego atomu nuklidu ¹⁹⁷Au wynosi 197 u, co jest bliskie wartości zmierzonej precyzyjnie: 196,966 552 u.

Jak widzieliśmy w podrozdziale 37.6,

$$1 u = 1,660 538 86 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$
(42.4)

Widzieliśmy też, że jeśli masa całkowita uczestników reakcji jądrowej zmienia się o wartość Δm , to dochodzi do wydzielenia się energii lub jej absorpcji, według wzoru (37.50) ($Q = -\Delta mc^2$). Jak się wkrótce przekonamy, energie jądrowe są często podawane w wielokrotnościach 1 MeV. Zatem wygodnym przelicznikiem między jednostkami masy a energii jest wzór podany w równaniu (37.46):

$$c^2 = 931,494\ 013\ \text{MeV/u}.$$
 (42.5)

Naukowcy i inżynierowie posługujący się często masami atomowymi zwykle podają masę atomu w jednostkach *nadwyżki masy* Δ , która jest zdefiniowana jako

$$\Delta = M - A \qquad \text{(nadwyżka masy)},\tag{42.6}$$

gdzie M jest prawdziwą masą atomu wyrażoną w atomowych jednostkach masy, a A — liczbą masową jądra tego atomu.

Energia wiązania jądra

Masa *M* jądra jest mniejsza niż suma mas $\sum m$ tworzących je protonów i neutronów. Oznacza to, że energia spoczynkowa jądra Mc^2 jest *mniejsza* niż suma energii spoczynkowych poszczególnych protonów i neutronów $\sum (mc^2)$. Różnica pomiędzy obydwiema energiami jest nazywana **energią** wiązania jądra

$$\Delta E_{\rm w} = \sum (mc^2) - Mc^2 \qquad \text{(energia wiązania)}. \tag{42.7}$$

Uwaga: Energii wiązania nie należy rozumieć jako pewnej energii "uwięzionej" w jądrze. Jest to różnica energii spoczynkowej jądra i tworzących je nukleonów. Jeżeli umielibyśmy podzielić jądro na nukleony, to w procesie tym trzeba by dostarczyć wydzielanym cząstkom łączną energię równą ΔE_w . Chociaż w rzeczywistości nie możemy tego uczynić, energia wiązania jądra jest wygodną miarą jego trwałości, w tym sensie, że mierzy ona, jak trudno byłoby rozbić jądro.



Rys. 42.7. Energia wiązania na nukleon dla wybranych nuklidów. Największą wartość energii wiązania wśród wszystkich znanych trwałych nuklidów mają nukleony w jądrze niklu ⁶²Ni (około 8,794 60 MeV/nukleon). Zwróćcie uwagę, że cząstka α (⁴He) ma większą energię wiązania na nukleon niż jej sąsiedzi w układzie okresowym i stąd wynika jej szczególna stabilność

Jeszcze lepszą miarą trwałości jądra jest **energia wiązania przypadająca na nukleon** ΔE_{wn} , zdefiniowana jako iloraz energii wiązania i liczby nukleonów w jądrze A:

$$\Delta E_{\rm wn} = \frac{\Delta E_{\rm w}}{A} \qquad \text{(energia wiązania na nukleon).} \tag{42.8}$$

Energię wiązania na nukleon można uważać za średnią energię potrzebną do podziału jądra na poszczególne nukleony. *Oznacza to, że im większa energia wiązania na nukleon, tym ściślej związane jest jądro.*

Na rysunku 42.7 przedstawiono zależność energii wiązania na nukleon $\Delta E_{\rm wn}$ od liczby masowej A dla wielu różnych jąder. W jądrach położonych wysoko na tym wykresie wiązania są silne — trzeba dostarczyć dużo energii, aby dokonać ich podziału. Jądra znajdujące się niżej z lewej i prawej strony są związane słabiej i do ich podziału potrzeba mniej energii w przeliczeniu na jeden nukleon.

Wnioski z wykresu na rysunku 42.7 mają daleko idące konsekwencje. Nukleony w jądrze znajdującym się z prawej strony wykresu byłyby mocniej związane, jeżeli to jądro uległoby podziałowi na dwa inne, leżące na wykresie powyżej niego. Taki proces — **rozszczepienie** — obserwuje się dla bardzo ciężkich jąder (o dużej liczbie masowej *A*), takich jak jądra uranu rozszczepiające się samorzutnie (czyli bez żadnej zewnętrznej przyczyny lub bez udziału źródła energii). Reakcja taka zachodzi w głowicach jądrowych, w których ogromna liczba jąder uranu lub plutonu ulega jednoczesnemu rozszczepieniu, co przybiera formę eksplozji.

Energia wiązania nukleonów w dowolnej parze jąder znajdujących się z lewej strony wykresu wzrosłaby, jeżeli rozważana para połączyłaby się w jedno jądro zajmujące na wykresie wyższe miejsce. Taka reakcja **synteza** — zachodzi w gwiazdach. Bez niej Słońce nie świeciłoby i nie byłoby życia na Ziemi. Jak to przedyskutujemy w następnym rozdziale, reakcja syntezy tkwi również u podstaw konstrukcji bomby termojądrowej (w której energia wydziela się w formie eksplozji) oraz projektowanych elektrowni termojądrowych (przy emisji energii podtrzymywanej w kontrolowany sposób).

Poziomy energetyczne jądra

Energie jąder — podobnie jak energie atomów — są skwantowane. Oznacza to, że jądra mogą występować tylko w dyskretnych stanach kwantowych, każdy o ściśle określonej energii. Na rysunku 42.8 przedstawiono fragment drabinki poziomów energetycznych jądra ²⁸Al, które jest typowym lekkim nuklidem. Zauważcie, że energie są wyrażone w milionach elektronowoltów, a nie w elektronowoltach jak w przypadku atomów. Kiedy jądro przechodzi do niższego stanu energetycznego, emituje foton z zakresu γ widma elektromagnetycznego.

Spin jądra i magnetyzm

Wiele nuklidów charakteryzuje się własnym *momentem pędu jądra*, czyli spinem, i związanym z nim wewnętrznym *momentem magnetycznym jądra*. Mimo że moment pędu jądra przyjmuje z grubsza te same wartości co moment pędu elektronu w atomie, momenty magnetyczne jąder są o wiele mniejsze niż typowe momenty magnetyczne atomów.

Siły jądrowe

Zachowanie elektronów w atomie jest wynikiem działania dobrze nam znanych sił elektromagnetycznych. Aby utrzymać jądro w całości, potrzeba o wiele mocniejszego oddziaływania innego typu, zdolnego przezwyciężyć odpychanie między (naładowanymi dodatnio) protonami w jądrze i utrzymać protony oraz neutrony w niewielkiej objętości. Siły jądrowe mają niewielki zasięg, ponieważ ich działania nie obserwuje się w dużej odległości od "powierzchni" jądra.

Obecnie uważa się, że siły jądrowe scalające neutrony i protony w jądro nie są oddziaływaniem o charakterze fundamentalnym, ale konsekwencją **oddziaływania silnego**, które wiąże kwarki w protony i neutrony. Podobnie, siły przyciągania pomiędzy niektórymi obojętnymi elektrycznie cząsteczkami są konsekwencją sił kulombowskich łączących cząsteczki w całość.

Przykład 42.02. Energia wiązania na nukleon

Ile wynosi energia wiązania nukleonu w jądrze ¹²⁰Sn?

PODSTAWOWE FAKTY

Energię wiązania na nukleon ΔE_{wn} będziemy mogli obliczyć, jeżeli wcześniej wyznaczymy energię wiązania ΔE_w i podzielimy ją przez liczbę nukleonów A w jądrze, zgodnie z równaniem (42.8) ($\Delta E_{wn} = \Delta E_w/A$).

Energię $\Delta E_{\rm w}$ możemy wyznaczyć, obliczając różnicę pomiędzy energią spoczynkową jądra Mc^2 a sumą energii spoczynkowych $\sum (mc^2)$ tworzących je nukleonów zgodnie z równaniem (42.7) ($\Delta E_{\rm w} = \sum (mc^2) - Mc^2$).



Rys. 42.8. Układ poziomów energetycznych nuklidu ²⁸Al, wyznaczony na podstawie badań reakcji jądrowych

Obliczenia: Z tabeli 42.1 wynika, że jądro ¹²⁰Sn jest zbudowane z 50 protonów (Z = 50) oraz 70 neutronów (N = A - Z = 120 - 50 = 70). Musimy sobie wyobrazić podział jądra ¹²⁰Sn na 50 protonów i 70 neutronów

(jądro ¹²⁰Sn)

$$\rightarrow 50 \left(\begin{array}{c} \text{pojedynczy} \\ \text{proton} \end{array} \right) + 70 \left(\begin{array}{c} \text{pojedynczy} \\ \text{neutron} \end{array} \right), \qquad (42.9)$$

a następnie obliczyć różnicę energii spoczynkowych.

Do obliczeń potrzebujemy masy jądra ¹²⁰Sn, protonu oraz neutronu. Ponieważ znacznie łatwiej wyznaczyć masę obojętnego atomu (jądro *plus* elektrony) niż masę samego jądra, energię wiązania obliczamy zwykle, korzystając z mas atomowych. Zmodyfikujemy równanie (42.9) tak, aby po lewej stronie znalazł się atom ¹²⁰Sn. W tym celu musimy do lewej strony dodać 50 elektronów (ponieważ jądro zawiera 50 protonów). Aby zachować bilans, trzeba także dodać 50 elektronów do prawej strony równania (42.9). Elektrony te można połączyć z 50 protonami, co w rezultacie da 50 obojętnych atomów wodoru. Otrzymamy więc

$$(\text{atom }^{120}\text{Sn})$$

 $\rightarrow 50 \begin{pmatrix} \text{pojedynczy} \\ \text{atom H} \end{pmatrix} + 70 \begin{pmatrix} \text{pojedynczy} \\ \text{neutron} \end{pmatrix}.$ (42.10)

Z kolumny mas w tabeli 42.1 odczytujemy masę atomu ¹²⁰Sn: $M_{\rm Sn} = 119,902\,197$ u i masę atomu wodoru $m_{\rm H} = 1,007\,825$ u; ponadto masa neutronu $m_{\rm n}$ jest równa 1,008 665 u. Podstawiamy te dane do równania (42.7) i otrzymujemy

$$\Delta E_{\rm w} = \sum (mc^2) - Mc^2$$

= 50(m_{\rm H}c^2) + 70(m_{\rm n}c^2) - M_{\rm Sn}c^2

$$= 50(1,007825 \text{ u})c^{2} + 70(1,008665 \text{ u})c^{2}$$
$$- (119,902197 \text{ u})c^{2}$$
$$= (1,095603 \text{ u})c^{2}$$
$$= (1,095603 \text{ u})(931,494013 \text{ MeV/u})$$
$$= 1020,5 \text{ MeV}.$$

gdzie do szybkiego przeliczenia jednostek skorzystaliśmy z równania (42.5) ($c^2 = 931,494013$ MeV/u). Zwróćmy uwagę, że wykorzystanie mas atomowych zamiast mas jądrowych nie ma wpływu na wynik, ponieważ masa 50 elektronów należących do atomu ¹²⁰Sn redukuje się z masą 50 elektronów w 50 atomach wodoru.

Z równania (42.8) możemy teraz wyznaczyć energię wiązania na nukleon

$$\Delta E_{\rm wn} = \frac{\Delta E_{\rm w}}{A} = \frac{1020,5 \text{ MeV}}{120}$$
(odpowiedź).
= 8,50 MeV/nukleon

Przykład 42.03. Gęstość materii jądrowej

Możemy sobie wyobrażać, że nuklidy są zbudowane z mieszaniny neutronów i protonów, którą można nazwać *materią jądrową*. Ile wynosi gęstość materii jądrowej?

PODSTAWOWE FAKTY

Gęstość (średnią) jądra można obliczyć, dzieląc jego masę przez objętość.

Obliczenia: Niech *m* oznacza masę nukleonu (nieważne czy protonu, czy neutronu, gdyż obydwie te cząstki mają bardzo podobne masy). Masa jądra zawierającego *A* nukleonów wynosi więc *Am*. Dalej założymy, że jądro jest kulą o promieniu *r*. Oznacza to, że jego objętość wynosi $\frac{4}{3}\pi r^3$, a więc gęstość jądra jest równa

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

Promień jądra r jest wyrażony równaniem (42.3) $(r = r_0 A^{1/3})$, w którym r_0 jest równe 1,2 fm (= $1,2 \cdot 10^{-15}$ m). Podstawiając r do równania na gęstość, otrzymujemy

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r_0^3}$$

Podkreślmy, że wartość A uległa skróceniu i dzięki temu uzyskane równanie na ρ odnosi się do dowolnego jądra, które można uznać za kulę o promieniu danym równaniem (42.3). Jeżeli za masę nukleonu *m* podstawimy $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, to otrzymamy

$$\rho = \frac{1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{\frac{4}{3}\pi (1.2 \cdot 10^{-15} \text{ m})^3} \approx 2 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$$

(odpowiedź).

Uzyskana wartość jest z grubsza $2 \cdot 10^{14}$ razy większa niż gęstość wody. Jest to gęstość gwiazd neutronowych, składających się wyłącznie z neutronów.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

42.3. ROZPAD PROMIENIOTWÓRCZY

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 42.11 wyjaśnić, czym jest rozpad promieniotwórczy i stwierdzić, że jest on procesem przypadkowym;
- **42.12** zdefiniować stałą rozpadu λ;
- 42.13 stwierdzić, że w każdej danej chwili szybkość dN/dt, z którą się rozpadają jądra radioaktywne, jest proporcjonalna do liczby N jąder nadal obecnych w próbce;
- 42.14 stosować wzór określający zależność liczby N jąder radioaktywnych od czasu;
- 42.15 stosować wzór określający szybkość R rozpadu jąder pierwiastka radioaktywnego w zależności od czasu;
- 42.16 dla każdej chwili stosować związek między szybkością rozpadu R a liczbą N pozostających jąder pierwiastka promieniotwórczego;

Podstawowe fakty _

• Większość nuklidów rozpada się spontanicznie z szybkością R = dN/dt, która jest proporcjonalna do liczby N obecnych jąder pierwiastka promieniotwórczego. Współczynnikiem proporcjonalności jest stała rozpadu λ .

• Liczbę jąder radioaktywnych opisuje funkcja zależna od czasu

 $N=N_0\mathrm{e}^{-\lambda t},$

gdzie N_0 jest liczbą jąder w chwili t = 0.

Rozpad promieniotwórczy

 $\mathbf{\pi}$

Jak to pokazuje rysunek 42.5, większość nuklidów jest promieniotwórczych. Nuklid takiego typu spontanicznie (i w przypadkowym momencie) wysyła cząstkę, zamieniając się w inny nuklid. Zatem rozpady promieniotwórcze ukazują statystyczny charakter praw rządzących fizyką subatomową. Na przykład w próbce metalicznego uranu o wadze 1 mg i złożonej z 2,5 · 10¹⁸ atomów radionuklidu ²³⁸U o bardzo długim czasie życia, w ciągu jednej sekundy tylko średnio 12 jąder się rozpadnie, emitując cząstkę α i przekształcając się w jądro ²³⁴Th. Jednak

Nie można w żaden sposób przewidzieć, czy dowolne jądro w próbce promieniotwórczej znajdzie się w tej niewielkiej liczbie jąder, które rozpadną się w danej sekundzie. Dla każdego z jąder prawdopodobieństwo jest dokładnie takie samo.

Chociaż nie da się przewidzieć, które jądra ulegną rozpadowi, to można powiedzieć, że w próbce zawierającej N jąder promieniotwórczych szybkość rozpadu (= -dN/dt) jest proporcjonalna do liczby jąder N:

$$-\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda N,\tag{42.11}$$

- 42.17 zdefiniować aktywność próbki;
- 42.18 odróżnić od siebie bekerel (Bq), kiur (Ci) i liczbę zliczeń na sekundę;
- **42.19** odróżnić od siebie czas połowicznego zaniku $T_{1/2}$ i średni czas życia τ ;
- **42.20** stosować związek pomiędzy czasem połowicznego zaniku *T*_{1/2}, średnim czasem życia *τ* a stałą rozpadu *λ*;
- 42.21 stwierdzić, że w każdym procesie jądrowym (z rozpadem radioaktywnym włącznie) ładunek oraz liczba nukleonów pozostają zachowane.
- Szybkość rozpadu jąder radioaktywnych w funkcji czasu opisuje wzór $R = R_0 e^{-\lambda t}$.

gdzie R_0 odpowiada szybkości w chwili t = 0.

• Czas połowicznego zaniku $T_{1/2}$ oraz średni czas życia τ są wielkościami mierzącymi, jak szybko rozpadają się jadra atomowe. Wielkości te wiąże zależność

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2.$$

gdzie λ — **stała rozpadu** jest wielkością charakterystyczną dla każdego nuklidu promieniotwórczego. Jej jednostką w układzie SI jest odwrotność sekundy (s⁻¹).

Aby wyznaczyć zależność liczby jąder N od czasu t, przekształcimy równanie (42.11) do postaci

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = -\lambda \mathrm{d}t,\tag{42.12}$$

a następnie scałkujemy obydwie strony, uzyskując

$$\int_{N_0}^{N} \frac{\mathrm{d}N}{N} = -\lambda \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}t,$$
$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda(t - t_0).$$

czyli

 N_0 oznacza liczbę jąder promieniotwórczych w próbce w pewnej dowolnie wybranej chwili t_0 . Jeżeli przyjmiemy, że $t_0 = 0$ i przekształcimy odpowiednio równanie (42.13), otrzymamy

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t. \tag{42.14}$$

(42.13)

Przechodząc do funkcji wykładniczej (funkcji odwrotnej do logarytmu naturalnego), stwierdzamy, że

$$\frac{N}{N_0} = \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

czyli

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$
 (rozpad promieniotwórczy), (42.15)

gdzie N_0 oznacza liczbę jąder promieniotwórczych w chwili t = 0, a N — liczbę jąder, które pozostały po upływie czasu t. Podkreślmy, że żarówki (na przykład) nie podlegają wykładniczemu prawu rozpadu. Jeżeli zbadamy czas życia 1000 żarówek, to "ulegną one rozpadowi" (przepalą się) mniej więcej w tym samym czasie. Rozpad nuklidów promieniotwórczych jest opisany zupełnie innym prawem.

Często wielkością bardziej interesującą niż liczba jąder w próbce N jest szybkość rozpadu jąder R (= -dN/dt). Różniczkując równanie (42.15) względem czasu, stwierdzimy, że

$$R = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t},$$

czyli

$$R = R_0 e^{-\lambda t}$$
 (rozpad promieniotwórczy), (42.16)

co jest równoważną postacią prawa rozpadu promieniotwórczego (42.15). W równaniu tym R_0 oznacza szybkość rozpadu w chwili t = 0, a R — szybkość rozpadu w dowolnej późniejszej chwili t. Równanie (42.11) można teraz przepisać, podstawiając doń szybkość rozpadu promieniotwórczego

$$R = \lambda N, \tag{42.17}$$

przy czym R — szybkość rozpadu i N — liczba pozostałych w próbce jąder odpowiadają tej samej chwili.

Całkowita szybkość rozpadu *R* w próbce zawierającej jeden lub kilka nuklidów promieniotwórczych jest nazywana **aktywnością** próbki. W układzie SI jednostką aktywności jest **bekerel**, którego nazwa została wybrana dla uczczenia Henri Becquerela, odkrywcy promieniotwórczości:

1 bekerel = 1 Bq = 1 rozpad na sekundę.

Starszą, ale nadal często używaną jednostką, jest kiur

$$1 \text{ kiur} = 1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}.$$

Często próbkę promieniotwórczą umieszcza się w pobliżu detektora, który nie rejestruje wszystkich zachodzących w niej rozpadów. W tym przypadku odczyt jest proporcjonalny do rzeczywistej aktywności, ale daje mniejszą wartość. Wyniki pomiarów proporcjonalne do aktywności próbki i będące jej miarą podaje się w liczbie zliczeń na jednostkę czasu.

Czasy życia. Istnieją dwa często używane parametry, które mówią o czasie życia nuklidu promieniotwórczego. Pierwszym z nich jest **czas połowicznego zaniku** $T_{1/2}$ nuklidu promieniotwórczego, który informuje, po jakim czasie liczba jąder N i szybkość rozpadu R maleją do połowy swoich wartości początkowych. Drugim parametrem jest średni czas życia τ , który mówi, po jakim czasie N i R osiągają wartości e razy mniejsze od początkowych.

Aby znaleźć związek pomiędzy czasem połowicznego zaniku $T_{1/2}$ a stałą rozpadu λ , do równania (42.16) podstawimy $R = \frac{1}{2}R_0$ oraz czas *t* równy $T_{1/2}$. W ten sposób uzyskamy

$$\frac{1}{2}R_0 = R_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Biorąc logarytm naturalny obydwu stron równania i rozwiązując je względem $T_{1/2}$, stwierdzamy, że

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Podobnie, aby powiązać ze sobą parametry τ i λ , w równaniu (42.16) przyjmiemy $R = e^{-1}R_0$, czas *t* równy τ i rozwiążemy je względem τ :

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Wartości czasu połowicznego zaniku i średniego czasu życia wiąże zależność

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2. \tag{42.18}$$

Sprawdzian 2

Nuklid promieniotwórczy ¹³¹I ulega rozpadowi z czasem połowicznego zaniku 8,04 dnia. W południe, 1 stycznia aktywność pewnej próbki wynosiła 600 Bq. Stosując pojęcie czasu połowicznego zaniku i nie wykonując pisemnych obliczeń, odpowiedz, czy aktywność tej próbki 24 stycznia będzie: nieco mniejsza niż 200 Bq, nieco większa niż 200 Bq, nieco większa niż 75 Bq, czy może nieco mniejsza niż 75 Bq.

Przykład 42.04. Wyznaczanie stałej rozpadu i czasu życia z wykresu

Podana tabela zawiera wyniki pomiarów szybkości rozpadu promieniotwórczego nuklidu ¹²⁸I, który jest często używany w medycynie do diagnostyki wchłaniania jodu przez tarczycę.

czas [min]	<i>R</i> [zliczenia/s]	czas [min]	<i>R</i> [zliczenia/s]
4	392,2	132	10,9
36	161,4	164	4,56
68	65,5	196	1,86
100	26,8	218	1,00

Wyznacz stałą rozpadu i czas połowicznego zaniku tego nuklidu.

PODSTAWOWE FAKTY

Stała rozpadu λ wyznacza malejącą wykładniczo z czasem *t* szybkość rozpadu *R* (równanie (42.16), *R* = $R_0 e^{-\lambda t}$). Powinniśmy więc móc wyznaczyć wartość λ , wykreślając wyniki pomiarów szybkości rozpadu *R* w zależności od czasu *t*. Jednak wyznaczenie wartości λ na podstawie wykresu zależności *R* od *t* jest trudne, gdyż jest to zależność wykładnicza zgodnie z równaniem (42.16). Wygodnym rozwiązaniem jest przekształcenie równania (42.16) tak, aby pojawiła się liniowa zależność od *t*, dzięki czemu wyznaczymy λ w łatwy sposób. W tym celu bierzemy logarytm naturalny obydwu stron równania (42.16).

Obliczenia: Otrzymujemy:

$$n R = \ln(R_0 e^{-\lambda t}) = \ln R_0 + \ln(e^{-\lambda t})$$
$$= \ln R_0 - \lambda t. \qquad (42.19)$$

Równanie (42.19) ma postać typu y = b + mx, gdzie *b* i *m* są stałymi, a więc wyraża liniową zależność ln *R* od czasu *t*. Jeżeli wykonamy wykres zależności ln *R* (a nie *R*) od *t*, powinniśmy otrzymać linię prostą. Ponadto, współczynnik kierunkowy tej prostej powinien być równy $-\lambda$. Na rysunku 42.9 przedstawiono wykres zależności ln R od czasu t wykonany dla danych z tabeli. Współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez punkty jest równy

współczynnik kierunkowy prostej =
$$\frac{0-6,2}{225 \text{ min} - 0}$$

= -0.0276 min⁻¹

Mamy więc

$$-\lambda = -0,0276 \operatorname{min}^{-1},$$

czyli

$$\lambda = 0,0276 \text{ min}^{-1} \approx 1,7 \text{ h}^{-1}$$
 (odpowiedź).

Czas, w którym szybkość rozpadu *R* maleje do połowy swojej pierwotnej wartości jest związany ze stałą rozpadu λ równaniem (42.18) ($T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda$). Z tego równania wyznaczamy $T_{1/2}$,

$$T_{/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0.0276 \text{ min}^{-1}} \approx 25 \text{ min} \text{ (odpowiedź)}.$$



Rys. 42.9. Wykres w skali półlogarytmicznej przedstawia opisany w tabeli rozpad próbki nuklidu ¹²⁸I

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Przykład 42.05. Promieniotwórczość potasu w bananach

Duży banan zawiera 600 mg potasu, z czego 0,0117% stanowi radioaktywny izotop 40 K. Czas połowicznego zaniku tego izotopu $T_{1/2}$ wynosi 1,25 · 10⁹ y. Jaka jest jego aktywność w bananie?

PODSTAWOWE FAKTY

1) Wykorzystując równanie (42.17), możemy związać aktywność R ze stałą rozpadu λ . Zapiszmy je w po-

staci $R = \lambda N_{40}$, gdzie N_{40} jest liczbą jąder (a zarazem i atomów) izotopu ⁴⁰K zawartych w bananie. 2) Możemy związać stałą rozpadu ze znanym czasem połowicznego zaniku $T_{1/2}$ poprzez równanie (42.18) ($T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda$).

Obliczenia: Łącząc równania (42.18) i (42.17), otrzymujemy

$$R = \frac{N_{40} \ln 2}{T_{1/2}}.$$
 (42.20)

Wiemy, że N_{40} stanowi 0,0117% całkowitej liczby Natomów potasu w bananie. Aby wyznaczyć wyrażenie opisujace N, złączymy dwa wzory na liczbę moli n atomów potasu w bananie. Stosując wzór (19.2), zapisujemy $n = N/N_A$, gdzie N_A jest liczbą Avogadra $(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})$. Korzystając z równania (19.3), piszemy $n = M_{\text{prób}}/M$, gdzie $M_{\text{prób}}$ jest masą próbki (w naszym przypadku podane 600 mg potasu), M zaś jest masą molową potasu. Po połączeniu tych dwóch równań (przez co eliminujemy n), możemy zapisać

$$N_{40} = (1, 17 \cdot 10^{-4}) \frac{M_{\text{prób}} N_A}{M}.$$
 (42.21)

W dodatku F odnajdujemy masę molową potasu 39,102 g/mol. Po wstawieniu liczb do równania (42.21), otrzymujemy

$$N_{40} = (1,17 \cdot 10^{-4}) \frac{(600 \cdot 10^{-3} \text{ g})(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{39,102 \text{ g/mol}}$$

= 1,081 \cdot 10^{18}.

Podstawiamy następnie do równania (42.20) otrzymaną wartość N_{40} oraz dany czas połowicznego zaniku izotopu ⁴⁰K ($T_{1/2} = 1,25 \cdot 10^9$ y) i otrzymujemy

$$R = \frac{(1,081 \cdot 10^{18})(\ln 2)}{(1,25 \cdot 10^9 \text{ y})(3,16 \cdot 10^7 \text{ s/y})}$$

= 18,96 Bq \approx 19,0 Bq (odpowiedź).

Jest to równoważne dawce 0,51 nCi. W Twoim ciele znajduje się zawsze około 160 g potasu. Powtarzając dokonane tu obliczenia, otrzymasz, że aktywność jąder izotopu ⁴⁰K, występujących naturalnie w ciele człowieka, wynosi przeciętnie $5,06 \cdot 10^3$ Bq (czyli 0,14 µCi). A zatem zjedzenie jednego banana sprawia, że aktywność, z jaką Twoje ciało emituje promieniowanie pochodzące od potasu, wzrasta o mniej niż 1%.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

42.4. ROZPAD *α*

Czego się nauczysz?				
Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał	42.24 obliczyć zmianę wartości liczby atomowej Z i masowe A w wyniku rozpadu α;			
42.22 opisać cząstkę α i rozpad α ;	42.25 posługując się koncepcją bariery potencjąłu, wyjaśni			
42.23 dla danego rozpadu α obliczyć zmianę masy oraz energię rozpadu Q ;	jak cząstka α może opuścić jądro, mając mniej energii niż wysokość bariery.			
Podstawowe fakty				
• Niektóre nuklidy rozpadają się poprzez emisję cząstki α (ją-	silnie osłabione przez barierę potencjału, przez którą cząstka			
dro helu, ⁴ He). Prawdopodobieństwo takiego rozpadu jest	musi przetunelować.			

Rozpad α

Jądro, które ulega **rozpadowi** α , przekształca się w inny nuklid, emitując przy tym cząstkę α (jądro helu ⁴He). Na przykład uran ²³⁸U w wyniku rozpadu α przekształca się w tor ²³⁴Th:

$$^{238}\text{U} \rightarrow ^{234}\text{Th} + ^{4}\text{He.}$$
 (42.22)

Zapisana w tym równaniu reakcja rozpadu α uranu ²³⁸U może zachodzić samorzutnie (bez dostarczania z zewnątrz energii), ponieważ całkowita masa produktów rozpadu ²³⁴Th i ⁴He jest mniejsza niż masa pierwotnego jądra ²³⁸U. Tym samym całkowita energia spoczynkowa produktów



Rys. 42.10. Wykres energii potencjalnej dla emisji cząstki α z nuklidu ²³⁸U. Pozioma czarna linia oznaczona przez Q = 4,25 MeV odpowiada energii rozpadu. Poszerzony, szary odcinek tej linii wskazuje zakres odległości *r* zabroniony dla cząstki α w ramach fizyki klasycznej. Cząstkę α zaznaczono jako punkt wewnątrz bariery potencjału (z lewej strony) i na zewnątrz po pokonaniu jej na drodze tunelowania (z prawej). Pozioma czarna linia oznaczona Q' = 6,81 MeV odpowiada energii rozpadu α nuklidu ²²⁸U. (Bariera potencjału dla obydwu izotopów ma ten sam kształt ze względu na takie same ładunki jąder) rozpadu jest mniejsza niż energia spoczynkowa rozpadającego się jądra. Zgodnie z definicją zapisaną w równaniu (37.50) ($Q = -\Delta M c^2$) różnica pomiędzy początkową a końcową energią spoczynkową w procesach tego typu jest nazywana energią reakcji Q.

W przypadku rozpadu jądra różnicę energii spoczynkowych nazywamy energią rozpadu Q. Energia rozpadu Q dla reakcji zapisanej w równaniu (42.22) ma wartość 4,25 MeV — taka energia jest uwalniana w wyniku rozpadu α jądra ²³⁸U i przekazywana w postaci energii kinetycznej dwóm produktom rozpadu.

Czas połowicznego zaniku nuklidu ²³⁸U w rozpadzie α wynosi 4,5 · 10⁹ lat. Dlaczego jest on tak długi? Skoro rozpad nuklidu ²³⁸U jest możliwy, to dlaczego każde jądro ²³⁸U w próbce uranu ²³⁸U nie rozpada się natychmiast? Aby odpowiedzieć na te pytania, musimy bliżej przyjrzeć się rozpadowi α .

W naszym modelu założymy, że cząstka α istnieje (już powstała) we wnętrzu jądra, zanim jeszcze może z niego uciec. Na rysunku 42.10 przedstawiono przybliżoną zależność energii potencjalnej $E_p(r)$ układu składającego się z cząstki α oraz pozostałego jądra ²³⁴Th od wzajemnej odległości r obydwu cząstek. Energia ta jest sumą 1) energii potencjalnej związanej z (przyciągającym) oddziaływaniem silnym występującym wewnątrz jądra oraz 2) potencjalnej energii elektrycznej związanej z (odpychającym) oddziaływaniem elektrostatycznym pomiędzy obydwiema cząstkami przed rozpadem i po rozpadzie.

Pozioma czarna linia oznaczona jako Q = 4,25 MeV odpowiada energii rozpadu. Jeżeli przyjmiemy, że jest ona równa całkowitej energii cząstki α w trakcie rozpadu, to fragment krzywej $E_p(r)$ powyżej prostej reprezentuje barierę energii potencjalnej, jak ta z rysunku 38.17. Takiej bariery cząstka nie może pokonać. Jeżeli cząstka α zdołałaby się znaleźć w obrębie bariery, w odległości r od środka jądra, jej energia potencjalna E_p byłaby większa od energii całkowitej E. W mechanice klasycznej oznaczałoby to ujemną wartość energii kinetycznej E_k (= $E - E_p$), co nie jest możliwe.

Tunelowanie. Widzimy więc, dlaczego cząstka α nie może natychmiast opuścić jądra ²³⁸U. Jądro otacza potężna bariera potencjału, rozciągająca się — jeżeli spróbujemy to sobie wyobrazić w trzech wymiarach — pomiędzy dwiema sferami (ich promienie to 8 fm i 60 fm). Obraz ten jest tak sugestywny, że zmienimy teraz ostatnie pytanie i sformułujemy je tak: Jak to w ogóle możliwe, że cząstka α — jak się wydaje — trwale uwięziona we wnętrzu jądra ²³⁸U przez otaczającą ją barierę zdoła *kiedykolwiek* to jądro opuścić? Odpowiedź brzmi, że — zgodnie z tym, co powiedzieliśmy w podrozdziale 38.9 — istnieje skończone prawdopodobieństwo, że cząstka może tunelować przez barierę potencjału, która w fizyce klasycznej byłaby nie do pokonania. W rzeczywistości rozpad α zachodzi dzięki tunelowaniu przez bariere.

Bardzo długi czas połowicznego zaniku izotopu 238 U mówi nam, że bariera jest całkiem "szczelna". Jeżeli wyobrazimy sobie, że już utworzona cząstka α porusza się tam i z powrotem we wnętrzu jądra, to musi odbić się ona od wewnętrznej powierzchni bariery około 10^{38} razy, zanim zdoła przedostać się przez nią na drodze tunelowania. Oznacza to 10^{21} prób na sekundę w ciągu $4 \cdot 10^9$ lat (wiek Ziemi)! My znajdujemy się oczywiście

na zewnątrz i możemy liczyć tylko te cząstki, które *zdołały* uciec. Nie możemy natomiast stwierdzić, co się działo w środku jądra.

Podane wyjaśnienie rozpadu α można zweryfikować, rozważając inne źródła cząstek α . Dla odmiany zajmijmy się rozpadem α innego izotopu uranu — ²²⁸U, którego energia rozpadu Q' wynosi 6,81 MeV, czyli jest z grubsza o 60% większa niż dla ²³⁸U. (Wartość Q' jest również zaznaczona na rysunku 42.10 za pomocą poziomej czarnej linii). Z podrozdziału 38.9 wynika, że współczynnik przejścia przez barierę jest bardzo wrażliwy na niewielkie zmiany energii całkowitej cząstki, która stara się przez nią przedostać. Spodziewamy się więc, że rozpad α będzie zachodzić znacznie łatwiej dla tego nuklidu niż dla ²³⁸U. Tak jest naprawdę. Z tabeli 42.2 wynika, że czas połowicznego zaniku wynosi tu zaledwie 9,1 min! Zwiększenie wartości Q 1,6 razy powoduje zmniejszenie się czasu połowicznego zaniku (a tym samym skuteczności bariery) 3 · 10¹⁴ razy. Jest to niezwykła czułość.

Tabela 42.2. Porównanie dwóch emiterów cząstek α

Nuklid promieniotwórczy	Q	$T_{1/2}$
²³⁸ U	4,25 MeV	4,5 · 10 ⁹ lat
²²⁸ U	6,81 MeV	9,1 min

Przykład 42.06. Wyznaczanie wartości Q dla rozpadu α na podstawie mas

Mamy do dyspozycji następujące wartości mas atomowych:

²³⁸ U	238,05079 u	⁴ He	4,00260 u
²³⁴ Th	234,04363 u	$^{1}\mathrm{H}$	1,00783 u
²³⁷ Pa	237.05121 u		

Pa jest symbolem pierwiastka o nazwie protaktyn (Z = 91).

a) Oblicz energię wyzwalaną w wyniku rozpadu α jądra ²³⁸U. Proces jest opisany równaniem

$$^{238}\text{U} \rightarrow ^{234}\text{Th} + {}^{4}\text{He}.$$

Zwróć przy okazji uwagę, że w reakcjach jądrowych jest zachowany ładunek: liczba atomowa toru (90) i liczba atomowa helu (2) dają w sumie liczbę atomową uranu (92). Zachowana jest także liczba nukleonów: 238 = 234 + 4.

PODSTAWOWE FAKTY

Energia wyzwalana w procesie to energia rozpadu Q, którą można obliczyć na podstawie zmiany masy ΔM związanej z podziałem jądra ²³⁸U.

Obliczenia: W tym celu skorzystajmy z równania (37.50)

$$Q = M_{\rm pocz}c^2 - M_{\rm końc}c^2,$$
(42.23)

gdzie masa początkowa M_{pocz} to masa jądra ²³⁸U, a masa końcowa $M_{\text{końc}}$ jest sumą mas jąder ²³⁴Th i ⁴He. Podstawiając do równania (42.23) podane w zadaniu masy atomowe, otrzymamy

$$Q = (238, 05079 \text{ u})c^2 - (234, 04363 \text{ u} + 4, 00260 \text{ u})c^2$$

 $= (0,00456 \text{ u})c^{2} = (0,00456 \text{ u})(931,494013 \text{ MeV/u})$ = 4,25 MeV (odpowiedź).

Zauważ, że użycie mas atomowych zamiast mas jądrowych nie ma wpływu na wynik, ponieważ łączna masa elektronów w produktach reakcji redukuje się z masą elektronów w pierwotnym atomie ²³⁸U.

b) Wykaż, że jądro ²³⁸U nie może samorzutnie wyemitować protonu; oznacza to, że protony nie opuszczają jąder atomowych, mimo odpychającego oddziaływania proton–proton w jego wnętrzu.

Rozwiązanie: Gdyby mógł zachodzić proces emisji protonu, byłby on opisany równaniem

$$^{238}\text{U} \rightarrow ^{237}\text{Pa} + ^{1}\text{H}.$$

(Sprawdź, że w reakcji jest zachowany ładunek i liczba nukleonów). Korzystając z tego samego spostrzeżenia, co w części (a) i powtarzając całe rozumowanie, stwierdzilibyśmy, że masa dwóch produktów rozpadu:

$$237,05121 \text{ u} + 1,00783 \text{ u}$$

jest *większa* od masy jądra ²³⁸U o wartość $\Delta m = 0,008\,25$ u, co odpowiada energii rozpadu

$$Q = -7,68$$
 MeV.

Znak minus oznacza, że do jądra ²³⁸U musimy *dostarczyć* 7,68 MeV, zanim wyemituje ono proton. Nie ulega wątpliwości, że proces ten nie może zachodzić samorzutnie.

LUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie *WileyPLUS*.

42.5. ROZPAD *β*

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- **42.26** wyszczególnić dwa typy cząstek β i dwa typy rozpadu β ;
- 42.27 zidentyfikować neutrino;
- **42.28** wyjaśnić, dlaczego w wyniku rozpadów β energie emitowanych cząstek β nie są ustalone, lecz charakteryzują się ciągłym widmem energii od zera do $E_{k_{max}}$;

Podstawowe fakty _

• W akcie rozpadu β jądro emituje elektron lub pozyton oraz neutrino.

- 42.29 dla danego rozpadu β obliczyć zmianę masy oraz wartość Q reakcji;
- **42.30** określić zmianę liczby atomowej Z jądra podlegającego przemianie β i stwierdzić, że liczba masowa A pozostaje stała.

 Emitowane cząstki dzielą między siebie energię rozpadu.
 Czasami większość dostępnej energii unosi neutrino, a czasami — elektron lub pozyton.

Rozpad β

Jeżeli jądro rozpada się samorzutnie, emitując przy tym elektron lub pozyton (dodatnio naładowaną cząstkę o masie elektronu), mówi się, że ulega ono **rozpadowi** β . Podobnie jak rozpad α , proces ten zachodzi samorzutnie i charakteryzuje się określoną energią rozpadu i czasem połowicznego zaniku. Tak samo jak rozpad α , rozpad β jest procesem statystycznym, którego szybkość jest opisana równaniami (42.15) i (42.16). W rozpadzie β^- (*beta minus*) jądro emituje elektron, jak na przykład w procesie

$${}^{32}P \rightarrow {}^{32}S + e^- + \nu$$
 (*T*_{1/2} = 14,3 d). (42.24)

W rozpadzie β^+ (*beta plus*) jądro emituje pozyton

64
Cu $\rightarrow ^{64}$ Ni + e⁺ + ν ($T_{1/2} = 12,7$ h). (42.25)

Symbol ν oznacza **neutrino**, cząstkę obojętną elektrycznie, o bardzo małej masie spoczynkowej. Neutrina bardzo słabo oddziałują z materią, dlatego trudno je wykryć i przez długi czas ich obecność pozostawała niezauważona¹.

W obydwu podanych reakcjach zachowany jest ładunek i liczba nukleonów. Na przykład w rozpadzie opisanym równaniem (42.24) jądro 32 P zawiera 15 protonów, 32 S — 16 protonów, a neutrino ν ma ładunek 0. Można więc napisać

$$(+15e) = (+16e) + (-e) + (0).$$

Podobnie można sprawdzić zachowanie liczby nukleonów w reakcji:

$$(32) = (32) + (0) + (0),$$

¹Pojęcie rozpadu obejmuje także *wychwyt elektronu*, w którym jądro rozpada się po wchłonięciu jednego z elektronów atomu, emitując przy tym neutrino. Procesem takim nie będziemy się tu zajmować. W rzeczywistości obojętna elektrycznie cząstka emitowana w procesie rozpadu (42.24) to *antyneutrino*, ale w tej fazie wykładu nie będziemy wprowadzać tego rozróżnienia.

ponieważ jądra ³²P i ³²S mają po 32 nukleony, a ani elektron, ani neutrino nie jest nukleonem.

W pierwszej chwili zaskakuje fakt, że jądra mogą emitować elektrony, pozytony i neutrina, skoro wcześniej powiedzieliśmy, że są one zbudowane tylko z protonów i neutronów. Jednak już wcześniej przekonaliśmy się, że atomy emitują fotony, chociaż nigdy nie twierdziliśmy, że atomy "zawierają" fotony. Mówimy, że fotony powstają w procesie emisji.

Podobnie, elektrony, pozytony i neutrina emitowane z jądra w procesie rozpadu β powstają w procesie emisji. W rozpadzie β^- należący do jądra neutron przekształca się w proton zgodnie z równaniem

$$\mathbf{n} \to \mathbf{p} + \mathbf{e}^- + \mathbf{v}. \tag{42.26}$$

W procesie β^+ proton przekształca się w neutron zgodnie z równaniem

$$p \to n + e^+ + \nu. \tag{42.27}$$

Z równań (42.26) i (42.27) wynika, dlaczego liczba masowa nuklidu ulegającego rozpadowi β się nie zmienia — jest tak, ponieważ jeden z nukleonów jądra przekształca się po prostu w inny.

W rozpadach α i β w każdym indywidualnym akcie rozpadu danego nuklidu promieniotwórczego wyzwala się taka sama energia. W rozpadzie α określonego nuklidu promieniotwórczego każda emitowana cząstka α ma dokładnie taką samą energię kinetyczną. Jednakże w przypadku rozpadu β^- , opisanego równaniem (42.26), energia rozpadu Q ulega podziałowi w różnych proporcjach — pomiędzy emitowany elektron a neutrino. Czasami niemal całą energię otrzymuje elektron, a czasami neutrino. Jednakże w każdym przypadku suma energii elektronu i energii neutrina daje tę samą wartość Q. Podobny podział energii z zachowaniem stałej sumy Q zachodzi w rozpadzie β^+ (równanie (42.27)).

W rozpadzie β energia kinetyczna emitowanego elektronu lub pozytonu może się zmieniać od niemal zera do pewnej maksymalnej wartości $E_{\rm kmax}$. Na rysunku 42.11 przedstawiono rozkład energii pozytonów dla rozpadu β nuklidu ⁶⁴Cu (równanie (42.25)). Maksymalna energia pozytonu $E_{\rm kmax}$ musi być równa energii rozpadu Q, ponieważ neutrino ma energię w przybliżeniu równą zeru, kiedy pozyton unosi energię $E_{\rm kmax}$, czyli

$$Q = E_{\rm kmax}.\tag{42.28}$$

Neutrino

Istnienie neutrin pierwszy zasugerował w 1930 r. Wofgang Pauli. Jego hipoteza nie tylko pozwalała zrozumieć rozkład energii elektronów i pozytonów w rozpadzie β , ale także wyjaśniała inną związaną z nim zagadkę, dotyczącą "brakującego" momentu pędu.

Neutrino jest cząstką trudno uchwytną; jak obliczono, średnia droga swobodna neutrina o wielkiej energii w wodzie wynosi co najmniej kilka tysięcy lat świetlnych. Jednocześnie neutrina, które pozostały po Wielkim Wybuchu, który — jak uważamy — dał początek Wszechświatu, są najliczniejszymi cząstkami elementarnymi. W każdej sekundzie ich miliardy przenikają nasze ciała, nie pozostawiając po sobie żadnego śladu.

Pomimo swej "ulotnej" natury neutrina zostały wykryte w laboratorium. Po raz pierwszy dokonali tego w 1953 r. F. Reines i C.L. Cowan, którzy



Rys. 42.11. Rozkład energii kinetycznej pozytonów emitowanych w wyniku rozpadu β nuklidu ⁶⁴Cu. Maksymalna energia kinetyczna ($E_{\rm kmax}$) emitowanych cząstek ma wartość 0,653 MeV. We wszystkich rozpadach nuklidu ⁶⁴Cu energia ta jest dzielona w różnych proporcjach między pozyton a neutrino. *Najbardziej prawdopodobna* energia emitowanego pozytonu wynosi około 0,15 MeV



Rys. 42.12. Gwałtowny wzrost strumienia neutrin z supernowej SN 1987A, w umownej chwili t = 0 s, na obserwowanym zwykle *tle* neutrin. (W przypadku neutrin wzrost strumienia o 10 zasługuje na miano "gwałtownego"). Cząstki były rejestrowane za pomocą bardzo złożonego detektora umieszczonego głęboko w kopalni w Japonii. Supernowa była widoczna tylko na półkuli południowej, a więc neutrina musiały przejść przez Ziemię (nie stanowi ona dla nich żadnej bariery), zanim dotarły do detektora

zaobserwowali neutrina pochodzące z reaktora jądrowego o dużej mocy. (W 1995 r. Reines otrzymał za tę pracę Nagrodę Nobla). Mimo trudności w detekcji eksperymentalna fizyka neutrin jest obecnie dobrze rozwiniętą gałęzią fizyki doświadczalnej, którą zajmują się niestrudzeni badacze w wielu laboratoriach na całym świecie.

Słońce emituje neutrina wytwarzane obficie w jego jądrze. Nocą cząstki te docierają do nas od dołu, ponieważ Ziemia jest dla nich niemal całkowicie przezroczysta. W lutym 1987 r., po trwającej 170 000 lat podróży do Ziemi dotarło światło z eksplodującej gwiazdy w Wielkim Obłoku Magellana (jednej z pobliskich galaktyk). We wspomnianej eksplozji powstała olbrzymia liczba neutrin, z których około 10 zostało zarejestrowanych przez czuły detektor neutrin w Japonii. Na rysunku 42.12 przedstawiono zapis tego zdarzenia.

Promieniotwórczość a mapa nuklidów

Możemy poszerzyć naszą wiedzę zawartą w mapie nuklidów z rysunku 42.5, dokładając trzecią oś, na której wykreślimy nadwyżkę masy Δ , wyrażoną w jednostkach MeV/ c^2 . Wykres z tak dołączoną trzecią osią, przedstawiony na rysunku 42.13, pozwala nam ocenić, jak zmienia się stopień stabilności nuklidów. Dla nuklidów o małej masie widzimy "dolinę nuklidów", której dnem biegnie pasmo stabilności z rysunku 42.5. Nuklidy znajdujące się po stronie bogatej w protony przemieszczają się w stronę dna, ulegając rozpadowi z emisją pozytonów, a te położone po stronie bogatej w neutrony zachowują się podobnie, emitując elektrony.



Rys. 42.13. Wycinek doliny nuklidów dla nuklidów o małej masie. Najbliżej nas leżą jądra deuteru, trytu i helu, przy czym hel jest położony najwyżej. Wykres urywa się mniej więcej dla Z = 22 i N = 35. Nuklidy promieniotwórcze o dużych liczbach masowych A mogą zająć miejsce w dolinie dzięki wielokrotnym rozpadom α i rozszczepieniom (czyli podziałom nuklidów)

Sprawdzian 3

Nuklid ²³⁸U rozpada się na ²³⁴Th i cząstkę α . W dalszej kolejności następuje łańcuch rozpadów promieniotwórczych, obejmujący zarówno rozpady α , jak i β . W końcu powstaje nuklid trwały i dalsze rozpady promieniotwórcze nie są już możliwe. Który z następujących trwałych nuklidów jest produktem końcowym łańcucha rozpadu nuklidu ²³⁸U: ²⁰⁶Pb, ²⁰⁷Pb, ²⁰⁸Pb czy ²⁰⁹Pb? (*Wskazówka*: Wyboru można dokonać, badając zmiany liczby masowej *A* w rozpadach obydwu typów).

Przykład 42.07. Wyznaczanie wartości Q dla rozpadu β na podstawie mas

Oblicz energię Q rozpadu β jądra ³²P opisanego równaniem (42.24). Potrzebne wartości mas atomowych to 31,973 91 u dla ³²P oraz 31,972 07 u dla ³²S.

PODSTAWOWE FAKTY

Energia rozpadu Q jest równa zmianie energii spoczynkowej w procesie rozpadu.

Obliczenia: Wartość Q jest dana równaniem (37.50) ($Q = -\Delta M c^2$). Musimy tu jednak zachować ostrożność, rozróżniając masy jądrowe (których nie znamy) i masy atomowe (które znamy). Niech wytłuszczone symbole \mathbf{m}_P i \mathbf{m}_S oznaczają masy jądrowe ³²P i ³²S, a symbole zapisane kursywą m_P i m_S odpowiednie masy atomowe. Zatem możemy wyrazić zmianę masy w procesie rozpadu opisanym równaniem (42.24) jako

$$\Delta m = (\mathbf{m}_{\rm S} + m_{\rm e}) - \mathbf{m}_{\rm P},$$

gdzie m_e oznacza masę elektronu. Dodając i jednocześnie odejmując od prawej strony równania masę 15 elektronów $15m_e$, otrzymujemy

$$\Delta m = (\mathbf{m}_{\mathrm{S}} + 16m_{\mathrm{e}}) - (\mathbf{m}_{\mathrm{P}} + 15m_{\mathrm{e}}).$$

Wielkości w nawiasach to masy atomowe ³²S i ³²P, a więc

$$\Delta m = m_{\rm S} - m_{\rm P}.$$

Widzimy więc, że odejmując od siebie masy atomowe, automatycznie uwzględniamy masę wyemitowanego elektronu. (Ta metoda nie jest skuteczna w przypadku emisji pozytonu).

Energia rozpadu jądra ³²P jest więc równa

$$Q = -\Delta mc^{2}$$

= -(31,97207 u - 31,97391 u)(931,494013 MeV/u)
= 1,71 MeV (odpowiedź).

Eksperyment potwierdza, że obliczona wartość energii odpowiada największej energii kinetycznej $E_{\rm kmax}$, jaką może uzyskać elektron. Chociaż energia 1,71 MeV jest uwalniana za każdym razem, kiedy jądro ³²P ulega rozpadowi, prawie zawsze elektron uzyskuje mniejszą energię. Resztę otrzymuje neutrino, które niepostrzeżenie unosi ją na zewnątrz.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

42.6. DATOWANIE NA PODSTAWIE ROZPADU PROMIENIOTWÓRCZEGO

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

42.31 wykorzystać równania opisujące rozpad promieniotwórczy do określenia wieku skał i innych znalezisk archeologicznych; **42.32** wyjaśnić, jak dzięki metodzie datowania radiowęglowego można ustalić wiek próbek biologicznych.

Podstawowe fakty

 Naturalne występowanie w przyrodzie nuklidów radioaktywnych umożliwia szacowanie wieku wydarzeń historycznych i prehistorycznych. Na przykład wiek próbek organicznych można określić na podstawie pomiaru zawartości w nich izotopu ¹⁴C, natomiast wiek próbek skalnych można datować na podstawie zawartości izotopu ⁴⁰K.



Fragment zwoju znad Morza Martwego oraz jaskiń, w których te zwoje odkryto (górne zdjęcie: Ella Hanochi/Shutterstock, dolne: Chameleon Eye/Shutterstock)

Datowanie na podstawie rozpadu promieniotwórczego

Znając czas połowicznego zaniku pewnego nuklidu promieniotwórczego, można wykorzystać ten nuklid jako zegar odmierzający czas. Rozpad nuklidów o bardzo długim czasie życia może na przykład posłużyć do określenia wieku skał, czyli czasu, który upłynął od ich powstania. Pomiary tego typu wykonywane dla skał pochodzących z Ziemi, Księżyca i meteorytów dają spójne wyniki, które świadczą, że ciała te liczą sobie około $4,5 \cdot 10^9$ lat.

Na przykład izotop ⁴⁰K rozpada się, dając trwały izotop gazu szlachetnego — argonu ⁴⁰Ar. Czas połowicznego zaniku dla tego rozpadu wynosi 1,25 · 10⁹ lat. Mierząc stosunek zawartości izotopów ⁴⁰K i ⁴⁰Ar w badanej skale, można obliczyć jej wiek. Inne powolne rozpady, jak na przykład ²³⁵U do ²⁰⁷Pb (wraz z etapami pośrednimi), można wykorzystać do weryfikacji tych obliczeń.

Pomiaru krótszych czasów, będących przedmiotem zainteresowania historyków, najczęściej dokonuje się, wykorzystując promieniotwórczy węgiel. Nuklid promieniotwórczy ¹⁴C ($T_{1/2} = 5730$ lat) jest wytwarzany ze stałą szybkością w górnych warstwach atmosfery w wyniku bombardowania azotu przez promieniowanie kosmiczne. Radioaktywny węgiel miesza się z węglem zwykle obecnym w atmosferze (w postaci CO₂) tak, że jeden atom ¹⁴C przypada na 10¹³ atomów trwałego izotopu ¹²C. W wyniku procesów biologicznych, jak fotosynteza czy też oddychanie, atomy węgla z atmosfery ulegają losowej wymianie z atomami węgla w żywych organizmach, jak brokuły, grzyby, pingwiny czy też ludzie. W rezultacie tej wymiany ustala się stan równowagi, w którym niewielki ułamek wszystkich atomów węgla w organizmach żywych to promieniotwórczy izotop ¹⁴C.

Taka równowaga trwa, dopóki organizm żyje. Potem ustaje i zawartość promieniotwórczego węgla w organizmie maleje z czasem połowicznego zaniku 5730 lat. Mierząc zawartość promieniotwórczego węgla w jednym gramie substancji organicznej, można wyznaczyć czas, który upłynął od śmierci organizmu. Dzięki tej metodzie określono wiek węgla drzewnego z dawnych ognisk, rękopisów znad Morza Martwego (a właściwie, płócien służących do zatykania słojów mieszczących te rękopisy) i wielu innych obiektów historycznych datowanych w ten sposób.

Przykład 42.08. Datowanie izotopowe skały księżycowej

W próbce skały księżycowej stosunek liczby (trwałych) atomów ⁴⁰Ar do liczby (promieniotwórczych) atomów ⁴⁰K wynosi 10,3. Załóżmy, że wszystkie atomy argonu powstały na drodze rozpadu promieniotwórczego atomów potasu z czasem połowicznego zaniku $1,25 \cdot 10^9$ lat. Jaki jest wiek skały?

PODSTAWOWE FAKTY

1) Jeżeli zastygająca skała zawierała N_0 atomów potasu, to ich liczba w chwili dokonywania analizy jest dana równaniem

$$N_{\rm K} = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}, \qquad (42.29)$$

gdzie *t* oznacza wiek skały. W wyniku rozpadu każdego atomu potasu powstaje atom argonu. Liczba atomów argonu zawartych w próbce w momencie dokonywania analizy wynosi więc

$$N_{\rm Ar} = N_0 - N_{\rm K}. \tag{42.30}$$

Obliczenia: Liczby N_0 nie potrafimy wyznaczyć, więc musimy ją wyeliminować z równań (42.29) i (42.30). Po dokonaniu przekształceń stwierdzamy, że

$$\lambda t = \ln \left(1 + \frac{N_{\rm Ar}}{N_{\rm K}} \right), \tag{42.31}$$

gdzie $N_{\rm Ar}/N_{\rm K}$ jest wielkością, którą *można* zmierzyć. Rozwiązując równanie względem *t* i korzystając ze

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie *WileyPLUS*.

42.7. POMIARY DAWKI PROMIENIOWANIA

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

42.33 zdefiniować dawkę pochłoniętą (absorbowaną), równoważnik dawki pochłoniętej i odpowiadające im jednostki miary;

Podstawowe fakty _

 Bekerel (1 Bq = 1 rozpad na sekundę) jest miarą aktywności źródła.

 Ilość energii pochłoniętej przez dane ciało mierzona jest w grejach, gdzie 1 Gy odpowiada pochłonięciu 1 J/kg.

Pomiar dawki promieniowania

Skutki działania promieniowania w postaci promieniowania γ , elektronów i cząstek α na organizmy żywe (w szczególności na nas samych) są przedmiotem powszechnego zainteresowania. Takie promieniowanie występuje w przyrodzie w postaci promieniowania kosmicznego (pochodzącego ze źródeł w kosmosie) oraz jako emisja na skutek rozpadu pierwiastków promieniotwórczych w skorupie ziemskiej. Ważne jest też promieniowanie związane z pewnymi działaniami człowieka, jak na przykład zastosowanie promieniowania rentgenowskiego i izotopów promieniotwórczych w medycynie i przemyśle.

Nie będzie naszym zadaniem rozważanie różnych źródeł promieniowania jonizującego. Ograniczymy się jedynie do opisania jednostek, które wyrażają jego właściwości i skutki. Mówiliśmy już o *aktywności* źró-

wzoru (42.18), aby zastąpić λ przez (ln 2)/ $T_{1/2},$ otrzymujemy

$$t = \frac{T_{1/2} \ln(1 + N_{\text{Ar}}/N_{\text{K}})}{\ln 2}$$

= $\frac{(1,25 \cdot 10^9 \text{ lat})[\ln(1 + 10,3)]}{\ln 2}$
= 4,37 \cdot 10⁹ lat (odpowiedź).

Mniejsze wartości otrzymuje się, badając inne próbki pochodzenia księżycowego lub ziemskiego, ale nie uzyskuje się wyniku, który byłby znacząco większy. Zatem najstarsze skały powstały wkrótce po utworzeniu Układu Słonecznego, który musi więc liczyć sobie przynajmniej 4 miliardy lat.

42.34 wyznaczyć dawkę pochłoniętą i równoważnik dawki.

 Miarą szacowanego skutku biologicznego pochłonięcia dawki energii jest równoważnik dawki, którego jednostką jest siwert (Sv). dła promieniotwórczego. Istnieją jeszcze dwie inne wielkości, które są w użyciu.

 Dawka pochłonięta (absorbowana). To miara dawki promieniowania jonizującego (wyrażona jako energia na jednostkę masy napromieniowanej substancji) faktycznie zaabsorbowana przez pewien obiekt, jak na przykład ręka lub klatka piersiowa pacjenta. W układzie SI jej jednostką jest grej (Gy). Nadal używa się też starszej jednostki nazywanej rad (skrót angielskiej nazwy "radiation absorbed dose" — zaabsorbowana dawka promieniowania). Obydwie jednostki są zdefiniowane i powiązane ze sobą następująca zależnością:

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} = 100 \text{ rad.}$$
 (42.32)

Typowe stwierdzenie określające wielkość dawki brzmi: "Dawka promieniowania γ o wielkości 3 Gy pochłonięta w krótkim czasie przez całe ciało spowoduje śmierć 50% ludzi poddanych jej działaniu". Na szczęście przeciętna dawka, którą absorbujemy w ciągu roku ze źródeł naturalnych i stworzonych przez człowieka, wynosi zaledwie około 2 mGy (= 0,2 rad).

2. *Równoważnik dawki pochłoniętej*. Mimo że różne typy promieniowania (na przykład promieniowanie γ lub neutrony) mogą dostarczyć do ciała tę samą energię, nie powodują one takich samych skutków biologicznych. Równoważnik dawki pochłoniętej pozwala określić skutki biologiczne dzięki pomnożeniu dawki pochłoniętej (wyrażonej w grejach lub radach) przez pewien współczynnik liczbowy WSB (skrót od nazwy względna skuteczność biologiczna). Na przykład dla promieniowania rentgenowskiego i elektronów WSB = 1, dla powolnych neutronów WSB = 5, dla cząstek α WSB = 10 itd. Środki ochrony osobistej, takie jak dawkomierze osobiste, rejestrują równoważnik dawki.

Jednostką równoważnika dawki w układzie SI jest **siwert** (Sv). Nadal używa się też starszej jednostki o nazwie **rem**. Obydwie jednostki łączy zależność

$$1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem.}$$
 (42.33)

Oto przykład poprawnego użycia równoważnika dawki pochłoniętej: "Zalecenia amerykańskiego Instytutu Ochrony Radiologicznej mówią, że nikt, kto jest narażony na działanie promieniowania (poza przyczynami zawodowymi), nie powinien w ciągu roku otrzymać równoważnika dawki pochłoniętej większego niż 5 mSv (= 0,5 rem)". Obejmuje to promieniowanie wszystkich rodzajów; oczywiście dla każdego rodzaju trzeba zastosować odpowiedni współczynnik WSB.

42.8. MODELE JĄDROWE

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

42.35 odróżnić model kroplowy od modelu powłokowego jądra atomowego oraz wyjaśnić model uogólniony tego układu;

- 42.36 opisać jądro złożone;
- 42.37 wskazać liczby magiczne.

Podstawowe fakty.

 W modelu kroplowym struktury jądrowej nukleony stale zderzają się ze sobą. Model ten wyjaśnia również, jak w procesie wychwytu pocisku powstaje jądro złożone o względnie długim czasie życia. Powstanie i rozpad jądra złożonego są procesami niezależnymi od siebie.

 W ramach modelu powłokowego zakłada się, że każdy nukleon porusza się zasadniczo bez zderzeń, pozostając w stanie skwantowanym w jądrze. Model ten przewiduje energie poziomów energetycznych oraz magiczne liczby nukleonów związane z powłokami zamkniętymi.

 W modelu uogólnionym zakłada się istnienie centralnego rdzenia zbudowanego z zamkniętych powłok, wokół którego na skwantowanych poziomach krążą pozostałe nukleony, które nie zmieściły się w rdzeniu.

Modele jądrowe

Jądra to obiekty bardziej złożone niż atomy. W przypadku atomów prawo opisujące podstawowe oddziaływanie (prawo Coulomba) ma prostą postać i występuje dobrze określone centrum siły — jądro. W przypadku jąder prawo opisujące siłę jest złożone i nie można go zapisać jawnie ze wszystkim szczegółami. Co więcej, w jądrze, które zawiera wiele protonów i neutronów, nie ma naturalnego centrum siły, co uprościłoby obliczenia.

Wobec braku szczegółowej *teorii* jądra próbujemy konstruować jego modele. Model jądra daje prosty sposób uzyskania wglądu w tak szeroki zakres jego właściwości, jak tylko to możliwe. Użyteczność modelu jest sprawdzana przez jego zdolność do przewidywania różnych obserwacji, które można potem weryfikować doświadczalnie w laboratorium.

Szczególnie użyteczne są dwa modele jądra. Mimo że opierają się na założeniach, które zdają się nawzajem wykluczać, każdy z nich bardzo dobrze opisuje pewną grupę właściwości. Po przedstawieniu każdego z nich osobno pokażemy, jak można je połączyć ze sobą, aby uzyskać spójny obraz jądra atomowego.

Model kroplowy

W *modelu kroplowym* stworzonym przez Nielsa Bohra nukleony poruszające się chaotycznie wewnątrz jądra, podobnie jak cząsteczki w kropli cieczy, silnie oddziałują między sobą. Dany nukleon w jądrze często zderza się z innymi nukleonami, a jego droga swobodna jest dużo mniejsza niż promień jądra.

Model kroplowy pozwala nam powiązać ze sobą wiele faktów dotyczących masy jąder oraz energii wiązania i — jak się później przekonamy jest użyteczny do wyjaśnienia rozszczepienia jąder. Pozwala także zrozumieć szeroką klasę reakcji jądrowych.

Rozważmy na przykład równanie reakcji jądrowej w ogólnej postaci

$$X + a \to C \to Y + b. \tag{42.34}$$

Wyobraźmy sobie, że pocisk *a* wnika do jądra tarczy *X* i tworzy **jądro złożone** *C*, przekazując mu pewną energię wzbudzenia. Pocisk — powiedzmy neutron — od razu uczestniczy w przypadkowych ruchach we wnętrzu jądra. W rezultacie szybko traci swoją tożsamość, a energia wzbudzenia, którą wniósł do jądra, ulega podziałowi pomiędzy inne nukleony w jądrze *C*.



Rys. 42.14. Różne reakcje prowadzące do powstania i rozpadu jądra złożonego ²⁰Ne

Kwazistabilny układ oznaczony w równaniu (42.34) symbolem *C* ma średni czas życia rzędu 10^{-16} s, po którym rozpada się na *Y* i *b*. W skali jądrowej to bardzo długi czas, mniej więcej milion razy dłuższy niż ten, którego potrzebuje nukleon o energii kilku milionów elektronowoltów na pokonanie średnicy jądra.

Podstawowe założenie związane z koncepcją jądra złożonego to wzajemna niezależność zdarzeń, jakimi są jego powstanie i rozpad. W chwili rozpadu jądro złożone zdążyło już "zapomnieć", jak powstało. Mechanizm rozpadu nie zależy więc od mechanizmu powstania. Na przykład na rysunku 42.14 pokazano trzy możliwe sposoby powstania jądra złożonego ²⁰Ne i trzy procesy jego rozpadu. Każdy z trzech mechanizmów powstania tego jądra może prowadzić do dowolnego rozpadu.

Model powłokowy

W modelu kroplowym zakładaliśmy, że nukleony poruszają się chaotycznie i często się ze sobą zderzają. *Model powłokowy* opiera się na przeciwnym założeniu, które głosi, że każdy nukleon znajduje się we wnętrzu jądra w dobrze określonym stanie kwantowym i prawie wcale nie uczestniczy w zderzeniach! Jądro w przeciwieństwie do atomu nie ma ustalonego centrum ładunku. Przyjmujemy więc, że każdy nukleon porusza się w studni potencjału pochodzącej od "rozmytego" (uśrednionego w czasie) potencjału od wszystkich pozostałych poruszających się nukleonów.

Stan nukleonu w jądrze, podobnie jak elektronu w atomie, jest opisany przez zbiór liczb kwantowych, które określają ruch nukleonu. Ponieważ nukleony, tak jak elektrony, podlegają zakazowi Pauliego, nie jest możliwe, aby dwa nukleony w jądrze w tym samym czasie znajdowały się w tym samym stanie kwantowym. Pod tym względem neutrony i protony trzeba rozważać osobno — każdy z tych rodzajów cząstek ma swój własny zbiór stanów kwantowych.

Fakt, że nukleony podlegają zakazowi Pauliego, pomaga nam zrozumieć stosunkowo dużą trwałość ich stanów. Jeżeli dwa nukleony we wnętrzu jądra miałyby się zderzyć ze sobą, to każdy z nich w wyniku zderzenia musiałby uzyskać energię odpowiadającą stanowi *nieobsadzonemu*. Jeżeli taki stan nie jest dostępny, zderzenie po prostu nie może zajść. Tym samym dowolny nukleon, doświadczając wciąż "wzbronionych zderzeń", trwa w swoim stanie ruchu dostatecznie długo, aby nadać sens stwierdzeniu, że jego energia jest dobrze określona.

W przypadku atomów ich powtarzające się cyklicznie właściwości fizyczne i chemiczne wynikają z położenia w układzie okresowym uzależnionym od konfiguracji elektronów. W szczególności elektrony tworzą powłoki, a powłoki całkowicie zapełnione wykazują wielką stabilność. Moglibyśmy nazwać liczby atomowe gazów szlachetnych odpowiadające zapełnionym (zamkniętym) powłokom

2,10,18, 36, 54,86, ...,

elektronowymi liczbami magicznymi.

W przypadku jąder również obserwujemy występowanie zamkniętych powłok dla pewnych **magicznych liczb nukleonów**:

2,8, 20,28, 50,82, 126, ...

Dowolny nuklid, którego liczba protonów Z lub liczba neutronów N przyjmuje jedną z wymienionych wartości, charakteryzuje szczególna stabilność, która można zaobserwować na wiele sposobów.

Przykłady jąder magicznych to: ¹⁸O (Z = 8), ⁴⁰Ca (Z = 20, N = 20), ⁹²Mo (N = 50) i ²⁰⁸Pb (Z = 82, N = 126). O jądrach ⁴⁰Ca i ²⁰⁸Pb mówi się, że są one "podwójnie magiczne", ponieważ mają zapełnioną powłokę dla protonów *oraz* zapełnioną powłokę dla neutronów.

Liczba magiczna 2 odpowiada za szczególną trwałość cząstki α (⁴He), która także jest układem podwójnie magicznym Z = N = 2. I tak na krzywej energii wiązania nukleonu (rysunek 42.7) jądro to zajmuje miejsce wyraźnie powyżej swoich sąsiadów w układzie okresowym, jak wodór, lit i beryl. Neutrony i protony tworzące cząstkę α są tak mocno związane ze sobą, że nie można dodać do niej jeszcze jednej cząstki — nie istnieje trwały nuklid o liczbie masowej A = 5.

Idea zamkniętych powłok sprowadza się do stwierdzenia, że pojedynczą cząstkę nie należącą do zamkniętej powłoki można stosunkowo łatwo usunąć, ale trzeba znacznie większej energii, aby zabrać cząstkę z powłoki zamkniętej. Na przykład atom sodu zawiera jeden elektron (walencyjny), który nie należy do zamkniętej powłoki. Aby oddzielić elektron walencyjny od atomu sodu, wystarczy zaledwie 5 eV energii. Jednakże do usunięcia *drugiego* elektronu, który należy do zamkniętej powłoki, potrzeba już 22 eV energii. Jako przykład z fizyki jądrowej rozważmy nuklid ¹²¹Sb (Z = 51) z jednym protonem, który nie należy do zamkniętej powłoki tworzonej przez 50 protonów. Usunięcie tego pojedynczego protonu wymaga 5,8 MeV; do usunięcia drugiego protonu potrzeba już 11 MeV energii. Istnieje jeszcze wiele innych dowodów eksperymentalnych, że nukleony w jądrze tworzą zamknięte powłoki, które wykazują szczególną trwałość.

Przekonaliśmy się już, że mechanika kwantowa doskonale tłumaczy występowanie magicznych liczb elektronowych, związanych z obsadzaniem kolejnych podpowłok przez elektrony. Okazuje się, że przy pewnych założeniach teoria kwantowa może równie dobrze uzasadnić występowanie liczb magicznych dla nukleonów! W roku 1963 Nagrodę Nobla w dziedzinie fizyki otrzymali Maria Goeppert-Mayer i Hans Jensen "za odkrycia dotyczące struktury powłokowej jądra".

Model uogólniony

Rozważmy jądro, w którym niewielka liczba neutronów (lub protonów) znajduje się poza rdzeniem zbudowanym z zamkniętych powłok obsadzonych przez magiczną liczbę neutronów lub protonów. Zewnętrzne nukleony zajmują stany kwantowe w studni potencjału utworzonej przez centralny rdzeń, tak jak w modelu powłokowym. Zewnętrzne nukleony oddziałują także z rdzeniem, deformują go i wzbudzają w nim coś na kształt "fal przypływu", na które składają się ruchy rotacyjne i wibracyjne. Wspomniane kolektywne wzbudzenia rdzenia są zasadniczą cechą modelu kroplowego. Model uogólniony łączy w sobie na pozór wykluczające się nawzajem elementy modelu kroplowego i modelu powłokowego. Odniósł on znaczne sukcesy w opisie obserwowanych właściwości jąder.

Przykład 42.09. Czas życia jądra złożonego powstałego przez wychwyt neutronu

Rozważmy reakcję wychwytu neutronu

$$^{09}\text{Ag} + n \rightarrow^{110} \text{Ag} \rightarrow^{110} \text{Ag} + \gamma,$$
 (42.35)

w której powstaje jądro złożone (¹¹⁰Ag). Na rysunku 42.15 przestawiono względną częstość występowania zdarzeń tego typu w zależności od energii padających neutronów. Wyznacz średni czas życia jądra złożonego, korzystając w tym celu z zasady nieoznaczoności wyrażonej w postaci

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar. \tag{42.36}$$

W równaniu tym ΔE opisuje niepewność określenia energii stanu, a Δt jest czasem, który mamy na wyznaczenie tej energii. W rozpatrywanym przypadku Δt oznacza t_{sr} — średni czas życia jądra złożonego w stanie wzbudzonym przed jego powrotem do stanu podstawowego.

Rozumowanie: Widzimy, że względna wydajność reakcji wykazuje ostre maksimum dla energii neutronu bliskiej 5,2 eV. Sugeruje to, że mamy do czynienia z pojedynczym poziomem wzbudzonym jądra złożonego ¹¹⁰Ag. Kiedy dostępna energia (przekazywana przez padający neutron) odpowiada dokładnie różnicy energii poziomu wzbudzonego i podstawowego ¹¹⁰Ag, występuje "rezonans" i może zajść reakcja (42.35).

Krzywa rezonansowa nie jest jednak nieskończenie wąska, lecz charakteryzuje się pewną szerokością połówkową (oznaczoną ΔE) równą około 0,20 eV. Zauważmy, że krzywa rezonansowa ma skończoną szerokość, ponieważ stan wzbudzony nie ma precyzyjnie

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Podsumowanie

Nuklidy Wiemy, że istnieje około 2000 **nuklidów**. Każdy z nich jest opisany przez **liczbę atomową** Z (liczbę protonów), **liczbę neutronów** N oraz **liczbę masową** A (łączną liczbę **nukleonów** — protonów i neutronów). Wymienione wielkości łączy zależność A = Z + N. Nuklidy o tej samej liczbie atomowej, różniące się liczbą neutronów, są wobec siebie **izotopami**. Średni promień jądra r dany jest wzorem

$$r = r_0 A^{1/3}, (42.3)$$

gdzie $r_0 \approx 1,2$ fm.

Masa i energia wiązania Masy atomowe są często podawane w wartościach *nadwyżki masy*: określonej energii, lecz cechuje go niepewność ΔE wynosząca około 0,20 eV.

Obliczenia: Podstawiając tę niepewność 0,20 eV do równania (42.36), otrzymujemy

$$\Delta t = t_{\text{sr}} \approx \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{(4, 14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})/2\pi}{0, 20 \text{ eV}}$$
$$\approx 3 \cdot 10^{-15} \text{ s} \qquad (\text{odpowied} \acute{z}).$$

Jest to czas kilkaset razy dłuższy niż ten, którego potrzebuje neutron o energii 5,2 eV na przebycie drogi równej średnicy jądra ¹⁰⁹Ag. Widzimy więc, że na $3 \cdot 10^{-15}$ s neutron *staje się* częścią jądra.



Rys. 42.15. Względna częstość występowania reakcji opisanej równaniem (42.35) w zależności od energii padającego neutronu. Szerokość połówkowa ΔE maksimum rezonansowego ma wartość około 0,20 eV

$$\Delta = M - A \quad \text{(nadwyżka masy)}, \tag{42.6}$$

gdzie *M* jest masą atomu wyrażoną w atomowych jednostkach masy, *A* zaś jest liczbą masową dla jądra danego atomu. **Energię wiązania** jądra określa różnica

$$\Delta E_{\rm w} = \sum (mc^2) - Mc^2 \quad \text{(energia wiązania)}, \qquad (42.7)$$

gdzie $\sum (mc^2)$ jest całkowitą energią spoczynkową *pojedynczych* protonów i neutronów. **Energię wiązania na nukleon** definiujemy jako

$$\Delta E_{\rm wn} = \frac{\Delta E_{\rm wn}}{A} \quad \text{(energia wiązania na nukleon)} \quad (42.8)$$
Równoważność masy i energii Energetyczny równoważnik jednej atomowej jednostki masy (u) wynosi 931,494 013 MeV. Z wykresu energii wiązania wynika, że najtrwalsze są nuklidy o średnich masach, a energia może być wydzielana w reakcjach rozszczepienia jąder ciężkich lub syntezy jąder lekkich.

Siły jądrowe Jądra istnieją jako całość dzięki siłom przyciągania między nukleonami. Siły te są **oddziaływań silnych**, zachodzących pomiędzy kwarkami, z których zbudowane są nukleony.

Rozpad promieniotwórczy Większość znanych nuklidów to nuklidy promieniotwórcze. Ulegają one samorzutnemu rozpadowi z szybkością R (= -dN/dt) proporcjonalną do liczby atomów promieniotwórczych, ze stałą proporcjonalności nazywaną **stałą rozpadu** λ . Wynika stąd wykładnicze prawo rozpadu:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad R = \lambda N = R_0 e^{-\lambda t}$$

(rozpad promieniotwórczy). (42.15), (42.17), (42.16)

Czas połowicznego zaniku $T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda$ nuklidu promieniotwórczego to czas, po którym szybkość rozpadu *R* (a także liczba jąder *N*) w próbce maleje dwukrotnie w stosunku do wartości początkowej.

Rozpad α Niektóre nuklidy ulegają rozpadowi, emitując cząstkę α (jądro helu ⁴He). Rozpad tego typu powstrzymuje bariera potencjału, nie do przebycia dla cząstki w ramach fizyki klasycznej, którą cząstka może pokonać w wyniku tunelowania dozwolonego przez fizykę kwantową. Prawdopodobieństwo przejścia przez barierę, a tym samym czas połowicznego zaniku na drodze rozpadu α silnie zależy od energii emitowanych cząstek α .

Rozpad β Jądro ulegające rozpadowi β emituje elektron albo pozyton oraz neutrino. Energia rozpadu jest dzielona pomiędzy cząstki emitowane z jądra. Elektrony i pozytony emitowane w wyniku rozpadu β charakteryzują się ciągłym widmem energii, od zera aż do górnej granicy $E_{\rm kmax}$ ($= Q = -\Delta mc^2$).

Pytania

1 Nuklid promieniotwórczy ¹⁹⁶Ir rozpada się, emitując elektron. a) Który z kwadratów na mapie z rysunku 42.6 zajmie produkt rozpadu? b) Czy będą następować kolejne rozpady?

2 Czy nadwyżka masy cząstki α (skorzystaj z wykresu na rysunku 42.13) jest większa, czy mniejsza niż całkowita energia wiązania cząstki (skorzystaj z wartości energii wiązania nukleonu podanych na rysunku 42.7)?

3 W chwili t = 0 szybkość rozpadu w próbce nuklidu promieniotwórczego A jest taka sama jak w próbce nuklidu promieniotwórczego B w chwili t = 30 min. Stałe rozpadu wynoszą odpowiednio λ_A i λ_B , przy czym $\lambda_A < \lambda_B$. Czy kiedy**Datowanie na podstawie rozpadu promieniotwórczego** Występujące w przyrodzie nuklidy promieniotwórcze umożliwiają określanie dat związanych z wydarzeniami historycznymi i prehistorycznymi. Na przykład wiek materiałów organicznych można określić, badając w nich zawartość węgla ¹⁴C; wiek skał można określić na podstawie zawartości izotopu ⁴⁰K.

Dawki promieniowania Dawkę promieniowania jonizującego można określić, podając trzy wielkości. **Bekerel** (1 Bq = 1 rozpad na sekundę) jest jednostką **aktywności** źródła. Ilość pochłoniętej energii — **dawka pochłonięta** — jest mierzona w **grejach**, przy czym jeden grej odpowiada 1 J/kg. Szacunkowy skutek biologiczny zaabsorbowanej energii **równoważnik dawki pochłoniętej** — jest wyrażany w **siwertach**; dawka o wielkości 1 Sv wywołuje te same skutki biologiczne niezależnie od rodzaju promieniowania, które zostało pochłonięte.

Modele jądra Model **kroplowy** jądra zakłada, że nukleony ciągle zderzają się ze sobą. W reakcjach polegających na pochłonięciu cząstki przez jądro tworzy się **jądro złożone**, którego czas życia jest stosunkowo długi. Powstanie jądra złożonego i jego późniejszy rozpad to całkowicie niezależne zdarzenia.

Model **powłokowy** zakłada, że nukleony w jądrze poruszają się, w zasadzie nie zderzając się, i znajdują się w określonych stanach energetycznych. Model przewiduje istnienie poziomów energetycznych nukleonów i **liczb magicznych** (2, 8, 20, 28, 50, 82 i 126) odpowiadających zamkniętym powłokom. Nuklidy, w których liczba neutronów lub protonów odpowiada liczbie magicznej, charakteryzują się szczególną trwałością.

Model **uogólniony**, w którym zewnętrzne nukleony zajmują stany kwantowe w potencjale centralnego rdzenia utworzonego z zamkniętych powłok, okazał się wysoce użyteczny w przewidywaniu wielu właściwości jądra.

kolwiek szybkość rozpadu w obydwu próbkach (w tej samej chwili) będzie taka sama? (*Wskazówka*: Naszkicuj wykres aktywności dla obydwu próbek).

4 O pewnym nuklidzie wiadomo, że jest szczególnie trwały. Czy odpowiadająca mu energia wiązania nukleonu leży nieco powyżej, czy nieco poniżej linii energii wiązania przedstawionej na rysunku 42.7?

5 Wyobraźmy sobie, że w doświadczeniu rozproszeniowym Rutherforda cząstkę α zastąpimy protonem o tej samej początkowej energii kinetycznej, poruszającym się dokładnie w kierunku jądra atomu złota. a) Czy mierzona względem środka jądra odległość, w której zatrzyma się proton, będzie większa, mniejsza, czy taka sama jak w przypadku cząstki α ? b) Gdybyśmy natomiast jako tarczy użyli jąder o wartości Z większej od złota, to czy odległość największego zbliżenia cząstki α będzie większa, mniejsza czy taka sama, jak w przypadku tarczy wykonanej z jąder złota?

6 Na rysunku 42.16 przedstawiono zależność aktywności od czasu dla trzech próbek promieniotwórczych. Uszereguj próbki według a) czasu połowicznego zaniku i b) wartości stałej rozpadu, zaczynając od największej wartości. [*Wska-zówka*: W punkcie (a) wykorzystaj podziałkę na wykresie].



Rys. 42.16. Pytanie 6

7 Nuklid ²⁴⁴Pu (Z = 94) jest źródłem cząstek α . Który z następujących nuklidów powstaje w wyniku jego rozpadu: ²⁴⁰Np (Z = 93), ²⁴⁰U (Z = 92), ²⁴⁸Cm (Z = 96) czy ²⁴⁴Am (Z = 95)?

8 Nuklid promieniotwórczy ⁴⁹Sc charakteryzuje się czasem połowicznego zaniku 57,0 min. W chwili t = 0 pomiar szybkości rozpadu dla próbki tego nuklidu dał wynik o 6000 zliczeń/min przekraczający aktywność tła, które wynosi 30 zliczeń/min. Nie wykonując obliczeń, odpowiedz, czy liczba zliczeń dla próbki będzie równa liczbie zliczeń tła po około 3 h, 7 h, 10 h, czy po czasie znacznie dłuższym niż 10 h.

9 W chwili t = 0 zaczynamy obserwować dwa identyczne jądra promieniotwórcze o czasie połowicznego zaniku 5 minut. W chwili t = 1 min jedno z jąder ulega rozpadowi. Czy zdarzenie to zwiększa, czy zmniejsza prawdopodobieństwo rozpadu drugiego jądra w ciągu następnych 4 minut, czy też nie ma wpływu na jego rozpad? (Czy te dwa zdarzenia należy postrzegać jako przyczyna i skutek, czy są od siebie niezależne?) **10** Rysunek 42.17 przedstawia zależność energii wzbudzenia na nukleon ΔE_{wn} od liczby masowej *A*. Na krzywej zaznaczone zostały wartości dla trzech izotopów. Uszereguj je zgodnie z energią potrzebną do usunięcia nukleonu z danego izotopu, zaczynając od wartości największej.



Rys. 42.17. Pytanie 10

11 W chwili t = 0 szybkość rozpadu w próbce nuklidu promieniotwórczego *A* jest dwukrotnie większa niż w próbce nuklidu promieniotwórczego *B*. Stałe rozpadu wynoszą odpowiednio λ_A i λ_B , przy czym $\lambda_A > \lambda_B$. Czy kiedykolwiek szybkość rozpadu w obydwu próbkach (w tej samej chwili) będzie taka sama?

12 Rysunek 42.18 przedstawia fragment mapy liczb masowych *A* i liczb atomowych *Z*. Pewne jądro zajmuje na tej mapie pozycję zaznaczoną kropką. Która ze strzałek wychodzących z tej kropki odpowiadałaby najlepiej przemianie, której podlega jądro podczas a) rozpadu β^- i b) rozpadu α ?



Rys. 42.18. Pytanie 12

13 a) Które z następujących nuklidów są magiczne: ¹²²Sn, ¹³²Sn, ⁹⁸Cd, ¹⁹⁸Au, ²⁰⁸Pb? b) Które z nich, jeśli są takie, są podwójnie magiczne?

14 Masa próbki promieniotwórczej została podwojona. Czy a) aktywność próbki i b) stała rozpadu próbki zwiększą się, zmniejszą się, czy nie ulegną zmianie?

15 Liczby magiczne jąder podane w podrozdziale 42.8 to 2, 8, 20, 28, 50, 82 i 126. Czy nuklidy są magiczne (to znaczy szczególnie trwałe), gdy wartość magiczną ma a) tylko liczba masowa A, b) tylko liczba atomowa Z, c) tylko liczba neutronów N, czy d) Z albo N (lub obydwie te liczby)? Wybierz wszystkie poprawne odpowiedzi.

Zadania

GO	Zadania z rozwiązaniami interaktywnymi, udostępnianymi studentom według uznania wykładowcy, znajdują się na stronach <i>WileyPLUS</i> (https://www.wileyplus.com/WileyCDA/) oraz WebAssign (http://www.webassign.net/index.html)
•-•••	Liczba kropek określa stopień trudności zadania
ssm	Szczegółowe rozwiązanie jest dostępne w Student Solutions Manual
www	Szczegółowe rozwiązanie znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
ilw	Rozwiązanie interaktywne znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
THE	Więcej informacji znajdziesz w książce The Flying Circus of Physics i na stronie http://flyingcircusofphysics.com

Podrozdział 42.1 Odkrycie jądra

•1 Jądro ⁷Li porusza się z energią kinetyczną 3,00 MeV w kierunku jądra ²³²Th. Ile będzie wynosiła najmniejsza odległość mierzona pomiędzy środkami obydwu jąder, przy założeniu, że znacznie cięższe jądro ²³²Th się nie poruszy?

•2 Oblicz najmniejszą odległość pomiędzy jądrem atomu miedzi a zderzającą się z nim centralnie cząstką α o energii 5,30 MeV.

••3 Jądro litu zostaje wystrzelone z energią kinetyczną 10,2 MeV w kierunku środka jądra darmsztadtu (Ds). Zakładając, że jądro Ds się nie porusza, w jakiej odległości między środkami tych dwóch obiektów zatrzyma się jądro litu?

••4 • Załóżmy, że w doświadczeniu rozproszeniowym Rutherforda cząstka α , której promień wynosi 1,80 fm, pada na środek jądra złota o promieniu 6,23 fm. Jaką energię musi mieć cząstka α , aby zatrzymała się na brzegu jądra złota (zaledwie go dotykając)?

••5 Sprężyste zderzenie cząstki α z jądrem powoduje jego odrzut. Załóżmy, że cząstka α o energii 5,00 MeV zderza się centralnie i sprężyście ze spoczywającym początkowo jądrem złota. Ile wynosi energia kinetyczna a) odrzuconego jądra i b) odbitej cząstki α ?

Podrozdział 42.2 Niektóre właściwości jąder

•6 Duży nadmiar neutronów (zdefiniowany jako N - Z) w ciężkich jądrach wiąże się z faktem, że większość takich nuklidów nie może się rozpaść na dwa trwałe jądra, nie pozbywając się przy tym części neutronów. Jako przykład rozważ spontaniczne rozszczepienie jądra ²³⁵U na dwa trwałe jądra o liczbach atomowych 39 i 53. Korzystając z dodatku F, podaj nazwy a) pierwszego i b) drugiego jądra–produktu rozpadu. Na podstawie rysunku 42.5 oszacuj, ile w przybliżeniu neutronów może zawierać c) pierwsze i d) drugie z tych jąder. Ile w przybliżeniu neutronów pozostaje po takim rozpadzie?

•7 Ile wynosi gęstość masy ρ_m dla a) stosunkowo lekkiego nuklidu ⁵⁵Mn oraz b) ciężkiego nuklidu ²⁰⁹Bi? c) Porównaj otrzymane wartości i wyjaśnij wynik. Ile wynosi gęstość ładunku ρ_q dla d) ⁵⁵Mn i e) ²⁰⁹Bi? f) Porównaj otrzymane wyniki, podając wyjaśnienie.

•8 a) Wykaż, że przybliżony wzór na masę M atomu ma postać $M_{\text{przybl.}} = Am_{\text{p}}$, gdzie A jest liczbą masową, a m_{p} masą protonu. Korzystając z tabeli 42.1, wyznacz w procentach odchylenie pomiędzy $M_{\text{przybl.}}$ a M:

odchylenie w procentach =
$$\frac{M_{\text{przybl.}} - M}{M}$$
100

dla b) ¹H, c) ³¹P, d) ¹²⁰Sn, e) ¹⁹⁷Au oraz f) ²³⁹Pu. g) Czy wartość $M_{\text{przybl.}}$ jest dostatecznie dokładna, by korzystać z niej przy obliczaniu energii wiązania jądra?

•9 a) Ile protonów i b) ile neutronów zawiera nuklid ¹⁴C?

•10 Wyznacz nadwyżkę masy Δ_1 dla ¹H (o masie 1,007 825 u), podając ją w a) atomowych jednostkach masy oraz b) MeV/ c^2 . Wyznacz nadwyżkę masy Δ_n neutronu (o masie 1,008 665 u), podając ją w c) atomowych jednostkach masy i d) MeV/ c^2 . Wyznacz nadwyżkę masy Δ_{120} jądra ¹²⁰Sn (o masie 119,902 197 u), podając ją w e) atomowych jednostkach masy i f) MeV/ c^2 .

•11 ssm Promień jądra można wyznaczyć, badając rozpraszanie na nim wysokoenergetycznych elektronów. a) Ile wynosi długość fali de Broglie'a elektronów o energii 200 MeV? b) Czy elektrony o podanej energii nadają się do przeprowadzenia wspomnianych pomiarów?

•12 Elektrostatyczna energia potencjalna jednorodnie naładowanej kuli o ładunku *q* i promieniu *r* jest równa

$$E_{\rm p} = \frac{3q^2}{20\pi\varepsilon_0 r}.$$

a) Czy energii tej odpowiada dążenie kuli do związania, czy rozpadnięcia się? Jądro ²³⁹Pu ma kształt sfery o promieniu 6,64 fm. Dla tego nuklidu: b) ile, zgodnie z powyższym wzorem, wynosi elektrostatyczna energia potencjalna E_p ? c) ile wynosi elektrostatyczna energia potencjalna na jeden proton? d) Ile wynosi elektrostatyczna energia potencjalna na nukleon? Energia wiązania na nukleon wynosi 7,56 MeV. e) Dlaczego nuklid jest tak silnie związany, skoro wartości wyznaczone w punktach c) i d) są silnie dodatnie?

•13 Gwiazda neutronowa jest obiektem gwiazdowym o gęstości zbliżonej do gęstości materii jądrowej $(2 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3)$. Wyobraźmy sobie, że Słońce przekształciłoby się w gwiazdę neutronową, zachowując całą swoją masę. Ile wynosiłby promień powstałego obiektu?

••14 0 Ile wynosi energia wiązania na nukleon izotopu ameryku ${}^{244}_{95}$ Am? Poniżej podanych jest kilka mas atomowych oraz masa neutronu.

••15 a) Wykaż, że energia związana z oddziaływaniem silnym pomiędzy dwoma nukleonami w jądrze jest proporcjonalna do jego liczby masowej A. b) Wykaż, że energia związana z oddziaływaniem elektrostatycznym pomiędzy dwoma protonami w jądrze jest proporcjonalna do Z(Z - 1). c) Wykaż, że wraz ze wzrostem rozmiarów jąder (rysunek 42.5) znaczenie oddziaływania kulombowskiego rośnie znacznie szybciej niż oddziaływania silnego.

••16 60 Ile wynosi energia wiązania na nukleon izotopu europu $\overset{152}{_{63}}$ Eu? Poniżej podanych jest kilka mas atomowych oraz masa neutronu.

••17 Ponieważ neutron nie ma ładunku elektrycznego, jego masy nie można wyznaczyć za pomocą spektrometru mas. Kiedy neutron spotyka proton (zakładamy, że obydwie cząstki niemal spoczywają), tworzą deuteron, emitując przy tym foton γ o energii 2,2233 MeV. Masy protonu i deuteronu są odpowiednio równe 1,007 276 467 u oraz 2,013 553 212 u. Korzystając z tych danych, wyznacz masę neutronu.

••18 Ile wynosi energia wiązania na nukleon izotopu rutherfordu ²⁵⁹₁₀₄Rf? Poniżej podanych jest kilka mas atomowych oraz masa neutronu.

$^{259}_{04}$ Rf	259,10563 u	^{1}H	1,007825 u
n	1,008665 u		

••19 W układzie okresowym można znaleźć informację, że średnia masa atomowa magnezu wynosi 24,312 u. Podana wartość jest średnią *ważoną* mas naturalnych izotopów magnezu zgodnie z częstością ich występowania na Ziemi. Trzy naturalne izotopy magnezu to ²⁴Mg (23,985 04 u), ²⁵Mg (24,985 84 u) oraz ²⁶Mg (25,982 59 u). Naturalna zawartość ²⁴Mg to 78,99% masowych (oznacza to, że 78,99% masy próbki naturalnego magnezu to izotop ²⁴Mg). Oblicz naturalną zawartość izotopu a) ²⁵Mg oraz b) ²⁶Mg.

••20 Ile wynosi energia wiązania nukleonu w jądrze ²⁶²Bh? Masa atomu wynosi 262,1231 u.

••21 ssm www a) Wykaż, że całkowita energia wiązania $E_{\rm w}$ nuklidu jest równa

$$E_{\rm w} = Z \Delta_{\rm H} + N \Delta_{\rm n} - \Delta,$$

gdzie $\Delta_{\rm H}$ jest nadwyżką masy dla ¹H, $\Delta_{\rm n}$ jest nadwyżką masy neutronu, a Δ jest nadwyżką masy dla danego nuklidu. b) Korzystając z tej metody, oblicz energię wiązania nukleonu w jądrze ¹⁹⁷Au. Porównaj uzyskany wynik z wartością podaną w tabeli 42.1. Potrzebne wartości nadwyżek masy zaokrąglone do trzech cyfr znaczących to: $\Delta_{\rm H} = +7,29$ MeV, $\Delta_{\rm n} = +8,07$ MeV oraz $\Delta_{197} = -31,2$ MeV. Zwróć uwagę na łatwość obliczeń wynikającą z zastosowania nadwyżki masy zamiast masy rzeczywistej.

••22 To Cząstka α (jądro ⁴He) ma zostać podzielona w opisany niżej sposób. Podaj wartość energii (pracę) wymaganą dla każdego kroku: a) usunięcie protonu, b) usunięcie neutronu i c) rozdzielenie od siebie pozostałego protonu i neutronu. Ile wynosi dla cząstki α d) całkowita energia wiązania i e) energia wiązania na nukleon? f) Czy któraś z otrzymanych wartości odpowiada wynikowi z punktu a), b) lub c)? Oto niektóre potrzebne masy atomowe:

⁴ He	4,00260 u	^{2}H	2,01410 u
³ H	3,01605 u	$^{1}\mathrm{H}$	1,00783 u
n	1,00867 u		

••23 ssm Sprawdź podaną w tabeli 42.1 energię wiązania na nukleon dla izotopu plutonu ²³⁹Pu. Masa obojętnego atomu tego pierwiastka wynosi 239,052 16 u.

••24 Moneta o nominale 1 grosza ma masę 3,0 g. Oblicz energię potrzebną do rozdzielenia wszystkich protonów i neutronów w tej monecie. Dla uproszczenia przyjmijmy, że jest ona wykonana w całości z atomów ⁶³Cu (masa 62,929 60 u). Masy układu proton + elektron oraz neutronu wynoszą odpowiednio 1,007 83 u oraz 1,008 66 u.

Podrozdział 42.3 Rozpad promieniotwórczy

•25 Zrakowaciałe komórki są bardziej wrażliwe od zdrowych na promieniowanie rentgenowskie i γ . W przeszłości standardowym źródłem promieniowania w radioterapii był promieniotwórczy izotop ⁶⁰Co, rozpadający się z czasem połowicznego zaniku 5,27 lat. Produktem tego rozpadu są wzbudzone jądra ⁶⁰Ni, które niemal natychmiast emitują dwa fotony γ , każdy o energii około 1,2 MeV. Ile promieniotwórczych jąder ⁶⁰Co zawiera używana standardowo w lecznictwie próbka o aktywności 6000 Ci? (Obecnie w radioterapii stosuje się wysokoenergetyczne cząstki z akceleratorów liniowych).

•26 Czas połowicznego zaniku izotopu wynosi 140 dni. Ile dni upłynie, nim szybkość rozpadu próbki tego izotopu zmniejszy się do jednej czwartej wartości początkowej?

•27 Czas połowicznego zaniku nuklidu promieniotwórczego jest równy 30,0 lat. Jaka część próbki tego nuklidu nie uległa rozpadowi po upływie a) 60,0 lat i b) 90,0 lat? Przyjmij, że w chwili początkowej próbka zawierała tylko rozważane nuklidy.

•28 Izotop plutonu ²³⁹Pu powstaje w reaktorach jako produkt uboczny i dlatego jego zawartość w środowisku wzrasta. Izotop ten jest promieniotwórczy, a czas jego połowicznego zaniku wynosi $2,41 \cdot 10^4$ lat. a) Ile jąder plutonu zawiera śmiertelna dawka o masie 2,00 mg? b) Ile wynosi szybkość rozpadu w próbce o podanej masie?

•29 ssm www Promieniotwórczy izotop rtęci ¹⁹⁷Hg ulega rozpadowi, dając jako produkt złoto ¹⁹⁷Au. Stała tego rozpadu wynosi 0,0108 h⁻¹. a) Oblicz czas połowicznego zaniku izotopu ¹⁹⁷Hg. Jaka część próbki nie ulegnie rozpadowi po upływie b) trzykrotnego czasu połowicznego zaniku i c) 10,0 dni?

•30 Czas połowicznego zaniku pewnego izotopu promieniotwórczego wynosi 6,5 h. Ile atomów tego izotopu pozostanie po upływie 26 godzin, jeżeli początkowo próbka zawierała 48 · 10¹⁹ atomów?

•31 Początkowo czysta próbka izotopu ⁶⁷Ga o czasie połowicznego zaniku 78 h waży 3,4 g. a) Ile wynosi początkowa szybkość rozpadu? b) Ile wynosi szybkość rozpadu po upływie 48 h?

•32 W wyniku próbnych wybuchów jądrowych dokonywanych w atmosferze, do górnych jej warstw dostał się radioaktywny pył. Występujące tam prądy powietrzne sprawiły, że pył rozprzestrzenił się na całej Ziemi, nim opadł na powierzchnię gleby i wody. Jedna z takich prób została przeprowadzona w październiku 1976 roku. Jaka część powstałego w wyniku tej eksplozji strontu ⁹⁰Sr nadal istniała w październiku 2006 roku? Czas połowicznego zaniku dla ⁹⁰Sr wynosi 29 lat.

••33 Powietrze w niektórych jaskiniach zawiera znaczne ilości radonu, który wdychany przez dłuższy czas może powodować raka płuc. W Wielkiej Brytanii w jaskini zawierającej największe stężenie radonu jego aktywność na jednostkę objętości wynosi 1,55 · 10⁵ Bq/m³. Załóżmy, że spędzasz w jaskini dwie pełne doby (śpisz w jej wnętrzu). Ile wynosi przybliżona liczba atomów radonu ²²²Rn, które w tym czasie przeszłyby przez twoje płuca z wdychanym i wydychanym powietrzem? Izotop promieniotwórczy ²²²Rn występujący w radonie ma czas połowicznego zaniku 3,82 dnia. Musisz oszacować objętość swoich płuc i częstość oddechu.

••34 Oblicz masę czystej próbki izotopu ⁴⁰K, której początkowa szybkość rozpadu wynosi 1,70 · 10⁵ rozpadów/s. Czas połowicznego zaniku tego izotopu wynosi 1,28 · 10⁹ lat.

••35 ssm Pewien nuklid promieniotwórczy jest wytwarzany w cyklotronie ze stałą szybkością równą R. Jednocześnie ulega on rozpadowi opisanemu stałą rozpadu λ . Załóżmy, że proces tworzenia trwa o wiele dłużej niż czas połowicznego zaniku nuklidu promieniotwórczego. a) Wykaż, że po takim czasie liczba jąder promieniotwórczych ma stałą wartość, równą $N = R/\lambda$. b) Następnie udowodnij, że wynik ten nie zależy od liczby jąder promieniotwórczych w chwili początkowej. Mówimy, że nuklid znajduje się w *równowadze wiekowej (trwałej)* ze swoim źródłem. W tym stanie szybkość rozpadu nuklidu jest równa szybkości jego powstawania.

••36 Izotop plutonu ²³⁹Pu ulega rozpadowi α z czasem połowicznego zaniku 24 100 lat. Ile miligramów helu powstanie w wyniku rozpadu początkowo czystej próbki ²³⁹Pu o masie 12,0 g w ciągu 20 000 lat? (Załóż, że cały hel pochodzi bezpośrednio z rozpadu plutonu, a nie jest produktem innych rozpadów).

••37 Czas połowicznego zaniku nuklidu promieniotwórczego ⁶⁴Cu wynosi 12,7 h. Czysta w chwili t = 0 próbka ⁶⁴Cu ma masę 5,50 g. Jaka jej część ulegnie rozpadowi w przedziale czasu od t = 14,0 h do t = 16,0 h?

 ••38 Pacjentowi podano zastrzyk zawierający izotop radioaktywny o aktywności 8,60 μCi i czasie połowicznego zaniku 3,0 h. Ile jąder tego izotopu otrzymał pacjent?

••39 Nuklid promieniotwórczy ⁵⁶Mn ma czas połowicznego zaniku 2,58 h i powstaje w cyklotronie w wyniku bombardowania deuteronami tarczy z manganu. Tarcza zawiera tylko trwały izotop manganu ⁵⁵Mn. Reakcję mangan–deuteron, której produktem jest izotop ⁵⁶Mn, opisuje równanie

55
Mn + d \rightarrow 56 Mn + p.

Jeżeli czas bombardowania trwa znacznie dłużej niż czas życia izotopu ⁵⁶Mn, to aktywność wytwarzanego w tarczy ⁵⁶Mn osiąga ostatecznie wartość $8,88 \cdot 10^{10}$ Bq. a) Z jaką szybkością wytwarzany jest izotop ⁵⁶Mn? b) Ile jąder ⁵⁶Mn znajduje się wtedy w tarczy? c) Ile wynosi ich łączna masa?

••40 Źródło zawiera dwa promieniotwórcze izotopy fosforu: ³²P ($T_{1/2} = 14,3$ d) oraz ³³P ($T_{1/2} = 25,3$ d). W chwili początkowej 10,0% wszystkich rozpadów pochodzi od izotopu ³³P. Po jakim czasie 90,0% wszystkich rozpadów będzie pochodzić od izotopu ³³P?

••41 Próbka samaru o masie 1,00 g emituje cząstki α z częstością 120 cząstek/s. Ich źródłem jest izotop ¹⁴⁷Sm, którego naturalna zawartość w samarze wynosi 15,0%. Oblicz czas połowicznego zaniku tego izotopu.

••42 Ile wynosi aktywność próbki izotopu ⁹²Kr o masie 20 ng, jeżeli jego czas połowicznego zaniku wynosi 1,84 s?

••43 Próbka promieniotwórcza przeznaczona do naświetleń pacjentów w szpitalu jest przygotowywana w pobliskim laboratorium. Czas połowicznego zaniku próbki jest równy 83,61 h. Ile powinna wynosić jej początkowa aktywność, jeżeli w chwili naświetlania pacjenta 24 godziny później aktywność próbki jest równa $7,4 \cdot 10^8$ Bq?

••44 • Rysunek 42.19 przedstawia rozpad pewnego izotopu zawartego w radioaktywnej próbce. Osie zostały wyskalowane tak, że $N_s = 2,00 \cdot 10^6$, a $t_s = 10,0$ s. Wyznacz aktywność próbki w chwili t = 27,0 s.



Kys. 42.19. Zadame 44

••45 W 1992 roku szwajcarska policja aresztowała dwóch mężczyzn, którzy zamierzali przemycić osm z Europy Wschodniej, a następnie sprzedać go na czarnym rynku. Jednakże przez pomyłkę przemytnicy wzięli ze sobą cez ¹³⁷Cs. Każdy z nich miał *w kieszeni* (!) próbkę tego izotopu o masie 1,0 g. Ile wynosiła aktywność takiej próbki a) w bekerelach i b) w kiurach? Czas połowicznego zaniku izotopu ¹³⁷Cs wynosi 30,2 lat. (W lecznictwie stosuje się próbki tego izotopu promieniotwórczego o aktywności co najwyżej kilku milikiurów).

••46 Nuklid promieniotwórczy ⁹⁹Tc można wstrzyknąć do krwiobiegu pacjenta w celu monitorowania przepływu krwi,

mierzenia jej objetości lub zlokalizowania nowotworu. Nuklid jest wytwarzany w szpitalu, w układzie zawierającym izotop promieniotwórczy ⁹⁹Mo, który rozpada się na ⁹⁹Tc z czasem połowicznego zaniku 67 h. Raz dziennie z układu pobiera się izotop ⁹⁹Tc, który po rozpadzie ⁹⁹Mo znajduje się w stanie wzbudzonym. Jadro ⁹⁹Tc wraca do stanu podstawowego, emitując foton γ , co rejestrują detektory rozmieszczone wokół ciała pacjenta. Proces powrotu do stanu podstawowego charakteryzuje się czasem połowicznego zaniku 6,0 h. a) Jaki proces jest odpowiedzialny za rozpad jądra ⁹⁹Mo na ⁹⁹Tc? b) Ile fotonów γ na sekundę będzie emitowanych w ciele pacjenta bezpośrednio po wstrzyknieciu mu dawki ⁹⁹Tc o aktywności $8,2 \cdot 10^7$ Bq? c) Ile jąder ⁹⁹Tc w stanie wzbudzonym zgromadziło się w niewielkim nowotworze, jeżeli emisja promieni γ z jego obszaru zachodzi w pewnej chwili z szybkościa 38 fotonów na sekunde?

••47 ssm W wyniku długotrwałej pracy Maria i Piotr Curie zdołali wydzielić z rudy uranu pierwszą czystą próbkę radu w postaci chlorku radu RaCl₂ o masie 1 dg. Rad występował w niej w postaci promieniotwórczego izotopu ²²⁶Ra, którego czas połowicznego zaniku wynosi 1600 lat. a) Ile jąder radu uzyskali małżonkowie Curie? b) Ile wynosiła szybkość rozpadu uzyskanej próbki, wyrażona jako liczba rozpadów na sekundę?

Podrozdział 42.4 Rozpad α

•48 Rozważ jądro ²³⁸U, które emituje a) cząstkę α lub b) po kolei neutron, proton, neutron i proton. Oblicz energię, która zostanie wyzwolona w każdym z przypadków. c) Sprawdź, przeprowadzając odpowiednie rozumowanie oraz bezpośrednie obliczenia, że różnica pomiędzy uzyskanymi wynikami jest równa całkowitej energii wiązania cząstki α . Oblicz tę energię. Oto niektóre potrzebne masy atomowe:

²³⁸ U	238,05079 u	²³⁴ Th	234,04363 u
²³⁷ U	237,04873 u	⁴ He	4,00260 u
²³⁶ Pa	236,04891 u	$^{1}\mathrm{H}$	1,00783 u
²³⁵ Pa	235,04544 u	n	1,00866 u

•49 ssm Cięższe nuklidy na ogół są bardziej podatne na rozpad α . Na przykład czas połowicznego zaniku na drodze rozpadu α najtrwalszego izotopu uranu ²³⁸U jest równy 4,5 · 10⁹ lat. W przypadku najtrwalszego izotopu plutonu ²⁴⁴Pu odpowiednia wartość wynosi 8,0 · 10⁷ lat, a kiuru ²⁴⁸Cm — 3,4 · 10⁵ lat. Jaka część próbek wymienionych izotopów a) plutonu i b) kiuru nie ulegnie rozpadowi w czasie potrzebnym do rozpadu połowy jąder w próbce uranu ²³⁸U?

••50 Nuklidy promieniotwórcze emitują cząstki α , a nie inne zestawy nukleonów, ponieważ cząstka α ma szczególnie trwałą budowę. Aby potwierdzić tę opinię, oblicz energie rozpadu dla następujących hipotetycznych procesów i przedyskutuj uzyskane wyniki: a) ²³⁵U \rightarrow ²³²Th + ³He, b) ${}^{235}\text{U} \rightarrow {}^{231}\text{Th} + {}^{4}\text{He},$ c) ${}^{235}\text{U} \rightarrow {}^{230}\text{Th} + {}^{5}\text{He}.$

Oto potrzebne masy atomowe:

²³² Th	232,0381 u	³ He	3,0160 u
²³¹ Th	231,0363 u	⁴ He	4,0026 u
²³⁰ Th	230,0331 u	⁵ He	5,0122 u
²³⁵ U	235,0429 u		

••51 Jądro ²³⁸U emituje cząstkę α o energii 4,196 MeV. Oblicz energię rozpadu Q dla tego procesu, uwzględniając energię odrzutu powstałego jądra ²³⁴Th.

••52 W niektórych rzadkich przypadkach jądro może ulec rozpadowi, emitując cząstkę cięższą niż cząstka α. Przeanalizuj następujące rozpady:

$$^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{209}\text{Pb} + ^{14}\text{C}$$
$$^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{219}\text{Rn} + ^{4}\text{He}$$

i

Oblicz wartości energii rozpadu Q dla a) pierwszego i b) drugiego rozpadu i przekonaj się, że obydwa są dozwolone pod względem energetycznym. c) Wysokość bariery kulombowskiej dla emisji cząstki α wynosi 30,0 MeV. Ile wynosi wysokość bariery energetycznej dla emisji jądra ¹⁴C? (Zwróć szczególną uwagę na promienie tych jąder). Potrzebne wartości mas atomowych to:

²²³ Ra	223,01850 u	¹⁴ C	14,00324 u
²⁰⁹ Pb	208,98107 u	⁴ He	4,00260 u
²¹⁹ Rn	219,00948 11		

Podrozdział 42.5 Rozpad β

•53 ssm Izotop cezu ¹³⁷Cs występuje w opadzie promieniotwórczym po naziemnym wybuchu bomby atomowej. Jest to poważne zagrożenie dla środowiska ze względu na powolny rozpad ($T_{1/2} = 30,2$ lat) na bar ¹³⁷Ba związany z wyzwalaniem znacznej energii. Masy atomowe Cs i Ba wynoszą odpowiednio 136,9071 u i 136,9058 u. Oblicz całkowitą energię wyzwalaną podczas tego rozpadu.

•54 Niektóre nuklidy promieniotwórcze rozpadają się, wychwytując jeden z elektronów należących do własnego atomu, na przykład z powłoki K. Jeden z takich procesów ma postać

$$^{49}\text{V} + \text{e}^- \rightarrow ^{49}\text{Ti} + \nu, \quad T_{1/2} = 331 \text{ d.}$$

Wykaż, że energia rozpadu w tym procesie jest dana wzorem

$$Q = (m_{\rm V} - m_{\rm Ti})c^2 - E_{\rm K},$$

gdzie m_V i m_{Ti} oznaczają odpowiednio masy izotopów ⁴⁹V i ⁴⁹Ti, a E_K jest energią wiązania elektronu z powłoki K w atomie wanadu. (*Wskazówka*: Przyjmij, że \mathbf{m}_V i \mathbf{m}_{Ti} są masami jądrowymi, a następnie dodaj odpowiednią liczbę elektronów, aby skorzystać z mas atomowych.

•55 Swobodny neutron ulega rozpadowi opisanemu równaniem (42.26). Ile wynosi największa możliwa energia kinetyczna E_{kmax} , z jaką może zostać wyemitowany elektron powstały w wyniku rozpadu neutronu, jeżeli różnica mas atomowych neutronu i atomu wodoru wynosi 840 µu?

•56 Nuklid o średniej masie (na przykład A = 150) emituje elektron o energii kinetycznej 1,0 MeV. a) Ile wynosi długość fali de Broglie'a tego elektronu? b) Oblicz promień jądra, które wyemitowało elektron. c) Czy taki elektron można zamknąć w "pudle" o rozmiarach jądra jako falę stojącą? d) Czy uzyskane liczby można wykorzystać, aby obalić (już nieaktualny) pogląd, że elektrony są obecne w jądrze?

••57
^{••} Nuklid promieniotwórczy ¹¹C rozpada się zgodnie z równaniem

¹¹C
$$\rightarrow$$
 ¹¹ B + e⁺ + ν , $T_{1/2} = 20.3$ min.

Największa energia emitowanych pozytonów wynosi 0,960 MeV. a) Wykaż, że energia rozpadu w tym procesie jest równa

$$Q = (m_{\rm C} - m_{\rm B} - 2m_{\rm e})c^2$$

gdzie $m_{\rm C}$ i $m_{\rm B}$ oznaczają odpowiednio masy izotopów ¹¹C i ¹¹B, a $m_{\rm e}$ jest masą pozytonu. b) Znając wartości mas $m_{\rm C}$ = 11,011 434 u, $m_{\rm B}$ = 11,009 305 u oraz $m_{\rm e}$ = 0,000 548 6 u, oblicz energię rozpadu Q i porównaj ją z podaną wcześniej maksymalną energią emitowanych pozytonów. (*Wskazówka*: Przyjmij, że $\mathbf{m}_{\rm C}$ i $\mathbf{m}_{\rm B}$ są masami jądrowymi, a następnie dodaj odpowiednią liczbę elektronów, by skorzystać z mas atomowych).

••58 Dwa izotopy promieniotwórcze ²³⁸U oraz ²³²Th, ulegające rozpadowi α , oraz jeden izotop ⁴⁰K, ulegający rozpadowi β , występują w granicie w dostatecznej ilości, aby w znaczącym stopniu przyczynić się do ogrzewania Ziemi na drodze rozpadu promieniotwórczego. Izotopy ulegające rozpadowi α inicjują łańcuchy rozpadu, których końcowymi produktami są trwałe izotopy ołowiu. Izotop ⁴⁰K ulega pojedynczemu rozpadowi β (Przyjmij, że jest to jedyna możliwa droga rozpadu tego izotopu). Dane o rozpadach zawiera przedstawiona tabela:

Nuklid wyjściowy	Typ rozpadu	Czas połowicznego zaniku [a]	Trwały produkt	Q [MeV]	<i>f</i> [ppm]
²³⁸ U	α	$\begin{array}{c} 4,47\cdot 10^9 \\ 1,41\cdot 10^{10} \\ 1,28\cdot 10^9 \end{array}$	²⁰⁶ Pb	51,7	4
²³² Th	α		²⁰⁸ Pb	42,7	13
⁴⁰ K	β		⁴⁰ Ca	1,31	4

W tabeli symbolem Q oznaczono *całkowitą* energię wydzieloną w łańcuchu rozpadów jednego jądra wyjściowego, aż do powstania *trwałego* jądra końcowego, a f — względną zawartość izotopu w granicie (ppm oznacza części na milion). a) Wykaż, że w wyniku rozpadu wymienionych izotopów energia termiczna jest wydzielana z szybkością $1,0 \cdot 10^{-9}$ W na każdy kilogram granitu. b) Zakładając, że powierzchniowa, sferyczna warstwa Ziemi o grubości 20 km zawiera $2,7 \cdot 10^{22}$ kg granitu, oszacuj całkowitą moc wydzielaną w wyniku procesów rozpadu na całej Ziemi. Porównaj ten wynik z całkowitą mocą docierającą do Ziemi ze Słońca, równą $1,7 \cdot 10^{17}$ W.

•••59 ssm www Nuklid promieniotwórczy ³²P rozpada się na ³²S zgodnie z równaniem (42.24). W konkretnym akcie rozpadu emitowany jest elektron o największej możliwej energii równej 1,71 MeV. Ile wynosi energia kinetyczna odrzutu jądra ³²S? (*Wskazówka*: W przypadku elektronu trzeba skorzystać z relatywistycznych wzorów na energię kinetyczną i pęd. Mechanika nierelatywistyczna dobrze opisuje jądro ³²S).

Podrozdział 42.6 Datowanie na podstawie rozpadu promieniotwórczego

•60 Próbka węgla drzewnego z pradawnego ogniska ma masę 5,00 g i aktywność związaną z rozpadem izotopu ¹⁴C równą 63,0 rozpadów/s. Podobna aktywność zmierzona dla rosnącego drzewa wynosi 15,3 rozpadów/s na 1,00 g. Czas połowicznego zaniku izotopu ¹⁴C to 5730 lat. Ile ma lat próbka węgla drzewnego?

•61 Uran 238 U rozpada się na ołów 206 Pb z czasem połowicznego zaniku 4,47 \cdot 10⁹ lat. Rozpad ten zachodzi w wielu etapach, ale pierwszy z nich ma zdecydowanie najdłuższy czas połowicznego zaniku. Dzięki temu w wielu przypadkach można przyjąć, że w wyniku rozpadu powstaje ołów, czyli

 238 U \rightarrow 206 Pb + różne produkty rozpadu.

Badana skała zawiera 4,20 mg uranu ²³⁸U oraz 2,135 mg ołowiu ²⁰⁶Pb. Załóżmy, że tworząca się skała nie zawierała ołowiu, który w całości powstał w wyniku rozpadu uranu. Ile atomów a) ²³⁸U oraz b) ²⁰⁶Pb zawiera obecnie skała? c) Ile atomów ²³⁸U zawierała tworząca się skała? d) Jaki jest wiek skały?

••62 Uważa się, że pewna skała liczy sobie 260 milionów lat. Jaka ilość ołowiu ²⁰⁶Pb powinna w niej występować, jeżeli zawiera ona 3,70 mg uranu ²³⁸U? Patrz zadanie 61.

••63 Stwierdzono, że próbka skały wydobyta z głębi Ziemi zawiera 0,86 mg ²³⁸U, 0,15 mg ²⁰⁶Pb oraz 1,6 mg ⁴⁰Ar. Jaką ilość izotopu ⁴⁰K powinna zawierać ta próbka? Przyjmij, że izotop ⁴⁰K ma czas połowicznego rozpadu 1,25 \cdot 10⁹ lat i rozpada się wyłącznie do ⁴⁰Ar. Przyjmij też, że czas połowicznego zaniku izotopu ²³⁸U wynosi 4,47 \cdot 10⁹ lat.

•••64 Discrete Version 1998 Provide the set of the set

Potraktuj to zadanie jak inne dotyczące datowania wykorzystującego rozpad promieniotwórczy, z tym że tu mamy dwa produkty rozpadu zamiast jednego).

Podrozdział 42.7 Pomiary dawki promieniowania

•65 ssm Nuklid ¹⁹⁸Au o czasie połowicznego zaniku 2,70 d ma zastosowanie w leczeniu raka. Jaką trzeba wziąć masę nuklidu, aby uzyskać aktywność 250 Ci?

•66 Detektor promieniowania rejestruje 8700 zliczeń w ciągu 1 minuty. Zakładając, że detektor rejestruje wszystkie rozpady, znajdź aktywność źródła promieniowania, podając ją a) w bekerelach i b) w kiurach.

•67 Próbka organiczna o masie 4 kg pochłania 2 mJ energii od promieniowania powolnych neutronów (współczynnik WSB = 5). Wyznacz w milisiwertach wartość równoważnika dawki pochłoniętej.

••68 Ciało człowieka o masie 75 kg otrzymuje dawkę o wielkości 2,4 \cdot 10⁻⁴ Gy w postaci cząstek α , dla których współczynnik WSB jest równy 12. Oblicz a) wartość zaabsorbowanej energii w dżulach oraz równoważnik dawki pochłoniętej b) w siwertach i c) w remach.

••69 Pracownik obsługujący reaktor powielający przypadkowo wdycha 2,5 mg pyłu plutonu ²³⁹Pu. Czas połowicznego zaniku tego izotopu wynosi 24 100 lat, a jego rozpad zachodzi na drodze emisji cząstek α . Energia emitowanych cząstek α wynosi 5,2 MeV, a ich współczynnik WSB jest równy 13. Załóżmy, że pluton pozostawał w organizmie pracownika przez 12 godzin (organizm pozbywa się go głównie drogą naturalną przez układ pokarmowy i raczej nie jest on pochłaniany przez żaden z organów wewnętrznych) oraz że 95% emitowanych cząstek α zostało zaabsorbowanych przez ciało. Oblicz: a) liczbę wchłoniętych atomów plutonu, b) liczbę atomów, które uległy rozpadowi w ciągu 12 godzin, c) energię zaabsorbowaną przez ciało pracownika, d) wynikającą stąd dawkę pochłoniętą w grejach oraz e) równoważnik dawki pochłoniętej w siwertach.

Podrozdział 42.8 Modele jądrowe

•70 Można przyjąć, że typowa energia kinetyczna nukleonu w jądrze o średniej masie wynosi 5 MeV. Jakiej efektywnej temperaturze jądrowej odpowiada ta energia, jeżeli przyjmiemy założenia kroplowego modelu budowy jądra?

•71 Pomiaru energii E jądra pośredniego można dokonać jedynie w trakcie jego czasu życia Δt i zgodnie z zasadą nieoznaczoności

$$\Delta E \cdot \Delta t = \hbar$$

i jest z nim nieodłącznie związana nieoznaczoność energii ΔE . a) Jeżeli średni czas życia tego jądra wynosi 10^{-22} s, to ile wynosi nieoznaczoność energii ΔE ? b) Czy stan ten możemy nazwać jądrem złożonym?

•72 Znajdź na podanej liście nuklidy: a) z zapełnionymi powłokami nukleonowymi, b) z jednym nukleonem na zewnątrz zapełnionej powłoki oraz c) z brakiem jednego nukleonu w zapełnionej powłoce. Lista nuklidów: ¹³C, ¹⁸O, ⁴⁰K, ⁴⁹Ti, ⁶⁰Ni, ⁹¹Zr, ⁹²Mo, ¹²¹Sb, ¹⁴³Nd, ¹⁴⁴Sm, ²⁰⁵Tl oraz ²⁰⁷Pb.

••73 ssm Rozważ trzy procesy prowadzące do utworzenia jądra złożonego ²⁰Ne (rysunek 42.14). Oto niektóre z mas atomowych występujących cząstek:

²⁰ Ne	19,99244 u	α	4,00260 u
¹⁹ F	18, 99840 u	р	1,00783 u
^{16}O	15 99491 u		

Jaką energię musi mieć: a) cząstka α , b) proton i c) foton γ , aby dostarczyć jądru złożonemu energię wzbudzenia 25,0 MeV?

Zadania dodatkowe

74 • Stosunek liczby atomów ołowiu do atomów uranu w pewnej skale wynosi 0,3. Przyjmij, że czas połowicznego zaniku uranu wynosi $4,47 \cdot 10^9$ lat oraz że w czasie formowania skała nie posiadała atomów ołowiu. Jaki jest wiek skały?

75 ssm Pewien trwały nuklid po pochłonięciu neutronu emituje elektron, a nowo powstały nuklid samorzutnie rozpada się na dwie cząstki α. Zidentyfikuj wspomniany nuklid.

76 Typowa dawka promieniowania rentgenowskiego (współczynnik WSB równy 0,85) otrzymywana podczas prześwietlenia klatki piersiowej wynosi 250 μ Sv. Oblicz wartość pochłoniętej energii w dżulach, zakładając, że na działanie promieniowania narażona jest połowa ciała pacjenta o masie 88 kg.

77 ssm Po ilu latach aktywność próbki izotopu węgla ¹⁴C zmniejszy się do 0,02 wartości początkowej? Czas połowicznego zaniku izotopu ¹⁴C wynosi 5730 lat.

78 Pierwiastek radioaktywny *AA* może się rozpaść albo do pierwiastka *BB*, albo do *CC*. Wybór drogi rozpadu jest kwestią przypadku, ale stosunek krotności wytworzonych jąder typu *BB* do jąder typu *CC* wynosi zawsze 2/1. Czas połowicznego zaniku pierwiastka *AA* wynosi 8 dni. W chwili rozpoczęcia doświadczenia próbka zawierała wyłącznie jądra typu *AA*. Ile czasu należy odczekać, aby liczba atomów typu *CC* była 1,50 razy większa od liczby atomów typu *AA*?

79 Sem Jednym z zagrożeń związanych z opadem promieniotwórczym po wybuchu bomby atomowej jest obecność izotopu ⁹⁰Sr, którego czas połowicznego zaniku wynosi 29 lat. Ponieważ właściwości chemiczne strontu są podobne do właściwości wapnia, pierwiastek ten po zjedzeniu przez krowy występuje w mleku, a wraz z nim trafia częściowo do kości ludzi i zwierząt. Elektrony wysokoenergetyczne emitowane w wyniku rozpadu β izotopu ⁹⁰Sr uszkadzają szpik kostny, co uniemożliwia wytwarzanie czerwonych krwinek. W wyniku eksplozji bomby o sile 1 megatony powstaje około 400 g izotopu ⁹⁰Sr. Załóż, że cały opad rozłoży się równomiernie na obszarze 2000 km². Jakie pole powierzchni zajmie wtedy dawka o aktywności 74 000 zliczeń/s, tzn. "bezpieczna" dla człowieka?

80 W wyniku wybuchu i pożaru w 1986 roku w elektrowni atomowej w Czarnobylu część terytorium Ukrainy została skażona cezem ¹³⁷Cs, który ulega rozpadowi β^- z czasem połowicznego zaniku 30,2 lat. W roku 1996 szacowano, że całkowita aktywność na skażonym obszarze o powierzchni 2,6 · 10⁵ km² wynosi około 1 · 10¹⁶ Bq. Załóżmy, że promieniotwórczy cez jest równomiernie rozłożony na podanym obszarze, a elektrony emitowane w rozpadzie β z równym prawdopodobieństwem biegną prosto w górę lub w dół. Ile elektronów z rozpadu β pochłonęłoby twoje ciało, jeżeli leżałbyś przez godzinę na ziemi a) w 1996 roku, b) obecnie? (Musisz oszacować pole przekroju swojego ciała).

81 Na rysunku 42.20 przedstawiono fragment schematu rozpadu promieniotwórczego nuklidu ²³⁷Np na wykresie we współrzędnych *A-Z*. Punkty na wykresie to izotopy, a pięć odcinków pomiędzy nimi odpowiada rozpadowi α albo β^- . Jaki izotop znajduje się na końcu linii (na rysunku 42.20 oznaczono go znakiem zapytania)?



Rys. 42.20. Zadanie 81

82 Po krótkim naświetlaniu próbki srebra neutronami zawiera ona dwa izotopy: 108 Ag ($T_{1/2} = 2,42$ min) o początkowej szybkości rozpadu $3,1 \cdot 10^5$ s⁻¹ oraz 110 Ag ($T_{1/2} =$ 24,6 s) o początkowej szybkości rozpadu $4,1 \cdot 10^6$ s⁻¹. Wykonaj w skali półlogarytmicznej wykres, podobny do tego z rysunku 42.9, przedstawiający łączną szybkość rozpadu obydwu izotopów w zależności od czasu w przedziale od t = 0to t = 10 min. Z rysunku 42.9 korzystaliśmy, aby pokazać, jak wyznaczyć czas połowicznego zaniku dla prostego rozpadu (pojedynczy izotop). Zaproponuj metodę wyznaczenia czasów połowicznego zaniku dwóch izotopów, zakładając, że dysponujesz wykresem zależności całkowitej szybkości rozpadu od czasu dla układu dwuizotopowego — takim, jak ten, który wykonałeś.

83 Ponieważ nukleony są uwięzione we wnętrzu jądra, za przybliżoną miarę niepewności ich położenia można przyjąć

promień jądra r. Korzystając z zasady nieoznaczoności, wyznacz nieoznaczoność Δp wartości pędu nukleonu. Stosując przybliżenie $p \approx \Delta p$ oraz zakładając, że mechanika nierelatywistyczna w dobrym przybliżeniu opisuje ruch nukleonów w jądrze, oblicz energię kinetyczną nukleonu w jądrze o liczbie masowej A = 100.

84 Źródło radowe zawiera 1 mg izotopu ²²⁶Ra, który rozpada się z czasem połowicznego zaniku 1600 lat, dając jako produkt gaz szlachetny radon ²²²Rn. Powstały izotop radonu ulega z kolei rozpadowi α z czasem połowicznego zaniku 3,82 d. Jeżeli proces ten zachodzi przez czas o wiele dłuższy niż czas połowicznego zaniku izotopu ²²²Rn, wówczas szybkość rozpadu ²²²Rn dochodzi do wartości granicznej, równej liczbowo szybkości produkcji jąder tego izotopu. Owa szybkość produkcji jest w przybliżeniu stała, gdyż czas połowicznego zaniku ²²⁶Ra jest względnie długi. Gdy źródło znajduje się w tych granicznych warunkach, ile wynoszą: a) aktywność ²²⁶Ra, b) aktywność ²²²Rn oraz c) całkowita masa ²²²Rn?

85 Wykonaj mapę nuklidów podobną do przedstawionej na rysunku 42.6, zawierającą 25 nuklidów: ^{118–122}Te, ^{117–121}Sb, ^{116–120}Sn, ^{115–119}In oraz ^{114–118}Cd. Narysuj i oznacz a) wszystkie izobary (stałe *A*) oraz b) wszystkie linie odpowiadające stałemu nadmiarowi neutronów zdefiniowanemu jako N - Z.

86 Tząstka α zostaje skierowana jako pocisk bezpośrednio ku jądru glinu, stanowiącemu tarczę. Przyjmij, że oba obiekty mają kształt kulisty. Jaką energię kinetyczną powinna mieć cząstka α , aby zatrzymała się w miejscu styku swojej powierzchni z powierzchnią jądra glinu? Załóż, że jądro tarczy pozostanie stacjonarne.

87 Załóżmy, że jądro ²³⁸U jest zbudowane z cząstki α (⁴He) oraz pozostałej części — jądra ²³⁴Th. Narysuj wykres elektrycznej energii potencjalnej $E_p(r)$, gdzie r jest odległością pomiędzy tymi cząstkami. Uwzględnij przedział odległości 10 fm < r < 100 fm. Porównaj swój wykres z tym, który przedstawiono na rysunku 42.10.

88 Charakterystyczny czas jądrowy jest wielkością użyteczną, mimo dość swobodnej definicji, określającej go jako czas potrzebny nukleonowi o energii kinetycznej kilku MeV na przebycie drogi równej średnicy jądra o przeciętnej masie. Jaki jest rząd wielkości czasu jądrowego? Oblicz czas, jaki neutron o energii 5 MeV potrzebuje na przebycie drogi równej średnicy jądra ¹⁹⁷Au. Skorzystaj z równania (42.3).

89 Ile wynosi przypuszczalna wartość liczby masowej jądra sferycznego, którego promień zmierzony metodą rozpraszania elektronów wynosi 3,6 fm?

90 Korzystając z mapy nuklidów, podaj symbole: a) wszystkich trwałych izotopów o liczbie atomowej Z = 60, b) wszystkich nuklidów promieniotwórczych o liczbie neutronowej N = 60, c) wszystkich nuklidów o liczbie masowej A = 60. **91** Gdyby atomową jednostkę masy zdefiniować tak, aby masa ¹H wynosiła dokładnie 1,000 000 u, to ile wyniosłaby masa a) ¹²C (w obecnej konwencji wynosi ona 12,000 000 u) oraz b) ²³⁸U (obecnie 238,050 785 u)?

92 Nuklidy promieniotwórcze o dużych masach, mogące być emiterami cząstek α lub β , należą do jednego z czterech łańcuchów rozpadu zależnie od wartości liczby masowej, która może być postaci 4n, 4n + 1, 4n + 2 lub 4n + 3, gdzie n jest liczbą naturalną. a) Uzasadnij podane stwierdzenie i wykaż, że jeżeli nuklid należy do jednego z wymienionych łańcuchów, to wszystkie jego produkty rozpadu będą należeć do tego samego łańcucha. Przyporządkuj wymienione nuklidy do poszczególnych łańcuchów: b) ²³⁵U, c) ²³⁶U, d) ²³⁸U, e) ²³⁹Pu, f) ²⁴⁰Pu, g) ²⁴⁵Cm, h) ²⁴⁶Cm, i) ²⁴⁹Cf oraz j) ²⁵³Fm.

93 Wyznacz energię Q dla rozpadu jądra ⁴⁹V na drodze wychwytu elektronu opisanego w zadaniu 54. Potrzebne dane to $m_V = 48,94852 \text{ u}, m_{Ti} = 48,94787 \text{ u}$ oraz $E_k = 5,47 \text{ keV}.$

94 Znajdź na mapie nuklidów z rysunku 42.1 położenie jąder wymienionych w tabeli 42.5. Sprawdź, że leżą one w strefie stabilności.

95 Nuklid promieniotwórczy ³²P ($T_{1/2} = 14,28$ d) jest często używany jako znacznik (marker) do badania reakcji biochemicznych z udziałem fosforu. a) Ile czasu musi upłynąć, aby w pewnym układzie eksperymentalnym częstość zliczeń wynosząca początkowo 3050 zliczeń/s zmniejszyła się do wartości 170 zliczeń/s? b) Roztwór zawierający promieniotwórczy izotop ³²P jest doprowadzany do systemu korzeniowego pomidorów. Po upływie 3,48 doby mierzy się aktywność liści związaną z rozpadem ³²P. Przez jaki czynnik należy pomnożyć uzyskane wyniki, aby otrzymać aktywność w chwili rozpoczęcia doświadczenia?

96 Pod koniec drugiej wojny światowej holenderskie władze aresztowały pod zarzutem zdrady artystę Hansa van Meegerena. Oskarżono go o sprzedaż naziście Hermannowi Goeringowi arcydzieła *Chrystus i jego uczniowie w Emaus* pędzla holenderskiego mistrza Johannesa Vermeera (1632–1675). Meegeren odnalazł ten obraz w 1937 roku, po upływie 300 lat, w ciągu których był on uważany za zaginiony. Tuż po odkryciu eksperci orzekli, że *Emaus* to prawdopodobnie największe dzieło Vermeera. Sprzedaż takiego arcydzieła kultury narodowej wrogowi uznano za niewyobrażalną zdradę.

Wkrótce po uwięzieniu van Meegeren oznajmił niespodziewanie, że to on, a nie Vermeer namalował *Emaus*. Wyjaśnił, że starannie naśladował styl mistrza, użył oryginalnego płótna sprzed 300 lat i zestawu pigmentów, którymi zwykł posługiwać się Vermeer. Następnie skopiował na dziele podpis Vermeera i wygrzał je, aby uzyskać autentyczny, stary wygląd.

Czy van Meegeren kłamał, aby uniknąć wyroku za zdradę, przyznając się do mniej poważnego przestępstwa, jakim było fałszerstwo? Według historyków sztuki obraz *Emaus* wyglądał na autentyczne dzieło Vermeera, ale gdy w 1947 r. toczył się proces van Meegerena, nie znano naukowych metod odpowiedzi na tak sformułowane pytanie. Dopiero w 1968 r. zagadkę był w stanie rozwiązać Bernard Keisch z Carnegie-Mellon University, który wykorzystał nowo opracowane techniki analizy radiacyjnej.

W szczególności dokonał on analizy niewielkiej pobranej z obrazu próbki białego barwnika, który zawierał ołów. Barwnik ten jest otrzymywany z rudy ołowiu. Ołów w niej zawarty powstaje w wyniku długiego łańcucha rozpadów promieniotwórczych, którego początkiem jest nietrwały izotop uranu ²³⁸U, a końcem trwały izotop ołowiu ²⁰⁶Pb. Postępując zgodnie z ideą Keischa, skupmy się na fragmencie łańcucha rozpadów, w którym pominięto nuklidy promieniotwórcze o krótkich w porównaniu z pozostałymi czasach zaniku:

²³⁰Th
$$\xrightarrow{226}_{75400 \text{ lat}}$$
 Ra $\xrightarrow{210}_{1600 \text{ lat}}$ Pb $\xrightarrow{206}_{22,6 \text{ lat}}$ Pb.

Podaliśmy dłuższe i bardziej istotne czasy połowicznego zaniku nuklidów występujących w rozpatrywanym fragmencie łańcucha.

 a) Wykaż, że w próbce rudy ołowiu liczba jąder izotopu ²¹⁰Pb zmienia się z szybkością

$$\frac{\mathrm{d}N_{210}}{\mathrm{d}t} = \lambda_{226}N_{226} - \lambda_{210}N_{210},$$

gdzie N_{210} i N_{226} oznaczają liczby jąder ²¹⁰Pb i ²²⁶Ra w próbce jednostkowej, a λ_{210} i λ_{226} są odpowiednimi stałymi rozpadu.

Ponieważ w łańcuchu rozpady trwają od miliardów lat, a czas połowicznego zaniku ²¹⁰Pb jest wyraźnie krótszy niż ²²⁶Ra, obydwa te nuklidy znajdują się w *równowadze*. Oznacza to, że liczby ich jąder (i ich koncentracje) w próbce nie ulegają zmianie. b) Ile wynosi stosunek R_{226}/R_{210} aktywności obydwu nuklidów w próbce rudy ołowiu? c) Ile wynosi stosunek N_{226}/N_{210} liczby jąder obydwu nuklidów?

Gdy pigment był wydzielany z rudy, większość jąder ²²⁶Ra została zeń usunięta. Załóżmy, że w pigmencie pozostał jedynie 1% ²²⁶Ra. Ile wynosiły wartości stosunków d) R_{226}/R_{210} i e) N_{226}/N_{210} w świeżo uzyskanym pigmencie?

Keisch rozumiał, że z czasem stosunek R_{226}/R_{210} będzie stopniowo zmieniać się od wartości charakterystycznej dla świeżego barwnika do wartości występującej w rudzie, ponieważ przywracana jest równowaga pomiędzy nuklidem ²¹⁰Pb i pozostałością ²²⁶Ra. Jeżeli obraz *Emaus* był naprawdę namalowany przez Vermeera trzysta lat przed badaniami z 1968 roku, to wartość stosunku powinna być bliska wyniku uzyskanego w punkcie (b). Jeżeli obraz namalował w latach trzydziestych van Meegeren, to próbka liczyła sobie około trzydziestu lat i stosunek powinien być bliższy wyniku z punktu (d). Keisch stwierdził, że stosunek ma wartość 0,09. f) Czy obraz był dziełem Vermeera?

97 Korzystając z danych przedstawionych w początkowych akapitach podrozdziału 42.3, wyznacz a) stałą rozpadu λ oraz b) czas połowicznego zaniku izotopu ²³⁸U.

Energia jądrowa

43.1. ROZSZCZEPIENIE JĄDRA ATOMOWEGO

43

Czego się nauczysz? __

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- **43.01** odróżnić spalanie atomów od spalania jąder, zauważając, że w obu tych procesach energia wydziela się na skutek zmniejszenia masy;
- 43.02 zdefiniować proces rozszczepienia;
- 43.03 opisać proces, w którym neutron termiczny powoduje rozszczepienie jądra ²³⁵U i objaśnić rolę pośredniego jądra złożonego;
- **43.04** dla przypadku absorpcji neutronu termicznego obliczyć zmianę masy układu oraz energię, z jaką będzie oscylować pośrednie jądro złożone;
- 43.05 dla danego przypadku rozszczepienia obliczyć war-

Podstawowe fakty

 Procesy jądrowe przekształcają masę w inne formy energii około milion razy bardziej efektywnie (w przeliczeniu na jednostkę masy) od procesów chemicznych.

• Gdy neutron termiczny zostaje przechwycony przez jądro ²³⁵U, powstałe w ten sposób jądro ²³⁶U podlega rozszczepieniu na dwa jądra o masach pośrednich i jeden lub więcej neutronów.

• Energia wyzwolona w takim akcie rozszczepienia wynosi $Q\approx 200~{\rm MeV}.$

tość Q, wyrażając ją jako wielokrotność energii wiązania na nukleon;

- 43.06 objaśnić model Bohra–Wheelera rozszczepienia jądrowego, uwzględniający również energię bariery;
- 43.07 wyjaśnić, dlaczego neutrony termiczne nie mogą wywołać rozszczepienia jądra ²³⁸U;
- **43.08** oszacować przybliżoną wartość energii (w MeV) wydzielanej w wyniku rozszczepienia dowolnego jądra o dużej masie na dwa jądra o masach pośrednich;
- **43.09** związać ze sobą szybkość rozszczepiania się jąder z szybkością wydzielania się energii.

• Proces rozszczepienia można wyjaśnić w ramach modelu kroplowego, w którym jądro opisuje się jako naładowaną elektrycznie kroplę, posiadającą pewną energię wzbudzenia.

• Aby doszło do rozszczepienia, układ musi przetunelować przez barierę potencjału. Skłonność do rozszczepienia zależy od związku między wysokością bariery $E_{\rm b}$ a energią wzbudzenia $E_{\rm w}$ przekazaną jądru w wyniku wychwytu neutronu.

0 fizyce

Zajmijmy się teraz kluczowym problemem fizyki i niektórych gałęzi energetyki, jakim jest pytanie, czy możliwe jest pozyskiwanie energii pochodzącej ze źródeł jądrowych, podobnie jak przez tysiące lat czerpano energię ze źródeł atomowych, spalając materiały takie jak drewno i węgiel? Jak już wiemy, odpowiedź jest pozytywna. Jednak istnieją fundamentalne różnice między oboma źródłami energii. Kiedy czerpiemy energię z drewna lub węgla, spalając je w piecu, to w rzeczywistości manipulujemy atomami węgla i tlenu tak, że konfiguracja ich zewnętrznych *elektronów* zmienia się na bardziej trwałą. Kiedy czerpiemy energię, "spalając" w reaktorze jądro-



wym uran, to manipulujemy jądrami uranu, zmieniając na bardziej trwałą konfigurację *nukleonów*.

Elektrony utrzymuje w atomie elektromagnetyczna siła kulombowska, a do oderwania jednego z nich potrzeba zaledwie kilku elektronowoltów. Z kolei nukleony w jądrze utrzymuje oddziaływanie silne, a oderwanie jednego z *nich* wymaga *milionów* elektronowoltów. Czynnik rzędu kilku milionów tłumaczy, dlaczego z kilograma uranu można otrzymać o wiele więcej energii niż z kilograma węgla.

Uwalnianiu energii w procesie spalania atomów lub jąder towarzyszy ubytek masy, wyrażony równaniem $Q = -\Delta mc^2$. Podstawowa różnica pomiędzy spalaniem uranu a spalaniem węgla polega na tym, że w pierwszym przypadku wykorzystuje się znacznie większą część dostępnej masy (znowu o czynnik rzędu kilku milionów).

Różne procesy odpowiedzialne za spalanie atomów i jąder dają różne rzędy mocy, czyli szybkości dostarczania energii. W procesie jądrowym kilogram uranu można spalić szybko, detonując bombę, albo powoli — w reaktorze. W procesie atomowym może to być eksplozja laski dynamitu albo powolne trawienie zjedzonego pączka.

W tabeli 43.1 pokazano, jaką energię można uzyskać z kilograma materii poddanej różnym procesom. Zamiast jednak podać wyniki wprost w jednostkach energii, przeliczono je na czas świecenia stuwatowej żarówki. Tylko trzy pierwsze wiersze tabeli opisują przemiany, które zrealizowano. Pozostałe trzy wiersze mówią o granicach, których w praktyce nie można osiągnąć. Ostatni wiersz — całkowita wzajemna anihilacja materii i antymaterii — dotyczy najbardziej efektywnego procesu wyzwalania energii. W jego rezultacie *cała* masa spoczynkowa ulega przemianie na inne formy energii.

Wartości podane w tabeli 43.1 obliczono dla jednostkowej masy. Z kilograma uranu można uzyskać kilka milionów razy więcej energii niż z kilograma węgla lub spadającej wody. Z drugiej strony, skorupa ziemska zawiera olbrzymie ilości węgla, a tamy pozwalają spiętrzyć wielkie masy wody.

Tabela 43.1. Energia wyzwalana przez 1 kg materii

Rodzaj materii	Proces	Czas ^{<i>a</i>}
Woda	spadek wody z wysokości 50 m	5 s
Węgiel	spalanie	8 h
Wzbogacony UO ₂	rozszczepienie w reaktorze	690 a
235 _U	całkowite rozszczepienie	$3 \cdot 10^4$ a
Gorący gazowy deuter	całkowita synteza	$3 \cdot 10^4$ a
Materia i antymateria	całkowita anihilacja	$3 \cdot 10^7$ a

^aW tej kolumnie podany jest czas świecenia 100-watowej żarówki dzięki energii wygenerowanej w dany sposób.

Rozszczepienie jądra: podstawy procesu

W roku 1932 angielski fizyk James Chadwick odkrył neutron. Kilka lat później pracujący w Rzymie Enrico Fermi zauważył, że w trakcie bombardowania różnych pierwiastków za pomocą neutronów powstają nowe pierwiastki promieniotwórcze. Fermi przewidział, że neutron, który jest pozbawiony ładunku, może się okazać bardzo skutecznym pociskiem w skali jądrowej. W odróżnieniu od protonu lub cząstki α na zbliżający się do powierzchni jądra neutron nie działa siła odpychania kulombowskiego. Nawet *neutrony termiczne* — powolne neutrony, będące w równowadze termodynamicznej z materią w temperaturze pokojowej i o średniej energii kinetycznej bliskiej 0,04 eV — są użytecznymi pociskami w badaniach jądrowych.

Pod koniec lat trzydziestych XX wieku fizyczka Lise Meitner i chemicy Otto Hahn oraz Fritz Strassmann kontynuowali w Berlinie prace Fermiego i jego współpracowników, bombardując za pomocą neutronów termicznych roztwór soli uranu. Zauważyli wtedy, że pojawiło się kilka nowych izotopów promieniotwórczych. W roku 1939, w wielokrotnie powtarzanych próbach, udało się zidentyfikować jeden z nich jako bar. Hahn i Strassmann nie mogli jednak zrozumieć, w jaki sposób ten pierwiastek o średniej masie (Z = 56) mógł powstać w wyniku bombardowania uranu (Z = 92) za pomocą neutronów.

Zagadkę tę kilka tygodni później rozwiązała Meitner wraz ze swoim siostrzeńcem Otto Frischem. Zaproponowali oni mechanizm, w którym jądro uranu po zaabsorbowaniu neutronu termicznego dzieliło się — uwalniając energię — na dwa z grubsza jednakowe fragmenty, z których jeden mógł być na przykład jądrem baru. Frisch nazwał ten proces **rozszczepieniem jądra**.

Kluczowa rola Meitner w odkryciu rozszczepienia nie była w pełni doceniana aż do chwili, kiedy niedawne badania historyczne rzuciły na jej dokonania nowe światło. Nie została ona laureatem Nagrody Nobla, którą w 1944 roku wyróżniono Otto Hahna. Dopiero w 1997 roku upamiętniono (w końcu) Meitner, nadając na jej cześć nazwę nowego pierwiastka: meitneru (symbol Mt, Z = 109).

Bliższe spojrzenie na rozszczepienie

Na rysunku 43.1 przedstawiono rozkład częstości powstawania fragmentów o różnych liczbach masowych pod wpływem bombardowania nuklidu ²³⁵U neutronami termicznymi. Najbardziej prawdopodobne liczby masowe, dla których zachodzi około 7% wszystkich zdarzeń, skupiają się wokół wartości $A \approx 95$ oraz $A \approx 140$. Co ciekawe, widoczny na rysunku 43.1 rozkład o dwóch maksimach nadal pozostaje niewyjaśniony.

W typowym procesie rozszczepienia jądro ²³⁵U absorbuje neutron termiczny i przekształca się w silnie wzbudzone jądro złożone ²³⁶U. Właśnie *to* jądro ulega rozszczepieniu na dwa fragmenty. Powstałe produkty szybko emitują dwa neutrony, dając w wyniku rozszczepienia (w typowym przypadku) jądra ¹⁴⁰Xe (Z = 54) oraz ⁹⁴Sr (Z = 38). Równanie opisujące ten łańcuch rozszczepień ma więc postać

$$^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow ^{236}\text{U} \rightarrow ^{140}\text{Xe} + ^{94}\text{Sr} + 2\text{n}.$$
 (43.1)

Zauważmy, że podczas tworzenia się i rozszczepienia jądra złożonego jest zachowana liczba protonów i liczba neutronów (a więc także ich łączna liczba i wypadkowy ładunek).



Rys. 43.1. Rozkład mas fragmentów powstałych w wyniku rozszczepienia nuklidu ²³⁵U. Zwróć uwagę, że oś pionowa jest w skali logarytmicznej

Występujące w równaniu (43.1) fragmenty ¹⁴⁰Xe i ⁹⁴Sr są bardzo nietrwałe i ulegają rozpadowi β (neutron przemienia się w proton, czemu towarzyszy emisja elektronu oraz neutrina) aż do powstania trwałych produktów końcowych. Dla ksenonu łańcuch przemian wygląda następująco:

Dla strontu łańcuch ma postać

Zgodnie z tym, czego powinniśmy oczekiwać na podstawie podrozdziału 42.5, liczby masowe (140 i 94) fragmentów nie zmieniają się w kolejnych rozpadach β , a liczby atomowe (początkowo 54 i 38) zwiększają się w każdym kolejnym kroku o jeden.

Przyglądając się pasmu trwałości nuklidów na mapie z rysunku 42.5, widzimy, dlaczego produkty rozszczepienia nie są trwałe. Nuklid ²³⁶U ulegający rozszczepieniu w reakcji (43.1) zawiera 92 protony oraz 236 – 92, czyli 144 neutrony, co daje stosunek liczby neutronów do liczby protonów zbliżony do 1,6. Pierwotne fragmenty powstałe bezpośrednio w wyniku reakcji rozszczepienia mają z grubsza ten sam stosunek liczby protonów i neutronów. Jednakże trwałe nuklidy o średnich masach mają mniejsze stosunki liczby neutronów i protonów. Pierwotne fragmenty są więc *bogate w neutrony* (zawierają zbyt wiele neutronów) i muszą się kilku z nich pozbyć — dwóch w przypadku reakcji (43.1). Te jądra także mają zbyt dużo neutronów, aby mogły być trwałe. Rozpad β umożliwia pozbycie się nadwyżki neutronów dzięki ich przemianie w protony, która zachodzi wewnątrz jądra. Energię wyzwalaną w rozszczepieniu nuklidu o dużej masie można oszacować, rozważając energie wiązania na nukleon ΔE_{wn} przed rozszczepieniem i po rozszczepieniu. Na początek zauważmy, że rozszczepienie zachodzi, ponieważ całkowita masa spoczynkowa się zmniejsza. Oznacza to, że energia wiązania na nukleon ΔE_{wn} w produktach rozszczepienia *wzrasta*, a więc nukleony są *silniej* związane. Energia reakcji Q dla rozszczepienia jest więc równa

$$Q = \begin{pmatrix} \text{całkowita końcowa} \\ \text{energia wiązania} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{początkowa} \\ \text{energia wiązania} \end{pmatrix}.$$
 (43.4)

W naszym oszacowaniu założymy, że początkowe ciężkie jądro rozpada się na dwa jądra o średniej masie i jednakowej liczbie nukleonów. Możemy zapisać to tak:

$$Q = \begin{pmatrix} \text{końcowa} \\ \Delta E_{\text{wn}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{końcowa liczba} \\ \text{nukleonów} \end{pmatrix} \\ - \begin{pmatrix} \text{początkowa} \\ \Delta E_{\text{wn}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{początkowa liczba} \\ \text{nukleonów} \end{pmatrix}.$$
(43.5)

Z rysunku 42.7 wynika, że w przypadku ciężkiego nuklidu ($A \approx 240$) energia wiązania na nukleon jest zbliżona do 7,6 MeV/nukleon. Dla nuklidów o średniej masie ($A \approx 120$) odpowiednia wartość to około 8,5 MeV/nukleon. Zatem energia wyzwalana w reakcji rozszczepienia ciężkiego jądra na dwa jądra o średniej masie wynosi

$$Q = \left(8.5 \frac{\text{MeV}}{\text{nukleon}}\right) (2 \text{ jądra}) \left(120 \frac{\text{nukleonów}}{\text{jądro}}\right) - \left(7.6 \frac{\text{MeV}}{\text{nukleon}}\right) \left(240 \frac{\text{nukleonów}}{\text{jądro}}\right) \approx 200 \text{ MeV}. \quad (43.6)$$

Sprawdzian 1

Ogólne równanie reakcji rozszczepienia ma postać

235
U + n \rightarrow X + Y + 2n.

Której z następujących par nuklidów *nie można* podstawić za X i Y: a) 141 Xe i 93 Sr; b) 139 Cs i 95 Rb; c) 156 Nd i 79 Ge; d) 121 In i 113 Ru?

Model rozszczepienia jądra

Wkrótce po odkryciu rozszczepienia Niels Bohr i John Wheeler wyjaśnili jego podstawy, wykorzystując model kroplowy jądra (podrozdział 42.8), oparty na analogii pomiędzy jądrem a naładowaną kroplą cieczy. Na rysunku 43.2 przedstawiono kolejne fazy rozszczepienia według tego modelu. Powolny (termiczny) neutron pochłonięty przez ciężkie jądro (rys. 43.2a) — niech to będzie 235 U — wpada do studni potencjału związanej z oddziaływaniem silnym we wnętrzu jądra. Energia potencjalna neutronu ulega przemianie na energię wzbudzenia jądra (rys. 43.2b). Jest ona równa energii wiązania neutronu w jądrze E_n , która z kolei odpowiada zmianie masy spoczynkowej układu neutron–jądro związanej z absorpcją neutronu.



Na rysunkach 43.2c i d pokazano, że jądro przypominające drgającą, naładowaną kroplę cieczy wcześniej czy później przybierze kształt hantli z krótką "szyjką" i zacznie dzielić się na dwie naładowane kule. Na każdą z tych kul zaczynają następnie działać dwie konkurujące ze sobą siły. Ich dodatnie naładowanie sprawia, że siła elektryczna usiłuje je rozdzielić. Z kolei fakt, że kule składają się z protonów i neutronów sprawia, że oddziaływania silne starają się przyciągnąć je ku sobie. Jeżeli odpychanie elektrostatyczne rozsunie je na tyle daleko, że "szyjka" ulegnie przerwaniu, obydwa fragmenty oddalą się, unosząc pewną szczątkową energię wzbudzenia (rys. 43.2e i f). W ten sposób nastąpi rozszczepienie jądra.

Przedstawiony model daje wiarygodny jakościowy obraz reakcji rozszczepienia. Trzeba jednak odpowiedzieć na trudne pytanie: Dlaczego niektóre ciężkie nuklidy (na przykład ²³⁵U lub ²³⁹Pu) z łatwością rozszczepiają się pod wpływem neutronów termicznych, podczas gdy inne, równie ciężkie nuklidy (na przykład ²³⁸U lub ²⁴³Am) zachowują się inaczej?

Bohr i Wheeler zdołali wyjaśnić ten problem. Na rysunku 43.3 przedstawiono wykres energii potencjalnej jądra na różnych etapach procesu rozszczepienia, wykonany na podstawie zaproponowanego przez nich modelu. Energię przedstawiono w zależności od *parametru deformacji r*, który opisuje odstępstwo drgającego jądra od kształtu sferycznego. Kiedy fragmenty oddzieliły się już od siebie, parametr deformacji jest równy odległości pomiędzy ich środkami (rys. 43.2e).



 $E_{\rm b}$ jest barierą energii, która musi zostać pokonana

Q jest energią, jaka się wówczas wydzieli

Rys. 43.3. Energia potencjalna jądra na różnych etapach reakcji rozszczepienia według przewidywań modelu Bohra i Wheelera. Na wykresie zaznaczono energię rozszczepienia Q (około 200 MeV) i wysokość bariery $E_{\rm b}$

Na rysunku 43.3 zaznaczono różnicę energii pomiędzy stanem początkowym (r = 0) i końcowym rozszczepiającego się jądra ($r = \infty$) — czyli energię rozpadu Q. Z wykresu wynika, że dla pewnej wartości r krzywa energii potencjalnej osiąga maksimum. Widzimy więc, że rozszczepienie nastąpi, jeżeli istniejąca *bariera potencjału* o wysokości E_b zostanie pokonana — górą lub dzięki zjawisku tunelowemu. Przypomina to rozpad α (rys. 42.10), który także powstrzymywała bariera potencjału.

Jest oczywiste, że rozszczepienie dokona się tylko pod warunkiem, że zaabsorbowany neutron dostarczy energii wzbudzenia E_w o wartości wystarczającej do pokonania bariery. Energia ta nie musi dorównywać wysokości bariery E_b , ponieważ fizyka kwantowa dopuszcza tunelowanie.

W tabeli 43.2 zestawiono wyniki obliczeń dla czterech ciężkich nuklidów, dzięki którym można się zorientować, czy pochłonięty neutron termiczny może zainicjować rozszczepienie. Dla każdego nuklidu podano wysokość bariery E_b oraz wartość energii wzbudzenia E_w dla jądra powstałego w wyniku absorpcji neutronu. Wysokości bariery E_b zostały obliczone na podstawie teorii Bohra i Wheelera. Wartości E_w obliczono na podstawie zmiany masy spoczynkowej związanej z absorpcją neutronu.

Obliczenia energii wzbudzenia E_w przedstawimy na przykładzie pierwszego wiersza tabeli, który odnosi się do absorpcji neutronu przez nuklid ²³⁵U, ²³⁵U, ²³⁵Z, ²³⁶Z, ²³⁶

$$^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow ^{236}\text{U}.$$

Potrzebne nam dane to masa nuklidu ²³⁵U równa 235,043 922 u, masa neutronu 1,008 665 u oraz masa nuklidu ²³⁶U równa 236,045 562 u. Łatwo obliczyć, że w rezultacie absorpcji neutronu masa zmniejsza się o 7,025 · 10^{-3} u. Energia związana ze zmianą masy jest przekazywana jako energia wzbudzenia $E_{\rm w}$. Mnożąc zmianę masy przez c^2 (= 931,494 013 MeV/u), otrzymujemy wartość $E_{\rm w} = 6,5$ MeV podaną w pierwszym wierszu tabeli.

Pierwszy i trzeci wiersz tabeli 43.2 mają głęboki kontekst historyczny, ponieważ tłumaczą, dlaczego dwie bomby atomowe użyte w II wojnie świa-

Tabela 43.2. Wyniki obliczeń rozszczepienia dla czterech nuklidów

Nuklid tarczy	Nuklid rozszczepiany	Ew [MeV]	E _b [MeV]	Rozszczepienie przez neutrony termiczne?
²³⁵ U	²³⁶ U	6,5	5,2	tak
²³⁸ U	²³⁹ U	4,8	5,7	nie
²³⁹ Pu	²⁴⁰ Pu	6,4	4,8	tak
²⁴³ Am	²⁴⁴ Am	5,5	5,8	nie



Rys. 43.4. Ta fotografia sparaliżowała świat po II wojnie światowej. Robert Oppenheimer, szef zespołu naukowego, który skonstruował bombę atomową, będąc świadkiem pierwszego wybuchu atomowego, sparafrazował fragment księgi sakralnej hinduizmu słowami "Ja jestem Śmiercią, niszczycielem światów" (dzięki uprzejmości U.S. Department of Energy)

towej zawierały uran ²³⁵U (pierwsza) i pluton ²³⁹Pu (druga). Dla obydwu wymienionych nuklidów — ²³⁵U oraz ²³⁹Pu — energia wzbudzenia jest większa od wysokości bariery $E_w > E_b$. Dlatego w obydwu przypadkach reakcję rozszczepienia może zainicjować absorpcja neutronu termicznego. Dla dwóch pozostałych nuklidów z tabeli 43.2 (²³⁸U i ²⁴³Am) mamy $E_w < E_b$, a więc pochłonięcie neutronu nie daje jądru wystarczającej energii, niezbędnej do przejścia nad barierą potencjału lub do pokonania jej na drodze tunelowania. Zamiast ulec rozszczepieniu, jądro pozbędzie się energii wzbudzenia, emitując foton γ .

Nuklidy ²³⁸U i ²⁴³Am *mogą* ulec rozszczepieniu pod warunkiem, że zaabsorbują neutron o znacznie większej energii (w porównaniu z neutronem termicznym). Na przykład gdy nuklid ²³⁸U zaabsorbuje neutron o energii co najmniej 1,3 MeV, może ulec rozszczepieniu w procesie tzw. *szybkiego rozszczepienia* (",szybkiego", gdyż neutron ma dużą prędkość).

Obvdwie bomby atomowe użyte w II wojnie światowej wykorzystywały zdolność neutronów termicznych do niemal jednoczesnego zainicjowania rozszczepienia olbrzymiej liczby jąder w rdzeniu bomby, co wyzwalało energię w postaci wybuchu o niszczycielskich skutkach. Proces taki zapoczątkowuje źródło neutronów, jakim może być np. materiał berylowy. Wysłane z niego neutrony termiczne powodują rozszczepienie pierwszych jąder ²³⁵U. W wyniku tych rozszczepień emitowanych jest wiecej neutronów termicznych, niż na poczatku procesu. Napotykaja one na swoim torze kolejne jadra ²³⁵U, powodujac ich rozszczepienie i emisję następnych neutronów termicznych. Powstała w ten sposób reakcja łańcuchowa rozchodzi sie w całym materiale ²³⁵U tworzacym bombę, co skutkuje eksplozją i dewastującym wydzieleniem się energii. Naukowcy wiedzieli, że ²³⁵U będzie właściwym izotopem. Z rudy uranu, która zawiera głównie atomy ²³⁸U, izotopu nie ulegającego roz-szczepieniu, wyizolowali ²³⁵U, którego ilość wystarczała na wytworzenie jednej bomby. Gdy rozmieszczono pierwszą bombę, jednocześnie w stanie Nowy Meksyk wykonano pomyślnie testową detonację drugiei, której materiałem wybuchowym był izotop²³⁹Pu (patrz ilustracja 43.4).

Przykład 43.01. Energia rozpadu Q w rozszczepieniu ²³⁵U

Oblicz energie rozpadu Q dla reakcji rozszczepienia wyrażonej równaniem (43.1), uwzgledniając rozpady półproduktów opisane równaniami (43.2) i (43.3). Niektóre potrzebne do obliczeń masy atomowe:

²³⁵ U	235,0439 u	¹⁴⁰ Ce	139,9054 u
n	1,008 66 u	⁹⁴ Zr	93,9063 u

PODSTAWOWE FAKTY

1) Energia rozpadu Q jest przekazywana produktom rozpadu w postaci energii kinetycznej. 2) $Q = -\Delta mc^2$, gdzie Δm jest zmiana masy.

Obliczenia: Ponieważ mamy uwzględnić rozpad fragmentów jądra powstałych w wyniku rozszczepienia, połaczymy ze soba równania (43.1), (43.2) i (43.3), co pozwoli nam uzyskać wypadkową reakcję rozpadu

$$^{235}\text{U} \rightarrow {}^{140}\text{Ce} + {}^{94}\text{Zr} + \text{n.}$$
 (43.7)

W równaniu występuje tylko jeden neutron, ponieważ neutron inicjujący reakcję — po lewej stronie równania

(43.1) — redukuje się z jednym z dwóch neutronów po prawej stronie równania. Zmiana masy dla reakcji opisanej równaniem (43.7) wynosi

$$\Delta m = (139,9054 \text{ u} + 93,9063 \text{ u} + 1,008 66 \text{ u}) - (235,0439 \text{ u}) = -0.223 54 \text{ u}.$$

a odpowiadająca jej energia rozpadu

$$Q = -\Delta mc^{2} = -(-0,223 \, 54 \, \text{u})(931,494 \, 013 \, \text{MeV/u})$$

= 208 MeV (odpowiedź)

dobrze zgadza się z oszacowaniem (43.6).

Jeżeli reakcja rozszczepienia zachodzi w ciele stałym, główna część energii rozpadu, która początkowo ma postać energii kinetycznej produktów rozpadu, zamienia się na energię wewnętrzną ciała, co obserwujemy jako wzrost jego temperatury. Mniej więcej 5 lub 6 procent energii rozpadu otrzymują neutrina emitowane w rozpadzie β pierwotnych produktów rozszczepienia. Energia ta jest unoszona poza układ i tracona.

43.2. REAKTOR JĄDROWY

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 43.10 zdefiniować reakcję łańcuchową;
- 43.11 objaśnić problem związany z ucieczką neutronów, problem dotyczący energii neutronów oraz problem związany z wychwytem elektronów;
- 43.12 określić współczynnik mnożenia i posłużyć się nim, wiążąc liczbę neutronów i moc na wyjściu po danej liczbie cykli z pierwotna liczba neutronów oraz moca:
- 43.13 rozróżnić stan podkrytyczny, krytyczny i nadkrytyczny reaktora;
- **43.14** opisać sposób kontrolowania czasu reakcji związanego z mocą reaktora;
- **43.15** podać ogólny opis procesu generacji prądu w elektrowni jądrowej;

Podstawowe fakty.

• W elektrowni jądrowej wykorzystuje się kontrolowaną reakcję łańcuchową składającą się z rozszczepień jąder atomowych w celu generacji prądu elektrycznego.

Reaktor jądrowy

W wyniku rozszczepienia można uzyskiwać duże ilości energii pod warunkiem, że jeden akt rozszczepienia będzie wyzwalać następne, tak aby proces obejmował całe paliwo jądrowe, podobnie jak ogień trawi belkę. Fakt, że w wyniku reakcji rozszczepienia powstaje więcej neutronów, niż jest zużywanych, otwiera drogę do reakcji łańcuchowej, w której każdy wytwarzany neutron potencjalnie wyzwala kolejne rozszczepienie. Reakcja taka może zachodzić gwałtownie (jak w przypadku bomby atomowej) lub w sposób kontrolowany (jak w reaktorze jądrowym).

Wyobraźmy sobie, że chcemy zaprojektować reaktor wykorzystujący rozszczepienie uranu ²³⁵U pod wpływem neutronów termicznych. Ruda uranu zawiera 0,7% tego izotopu, a pozostałe 99,3% to izotop ²³⁸U, który nie ulega rozszczepieniu pod wpływem neutronów termicznych. Załóżmy, że dysponujemy sztucznie *wzbogaconym* paliwem uranowym zawierającym 3% izotopu ²³⁵U. Aby zbudować działający reaktor, musimy rozwiązać trzy problemy:

- 1. Ucieczka neutronów. Część neutronów powstałych w wyniku rozszczepienia będzie uciekać poza reaktor, nie dając wkładu do reakcji łańcuchowej. Ucieczka odbywa się z powierzchni, której pole jest proporcjonalne do kwadratu charakterystycznego rozmiaru reaktora (pole powierzchni sześcianu o krawędzi *a* jest równe $6a^2$). Neutrony są jednak wytwarzane w całej objętości paliwa, a więc ich liczba zależy od trzeciej potęgi rozmiaru charakterystycznego (objętość rozważanego sześcianu to a^3). Możemy dowolnie zmniejszyć ułamek traconych neutronów, budując reaktor o dużym rdzeniu, co redukuje stosunek jego powierzchni do objętości (= 6/a dla sześcianu).
- Energia neutronów. Reakcja rozszczepienia jest źródłem neutronów prędkich o energiach kinetycznych bliskich 2 MeV. Pamiętajmy jednak, że rozszczepienie najefektywniej wywołują neutrony termiczne. Neutrony prędkie można spowolnić, mieszając paliwo uranowe z pewną substancją — nazywaną moderatorem — która ma dwie właściwo-

ści: po pierwsze, efektywnie spowalnia neutrony dzięki wielokrotnym zderzeniom sprężystym i po drugie, nie absorbuje neutronów, tzn. nie zmniejsza ich liczby w rdzeniu i nie eliminuje ich z reakcji rozszczepienia. W większości reaktorów energetycznych pracujących w Stanach Zjednoczonych moderatorem jest woda, a właściwie jądra wodoru — protony. W rozdziale 9 przekonaliśmy się, że poruszająca się cząstka zderzająca się centralnie ze spoczywającą cząstką o takiej samej masie oddaje jej *całą* swoją energię kinetyczną. Widzimy więc, że protony są efektywnym moderatorem, ponieważ ich masa jest w przybliżeniu taka sama jak masa neutronów prędkich, które mają spowalniać.

3. Wychwyt neutronów. Neutrony prędkie (2 MeV) powstałe w wyniku rozszczepienia i spowalniane przez moderator do energii termicznych (około 0,04 eV) muszą po drodze pokonać krytyczny przedział energii (od 1 do 100 eV), w którym są szczególnie podatne na wychwyt przez jądra ²³⁸U nieprowadzący jednak do rozszczepienia. Taki wychwyt rezonansowy, któremu towarzyszy emisja promieniowania γ , eliminuje neutrony z łańcucha rozszczepienia. Aby zredukować prawdopodobieństwo niepożądanego wychwytu neutronów, paliwo uranowe i moderator nie są dosłownie zmieszane, ale tworzą "przekładaniec", zajmując różne miejsca w objętości reaktora.

W typowym reaktorze paliwo ma postać pastylek wykonanych z tlenku uranu, umieszczonych jedna za drugą w długich, pustych w środku metalowych rurkach. Ciekły moderator otacza wiązki tych **prętów paliwowych**, tworząc wraz z nimi **rdzeń** reaktora. Taka geometria zwiększa prawdopodobieństwo, że neutrony prędkie wytwarzane w prętach paliwowych znajdą się w moderatorze w chwili, kiedy ich energia będzie mieć wartość z krytycznego przedziału. Gdy neutrony osiągną już energie termiczne, nadal mogą ulegać wychwytom, które nie prowadzą do rozszczepienia (*wychwyt neutronów termicznych*). Jednakże jest znacznie bardziej prawdopodobne, że neutrony takie powrócą do pręta paliwowego i spowodują rozszczepienie jądra.

Na rysunku 43.5 przedstawiono bilans neutronów dla typowego energetycznego reaktora jądrowego, pracującego ze stałą mocą. Prześledźmy losy 1000 neutronów termicznych w rdzeniu reaktora dla jednego pełnego cyklu, czyli *pokolenia*. Powodują one powstanie 1330 neutronów w wyniku rozszczepienia paliwa ²³⁵U oraz 40 neutronów na skutek prędkiego rozszczepienia uranu ²³⁸U. Mamy więc razem o 370 neutronów więcej niż na początku, przy czym wszystkie te neutrony są prędkie. Kiedy reaktor pracuje ze stałą mocą, dokładnie taka sama liczba neutronów (370) jest tracona w wyniku ucieczki z rdzenia lub wychwytów nieprowadzących do rozszczepienia, co daje nam 1000 neutronów termicznych na początku następnego pokolenia. W ciągu cyklu każdy z 370 neutronów powstałych w wyniku rozszczepienia pozostawia swą energię w rdzeniu reaktora, a więc powoduje jego ogrzanie.

Ważnym parametrem reaktora jest *współczynnik mnożenia k*, który wyraża stosunek liczby neutronów na końcu danego pokolenia do liczby neutronów na jego początku. W przypadku przedstawionym na rysunku 43.5 współczynnik mnożenia wynosi 1000/1000, czyli dokładnie 1. Jeżeli k = 1, to mówimy, że reaktor pracuje w stanie *krytycznym*, czyli takim, jaki jest wymagany, aby jego moc była stała. Zwykle jednak reaktory projektuje się



tak, aby mogły osiągnąć stan *nadkrytyczny* (k > 1). Współczynnik mnożenia reguluje się, aby reaktor stał się krytyczny, za pomocą **prętów sterujących** wsuwanych do rdzenia. Pręty te, wykonane z materiałów efektywnie pochłaniających neutrony, jak na przykład kadm, można wsuwać głębiej, aby zmniejszyć moc reaktora, albo wysuwać, zwiększając moc lub kompensując skłonność reaktora do przechodzenia w stan *podkrytyczny*, spowodowany gromadzeniem się w rdzeniu produktów rozszczepienia (absorbujących neutrony) podczas okresów pracy ciągłej.

Jak szybko wzrosłaby moc reaktora, gdyby nagle usunąć z rdzenia jeden z prętów sterujących? Okazuje się, że o wartości *czasu reakcji* decyduje niewielka część neutronów, które nie pojawiają się natychmiast po rozszczepieniu jąder, lecz nieco później, kiedy powstałe fragmenty ulegają rozpadowi β . Spośród 370 "nowych" neutronów uwzględnionych w bilansie na rysunku 43.5 około 16 to neutrony opóźnione emitowane w rozpadach β jąder, których czas połowicznego zaniku waha się od 0,2 do 55 s. Neutrony opóźnione są wprawdzie nieliczne, ale to one zwiększają czas reakcji reaktora na zmianę położenia prętów sterujących i pozwalają dopasować go do czasu działania elementów mechanicznych.

Na rysunku 43.6 przedstawiono schemat elektrowni wyposażonej w najczęściej stosowany *reaktor wodny ciśnieniowy*. W reaktorze tego typu woda jest jednocześnie moderatorem i chłodziwem. W *obiegu pierwotnym* gorąca woda pod wysokim ciśnieniem (około 600 K i 150 atm) przepływa przez reaktor i pośredniczy w wymianie ciepła pomiędzy rdzeniem a wytwornicą pary, która jest częścią *obiegu wtórnego*. Para pod wysokim ciśnieniem pochodząca z wytwornicy napędza turbiny, a te z kolei generatory prądu. Po przejściu przez turbiny rozprężona para o niskim ciśnieniu jest chłodzona i po skropleniu pompowana z powrotem do wytwornicy pary. Pewne wyobrażenie o wielkości układu zyskamy, poznając kilka charakterystycznych liczb: typowy reaktor o mocy 1000 MW używany w elek-

Rys. 43.5. Bilans neutronów w reaktorze. Pokolenie liczące 1000 neutronów termicznych oddziałuje z paliwem, czyli ²³⁵U, matrycą ²³⁸U oraz z moderatorem. W wyniku reakcji rozszczepienia powstaje 1370 neutronów; 370 z nich jest traconych w rezultacie ucieczki z rdzenia lub wychwytów, które nie prowadzą do rozszczepienia. Oznacza to, że pozostaje 1000 neutronów termicznych, które tworzą kolejne pokolenie. Rysunek wykonano dla reaktora pracującego ze stałą mocą





trowni jądrowej ma wysokość 12 m i ciężar 4 MN, a szybkość przepływu wody w obiegu pierwotnym wynosi około 1 Ml/min.

Nieuniknionym skutkiem pracy reaktora jądrowego są odpady promieniotwórcze, zawierające produkty rozszczepienia oraz cieżkie jądra transuranowców, takich jak pluton i ameryk. Miara ich radioaktywności jest szybkość wydzielania energii termicznej. Na rysunku 43.7 przedstawiono wykres mocy wyzwalanej w postaci ciepła przez odpady wytworzone w ciągu roku przez elektrownie jadrowa średniej wielkości. Wiekszość zużytych prętów paliwowych z reaktorów energetycznych przechowuje się na miejscu, zanurzone w wodzie. Bezpieczne, stałe składowiska odpadów trzeba dopiero wybudować. Znaczną cześć odpadów promieniotwórczych powstałych przy produkcji broni atomowej podczas II wojny światowej i w latach następnych składuje się także w miejscu ich powstania.



Rys. 43.7. Moc cieplna wyzwalana w czasie rozpadu odpadów promieniotwórczych nagromadzonych w czasie rocznej pracy typowej elektrowni jądrowej. Przebieg krzywej jest wynikiem nałożenia efektów związanych z rozpadem wielu nuklidów o różnych czasach połowicznego zaniku. Zwróćcie uwagę, że obydwie osie wykresu maja skale logarytmiczną

Przykład 43.02. Reaktor jądrowy: wydajność, szybkość rozszczepiania, szybkość zużycia paliwa

W dużej elektrowni jądrowej pracuje reaktor wodny ciśnieniowy. Moc cieplna rdzenia reaktora wynosi 3400 MW, a wytwarzana moc elektryczna 1100 MW. 57 000 prętów paliwowych zawiera $8,60 \cdot 10^4$ kg uranu w postaci tlenku uranu. Uran jest wzbogacony tak, aby zawierał 3,0% izotopu ²³⁵U.

a) Ile wynosi sprawność elektrowni?

PODSTAWOWE FAKTY

Przypomnijmy sobie definicję sprawności elektrowni lub jakiegokolwiek innego układu przetwarzającego energie: sprawność to stosunek mocy wyjściowej (szybkości, z jaką układ dostarcza użyteczną energie) do mocy wejściowej (szybkości, z którą energia musi być dostarczana do układu).

Obliczenia: Definicję sprawności oznaczanej symbolem η zapisujemy w postaci

$$\eta = \frac{\text{energia użyteczna}}{\text{energia dostarczana}}$$
$$= \frac{1100 \text{ MW}(\text{energia elektryczna})}{3400 \text{ MW}(\text{ciepło})}$$
$$= 0.32, \quad \text{czyli } 32\% \quad (\text{odpowiedź}).$$

O sprawności — jak w przypadku wszystkich elektrowni — decyduje druga zasada termodynamiki. Podczas pracy opisanej elektrowni moc równą 3400 MW – 1100 MW = 2300 MW trzeba odprowadzić w postaci ciepła do otoczenia.

b) Jaka jest szybkość reakcji *R* rozszczepienia w rdzeniu reaktora?

PODSTAWOWE FAKTY

1) Wszystkie zachodzące rozszczepienia dają razem moc *P* równą 3400 MW (= $3,4 \cdot 10^9$ J/s).

2) Zgodnie z równaniem (43.6) energia Q wydzielana w pojedynczym akcie rozszczepienia wynosi około 200 MeV.

Obliczenia: Dla elektrowni pracującej ze stałą mocą (*P* jest wartością stałą) otrzymamy

$$R = \frac{P}{Q} = \left(\frac{3.4 \cdot 10^9 \text{ J/s}}{200 \text{ MeV/proces}}\right) \left(\frac{1 \text{ MeV}}{1.60 \cdot 10^{-13} \text{ J}}\right)$$
$$= 1.06 \cdot 10^{20} \text{ procesy rozszczepienia/s}$$

 $\approx 1.1 \cdot 10^{20}$ procesy rozszczepienia/s (odpowiedź).

c) Jak szybko (w kilogramach na dobę) zużywany jest uran ²³⁵U w paliwie? Obliczenia wykonaj dla chwili początkowej.

PODSTAWOWE FAKTY

Uran ²³⁵U zużywa się w dwóch procesach: 1) rozszczepienia, którego szybkość obliczyliśmy w punkcie (b) oraz 2) wychwytu neutronu nieprowadzącego do rozszczepienia i zachodzącego około cztery razy wolniej.

Obliczenia: Łączna szybkość, z jaką zmniejsza się liczba atomów uranu ²³⁵U, jest równa

 $(1+0,25)(1,06 \cdot 10^{20} \text{ atomów/s}) = 1,33 \cdot 10^{20} \text{ atomów/s}.$ Jaki spadek masy paliwa ²³⁵U temu odpowiada? Zacznijmy od masy pojedynczego atomu uranu ²³⁵U. Nie możemy skorzystać z masy molowej uranu podanej w dodatku F, ponieważ odpowiada ona najbardziej rozpowszechnionemu izotopowi uranu o liczbie masowej 238. Zamiast tego przyjmiemy, że masa każdego atomu ²³⁵U wyrażona w atomowych jednostkach masy jest równa jego liczbie masowej *A*. Masa atomu izotopu ²³⁵U jest zatem równa 235 u (= $3,90 \cdot 10^{-25}$ kg). Uranu ²³⁵U ubywa więc z szybkością

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = (1,33 \cdot 10^{20} \text{ atomów/s})(3,90 \cdot 10^{-25} \text{ kg})$$

 $= 5,19 \cdot 10^{-5}$ kg/s $\approx 4,5$ kg/d (odpowiedź). d) Na jak długo wystarczy zapas uranu ²³⁵U, jeżeli będzie on zużywany z obliczoną szybkością?

Obliczenia: Wiemy, że w chwili początkowej masa izotopu 235 U wynosi 3,0% z 8,6 \cdot 10⁴ kg uranu zawartego w tlenku uranu. Zatem czas *T* potrzebny do zużycia całej masy uranu 235 U ze stałą szybkością równą 4,5 kg/d wynosi:

$$T = \frac{(0,030)(8,60 \cdot 10^4 \text{ kg})}{4.5 \text{ kg/d}} \approx 570 \text{ d} \quad (\text{odpowied} \acute{z}).$$

W rzeczywistości pręty paliwowe trzeba wymieniać całymi partiami, zanim jeszcze wyczerpie się zawarty w nich zapas uranu ²³⁵U.

e) Ile wynosi szybkość przemiany masy na inne formy energii w reakcji rozszczepienia uranu ²³⁵U w rdzeniu reaktora?

PODSTAWOWE FAKTY

Zamiana masy na inne formy energii zachodzi tylko w wyniku rozszczepienia, które daje moc 3400 MW, a nie w wyniku wychwytu neutronów (chociaż proces ten powoduje zużycie paliwa).

Obliczenia: Korzystając ze wzoru Einsteina $E = mc^2$, możemy napisać

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}E/\mathrm{d}t}{c^2} = \frac{3.4 \cdot 10^9 \,\mathrm{W}}{(3.00 \cdot 10^8 \,\mathrm{m/s})^2}$$

 $= 3.8 \cdot 10^{-8} \text{ kg/s} = 3.3 \text{ g/d}$ (odpowiedź).

Widzimy, że przemiana masy na inne formy energii odbywa się z szybkością odpowiadającą z grubsza "znikaniu" jednej monety dziennie, czyli znacznie (o około trzy rzędy wielkości) wolniej niż wynosi zużycie paliwa obliczone w punkcie (c).

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

43.3. NATURALNY REAKTOR JĄDROWY

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 43.16 przedstawić dowody wskazujące na to, że około 2 miliardy lat temu w Gabonie (w Afryce Zachodniej) działał naturalny reaktor jądrowy;
- **43.17** wyjaśnić, dlaczego złoża rudy uranu mogły w przeszłości osiągnąć stan krytyczny, ale dziś nie byłoby to możliwe.

Podstawowe fakty

• Około dwa miliardy lat temu działał w Zachodniej Afryce naturalny reaktor jądrowy.

Naturalny reaktor jądrowy

Kiedy 2 grudnia 1942 roku Enrico Fermi i jego współpracownicy uruchamiali swój reaktor jądrowy (rys. 43.8), mieli prawo sądzić, że to pierwszy taki reaktor w dziejach Ziemi. Mniej więcej 30 lat później okazało się, że było inaczej.



Rys. 43.8. Obraz przedstawiający pierwszy reaktor jądrowy zbudowany w latach II wojny światowej przez zespół pod kierownictwem Enrica Fermiego w hali sportowej uniwersytetu w Chicago. Reaktor ten zbudowano z kostek uranu poprzekładanych blokami grafitu (Gary Sheehan (Atomic Energy Commission)/Wikimedia Commons)

Około dwa miliardy lat temu w złożach uranu, eksploatowanych obecnie na terytorium Gabonu w Afryce Zachodniej, zaczął działać reaktor, w którym samoistnie rozwinęła się łańcuchowa reakcja rozszczepienia. Pracował on kilkaset tysięcy lat. Przekonamy się, jak było to możliwe, rozważając odpowiedzi na dwa pytania:

1. Czy ilość paliwa była dostatecznie duża? W reaktorze wykorzystującym reakcję rozszczepienia uranu paliwem jest izotop ²³⁵U, którego częstość występowania w warunkach naturalnych wynosi, jak pisaliśmy wcześniej, 0,72%. Taki wynik dają pomiary wykonywane dla skał pochodzących ze skorupy ziemskiej, powierzchni Księżyca i meteorytów. Do odkrycia w Afryce Zachodniej doprowadziło spostrzeżenie, że tamtejsze złoża wykazują niedobór izotopu ²³⁵U — w niektórych próbkach jego zawartość wynosi zaledwie 0,44%. W wyniku badań wysunięto hipotezę, że niską zawartość uranu ²³⁵U można wytłumaczyć, jeżeli się przyjmie, że w pewnym okresie izotop ²³⁵U został zużyty w wyniku reakcji rozszczepienia zachodzącej w samoistnym reaktorze.

Problem polega na tym, że naturalna zawartość izotopu 235 U (0,72%) wystarcza, aby uruchomić reaktor — przekonał się o tym

Fermi i jego współpracownicy — tylko pod warunkiem jego przemyślanej i dopracowanej w szczegółach konstrukcji. Wydaje się nieprawdopodobne, aby reaktor jądrowy bez wzbogaconego paliwa mógł samoistnie osiągnąć stan krytyczny.

Pamiętajmy jednak, że w odległej przeszłości sytuacja wyglądała inaczej niż dziś. Obydwa izotopy ²³⁵U oraz ²³⁸U są promieniotwórcze, a ich czasy połowicznego zaniku wynoszą odpowiednio 7,04 \cdot 10⁸ lat oraz 44,7 \cdot 10⁸ lat. Jak widać, czas połowiczego zaniku łatwo rozszczepialnego izotopu ²³⁵U jest około 6,4 razy krótszy niż izotopu ²³⁸U. Ponieważ izotop ²³⁵U rozpada się szybciej niż ²³⁸U, w przeszłości jego względna zawartość w rudzie uranu była większa. W rzeczywistości przed dwoma miliardami lat zawartość ²³⁵U wynosiła nie 0,72%, lecz 3,8%. Jest to wartość bliska tej, do której dziś wzbogaca się uran dla potrzeb współczesnych reaktorów energetycznych. Jeżeli odpowiednie paliwo rozszczepialne było dostępne, powstanie naturalnego reaktora (przy spełnieniu pewnych innych warunków) nie jest tak zaskakujące.

Jak widać, paliwo było dostępne. Tak się składa, że przed dwoma miliardami lat najwyższą formą życia na Ziemi były niebieskozielone algi.

 Czy są inne dowody? Zubożenie złóż uranu w izotop ²³⁵U nie jest jeszcze ostatecznym dowodem istnienia naturalnego reaktora, w którym zachodziła reakcja rozszczepienia. Trzeba poszukać dalszych argumentów.

Jeżeli pracował reaktor, to musiały także powstać produkty rozszczepienia. Spośród mniej więcej 30 pierwiastków, których trwałe izotopy są wytwarzane w reaktorze, przynajmniej część nadal musi pozostawać na miejscu. Potrzebnego dowodu może dostarczyć nam analiza częstości występowania izotopów.

Szczególnie przekonujące są wyniki uzyskane dla neodymu. Na rysunku 43.9a przedstawiono naturalne częstości występowania siedmiu trwałych izotopów neodymu, a na rysunku 43.9b — względne zawar-



Rys. 43.9. Częstości występowania izotopów neodymu o różnych liczbach masowych a) w naturalnych złożach rud tego pierwiastka i b) w zużytym paliwie z elektrowni jądrowej. Wykres c) przedstawia częstość występowania izotopów neodymu (po wprowadzeniu kilku poprawek) w rudach uranu wydobywanych z kopalni w Gabonie (Afryka Zachodnia). Zwróć uwagę, że wykresy (b) i (c) są podobne do siebie, ale różnią się wyraźnie od wykresu (a)

tości tych samych izotopów wśród trwałych produktów rozszczepienia uranu ²³⁵U. Wyraźne różnice nie zaskakują, zważywszy na całkowicie różne pochodzenie obydwu zestawów izotopów. Szczególnie rzuca się w oczy całkowity brak wśród produktów rozszczepienia izotopu ¹⁴²Nd, którego zawartość w warunkach naturalnych jest największa.

Zapytajmy więc: jakie są częstości występowania izotopów neodymu w próbkach rudy uranu z Afryki Zachodniej? Jeżeli funkcjonował tam naturalny reaktor jądrowy, to powinniśmy się spodziewać, że znajdziemy w nich izotopy z *obydwu* źródeł (czyli "naturalne" oraz powstałe w wyniku rozszczepienia uranu). Na rysunku 43.9c przedstawiono uzyskane wyniki po wprowadzeniu do nich odpowiednich poprawek. Porównanie rysunków 43.9b i c mówi nam, że w miejscu tym rzeczywiście działał naturalny reaktor jądrowy.

43.4. SYNTEZA TERMOJĄDROWA: PODSTAWY PROCESU

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 43.18 zdefiniować syntezę termojądrową i wyjaśnić, dlaczego

 aby doszło do takiej syntezy jądra atomowe muszą być
 w wysokiej temperaturze;
- 43.19 zastosować związek pomiędzy energią kinetyczną jąder a ich temperaturą;

Podstawowe fakty

 Wydzielanie się energii poprzez syntezę dwóch lekkich jąder jest wzbronione z powodu istnienia bariery kulombowskiej między nimi (istniejącej z powodu odpychania elektrycznego pomiędzy dwoma zbiorami protonów).

Synteza termojadrowa: podstawy procesu

Wykres energii wiązania z rysunku 42.7 mówi nam, że w wyniku połączenia dwóch lekkich jąder w jedno większe zostanie wyzwolona energia. Taki proces nazywamy **syntezą** jądrową. Przeciwdziała mu odpychanie kulombowskie, które powstrzymuje dwie naładowane dodatnio cząstki przed zbliżeniem się do siebie na dostatecznie małą odległość, aby znalazły się w zasięgu przyciągających sił jądrowych i mogły się ze sobą połączyć. Zasięg sił jądrowych jest krótki i ledwo przekracza "powierzchnię" jądra. Jednak zasięg odpychających sił kulombowskich jest znaczny i to ta siła tworzy barierę energetyczną. Wysokość tej *bariery kulombowskiej* zależy od ładunków i promieni oddziałujących jąder. W przykładzie 43.4 wykażemy, że w przypadku dwóch protonów (Z = 1) bariera ma wysokość 400 keV. Dla cząstek o wiekszym ładunku jest ona odpowiednio wyższa.

Aby energia była wydzielana w użytecznych ilościach, synteza jądrowa musi zachodzić dla makroskopowej porcji materii. Sprzyjające temu warunki można stworzyć, ogrzewając próbkę do temperatury, w której cząstki mają energię umożliwiającą im — tylko dzięki ruchom termicznym — pokonanie bariery kulombowskiej. Jest to **synteza termojądrowa**.

może dojść nawet wtedy, gdy energia kinetyczna odpowiadająca ich najbardziej prawdopodobnej prędkości jest zbyt mała, by pokonać barierę energii między tymi jądrami.

43.20 podać dwa powody, dlaczego do syntezy dwóch jąder

 W makroskopowej porcji materii do syntezy może dojść tylko wtedy, gdy temperatura jest na tyle wysoka (czyli, gdy energia cząstki jest na tyle duża), by w wyraźnym stopniu doszło do tunelowania przez barierę potencjału. Przyjęło się, że w publikacjach poświęconych syntezie termojądrowej temperaturę wyraża się za pomocą energii kinetycznej oddziałujących cząstek, korzystając z zależności

Ì

$$E_{\mathbf{k}} = kT, \tag{43.9}$$

gdzie E_k oznacza energię kinetyczną odpowiadającą *najbardziej prawdo*podobnej prędkości oddziałujących cząstek, *k* jest stałą Boltzmanna, a *T* temperaturą wyrażoną w kelwinach. Tak więc zamiast mówić: "temperatura we wnętrzu Słońca wynosi 1,5 · 10⁷ K", powiemy raczej: "temperatura we wnętrzu Słońca wynosi 1,3 keV".

Temperatura pokojowa odpowiada energii $E_k \approx 0.03$ eV; cząstka o takiej energii nie ma szans na pokonanie bariery o wysokości bliskiej 400 keV. Nawet we wnętrzu Słońca, gdzie kT = 1.3 keV, prawdopodobieństwo zajścia syntezy termojądrowej — jak się na pierwszy rzut oka wydaje — nie jest zbyt duże. Wiemy, że mimo to synteza termojądrowa nie tylko zachodzi w jądrze Słońca, ale decyduje o właściwościach tej i innych gwiazd.

Łatwiej rozwiążemy tę zagadkę, jeżeli uświadomimy sobie dwa fakty: 1) Energia wyrażona za pomocą równania (43.9) odpowiada cząstkom o prędkości *najbardziej prawdopodobnej*, którą zdefiniowaliśmy w podrozdziale 19.6. W rzeczywistym rozkładzie mamy też cząstki poruszające się ze znacznie większymi prędkościami, a więc o odpowiednio wyższych energiach. 2) Obliczona wysokość bariery jest jej *maksymalną* wysokością. Cząstka o energii mniejszej niż wysokość bariery może się przez nią przedostać dzięki tunelowaniu, o czym przekonaliśmy się już, rozważając rozpad α (podrozdział 42.4).

Podane fakty podsumowano na rysunku 43.10. Krzywa oznaczona jako $n(E_k)$ przedstawia rozkład Maxwella dla protonów w temperaturze panującej w jądrze Słońca. Krzywa ta różni się od rozkładu Maxwella z rysunku 19.8 tym, że wykreślono ją w zależności od energii, a nie prędkości. Dla dowolnej energii kinetycznej E_k iloczyn $n(E_k)dE_k$ wyraża prawdopodobieństwo, że proton ma energię kinetyczną z przedziału wartości od E_k do $E_k + dE_k$. Wartość kT w jądrze Słońca zaznaczono na rysunku za pomocą pionowej linii. Zwróćcie uwagę, jak dużo protonów w jądrze Słońca ma energię większą od wskazanej wartości.

Na rysunku 43.10 krzywa oznaczona $p(E_k)$ opisuje prawdopodobieństwo pokonania bariery przez dwa zderzające się ze sobą protony. Z przebiegu tych dwóch krzywych wynika, że dla pewnej energii kinetycznej protonów ich synteza zachodzi najczęściej. Dla energii znacznie wyższych bariera staje się przezroczysta, ale liczba protonów o takiej energii jest bardzo mała. Dla energii dużo niższych mamy wprawdzie wiele protonów, ale bariera kulombowska jest dla nich zbyt trudna do pokonania.

Sprawdzian 2

Które z zaproponowanych reakcji syntezy *nie* powodują wyzwolenia energii: a) ${}^{6}\text{Li} + {}^{6}\text{Li}$, b) ${}^{4}\text{He} + {}^{4}\text{He}$, c) ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$, d) ${}^{20}\text{Ne} + {}^{20}\text{Ne}$, e) ${}^{35}\text{Cl} + {}^{35}\text{Cl}$ i f) ${}^{14}\text{N} + {}^{35}\text{Cl}$? (*Wskazówka*: Skorzystaj z krzywej z rysunku 42.7).



Rys. 43.10. Krzywa $n(E_k)$ opisuje rozkład energetyczny liczby protonów w jądrze Słońca. Krzywa $p(E_k)$ przedstawia prawdopodobieństwo pokonania bariery (a więc reakcji syntezy) w wyniku zderzenia dwóch protonów. Linia pionowa oznacza wartość kT odpowiadającą temperaturze w jądrze Słońca. Zwróć uwagę, że skale pionowe dla obydwu krzywych są różne

Przykład 43.03. Synteza w gazie protonowym i wymagana temperatura

Załóżmy, że proton jest kulą o promieniu $R \approx 1$ fm. Dwa protony zbliżają się do siebie, każdy z energią kinetyczną równą E_k .

a) Ile musi wynosić wartość energii E_k , aby odpychanie kulombowskie zatrzymało obydwie cząstki dokładnie wtedy, kiedy "zetkną" się ze sobą? Wyznaczoną w ten sposób energię E_k możemy uznać za miarę wysokości bariery kulombowskiej.

PODSTAWOWE FAKTY

Energia mechaniczna *E* układu dwóch protonów jest zachowana w trakcie ich zbliżania się do siebie. W szczególności energia początkowa E_{pocz} jest równa energii końcowej $E_{\text{końc}}$ w chwili, kiedy protony się zatrzymują. Energia początkowa E_{pocz} jest sumą energii kinetycznych obydwu protonów i wynosi $2E_k$. Gdy protony zatrzymują się, cała energia układu $E_{\text{końc}}$ jest elektryczną energią potencjalną E_p daną wzorem (24.46) ($E_p = q_1q_2/4\pi\varepsilon_0r$).

Obliczenia: W naszym przypadku r jest odległością między środkami protonów, która w chwili ich zatrzymania jest równa 2R, a obydwa ładunki q_1 i q_2 mają wartość e. Korzystając z zasady zachowania energii $E_{\text{pocz}} = E_{\text{końc}}$, możemy więc napisać

$$2E_{\rm k} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{2R}.$$

Po podstawieniu znanych wartości uzyskamy wynik

$$E_{\rm k} = \frac{e^2}{16\pi\varepsilon_0 R}$$

= $\frac{(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{(16\pi)(8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m})(1 \cdot 10^{-15} \text{ m})}$
= 5,75 \cdot 10^{-14} J = 360 keV
 $\approx 400 \text{ keV}$ (odpowiedź).

b) W jakiej temperaturze średnia energia kinetyczna protonów tworzących gaz będzie mieć wartość obliczoną w punkcie (a), a więc energię równą wysokości bariery kulombowskiej?

PODSTAWOWE FAKTY

Jeśli potraktujemy gaz protonowy jako gaz doskonały, wówczas średnia energia protonów jest określona równaniem (19.24) $E_{k\text{sr}} = \frac{3}{2}kT$, gdzie *k* oznacza stałą Boltzmanna.

Obliczenia: Rozwiązując równanie względem T i podstawiając wynik uzyskany w punkcie (a), otrzymamy

$$T = \frac{2E_{\rm ksr}}{3k} = \frac{(2)(5,75 \cdot 10^{-14} \text{ J})}{(3)(1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K})}$$

\$\approx 3 \cdot 10⁹ K (odpowiedź).

Temperatura w jądrze Słońca wynosi zaledwie $1,5 \cdot 10^7$ K, a więc w zachodzącej tam reakcji syntezy uczestniczą tylko protony o energiach *znacznie* przekraczających średnią energię.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

43.5. synteza termojądrowa we wnętrzu słońca i innych gwiazd

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

43.21 objaśnić cykl protonowo-protonowy zachodzący we wnętrzu Słońca;

Podstawowe fakty _

- Źródłem energii Słońca jest "spalanie" termojądrowe wodoru, w wyniku którego w cyklu protonowo-protonowym powstaje hel.
- Gdy paliwo wodorowe gwiazdy zostanie wyczerpane, w in-
- 43.22 objaśnić etapy ewolucji Słońca po zużyciu się w nim wodoru;
- **43.23** wskazać prawdopodobne źródło pierwiastków cięższych od wodoru i helu.

nych procesach syntezy mogą powstawać pierwiastki o masach atomowych *A* mniejszych niż około 56 (maksimum krzywej energii wiązania).

Synteza termojądrowa we wnętrzu Słońca i innych gwiazd

Słońce już od paru miliardów lat wypromieniowuje energię z mocą $3,9 \cdot 10^{26}$ W. Skąd bierze się ta energia? Nie pochodzi one ze spalania chemicznego (nawet gdyby Słońce składało się z węgla i zawierało własny tlen, spalenie węgla zajęłoby zaledwie 1000 lat). Nie pochodzi ona też z kurczenia się Słońca, które mogłoby przekształcać energię potencjalną pola grawitacyjnego w energię termiczną (wówczas czas życia Słońca byłby przynajmniej 500 razy za krótki). Pozostaje więc jedynie synteza termojądrowa. Przekonamy się, że Słońce spala nie węgiel, lecz wodór, w palenisku jądrowym, a nie atomowym lub chemicznym.

Reakcja syntezy we wnętrzu Słońca jest procesem wielostopniowym, w którym wodór jest "spalany" do postaci helu. "Paliwem" jest wodór, a "popiołem" — hel. Na rysunku 43.11 przedstawiono odpowiedzialny za ten proces **cykl protonowo-protonowy** (p-p).

Cykl p-p rozpoczyna się od zderzenia dwóch protonów (¹H + ¹H), które tworzą deuteron (jądro ²H) z jednoczesną kreacją pozytonu (e⁺) i neutrina (ν). Pozyton, poruszając się we wnętrzu Słońca, natychmiast napotyka swobodny elektron (e⁻) i obydwie cząstki anihilują (patrz podrozdział 21.3), a ich energia spoczynkowa jest uwalniana w postaci dwóch fotonów γ .

W górnej części rysunku 43.11 umieszczono parę równań opisujących powyższe zdarzenia. W rzeczywistości zachodzą one niezwykle rzadko. Tylko jedno na 10²⁶ zderzeń proton–proton prowadzi do powstaniu deuteronu. W znakomitej większości przypadków dwa protony odbijają się od siebie sprężyście. Właśnie ten etap jest wąskim gardłem, które ogranicza szybkość wydzielania się energii i sprawia, że Słońce nie eksploduje. Pomimo powolności procesu wielkie i gęste jądro Słońca zawiera tak olbrzymią liczbę protonów, że deuter jest wytwarzany z szybkością 10¹² kg/s.

Powstały deuteron szybko zderza się z innym protonem i, zgodnie z równaniem w środkowym rzędzie rysunku 43.11, łączy się z nim, tworząc jądro ³He. Dwa jądra ³He mogą wreszcie (w dość długim czasie 10⁵ lat) spotkać się ze sobą, tworząc ostatecznie cząstkę α (⁴He) i dwa protony (dolny rząd na rysunku 43.11).

Podsumowując, schemat z rysunku 43.11 mówi, że cykl p-p sprowadza się do połączenia się czterech protonów i dwóch elektronów, czego rezultatem jest powstanie cząstki α , dwóch neutrin i sześciu fotonów γ . Mamy więc

$$4^{1}\text{H} + 2e^{-} \rightarrow {}^{4}\text{He} + 2\nu + 6\gamma.$$
 (43.10)



Rys. 43.11. Schemat cyklu

protonowo-protonowego odpowiedzialnego za wytwarzanie energii we wnętrzu Słońca. Proces polega na połączeniu się protonów w cząstkę α (⁴He), któremu towarzyszy wyzwolenie energii 26,7 MeV

Dodajmy teraz do każdej strony równania (43.10) po dwa elektrony:

$$(4^{1}\text{H} + 4e^{-}) \rightarrow (^{4}\text{He} + 2e^{-}) + 2\nu + 6\gamma.$$
 (43.11)

Cząstki, które umieszczono w nawiasach, to *atomy* (nie tylko "gołe", pozbawione elektronów jądra) wodoru i helu. Dzięki temu możemy obliczyć energię wyzwalaną w reakcji (43.10) (i (43.11)), która wynosi

$$Q = -\Delta mc^{2}$$

= -[4,002 603 u - (4)(1,007 825 u)][931,5 MeV/u]
= 26,7 MeV,

gdzie 4,002 603 u jest masą atomu helu, a 1,007 825 u masą atomu wodoru. Masa neutrin jest tak mała, że można ją pominąć, a fotony promieniowania γ w ogóle nie mają masy. Dlatego wielkości te nie występują w obliczeniach energii reakcji.

Taką samą wartość Q (co jest oczywiste) otrzymalibyśmy, dodając do siebie energie Q wydzielane w kolejnych etapach cyklu protonowo-protonowego przedstawionego na rys. 43.11. Mamy więc

$$Q = (2)(0,42 \text{ MeV}) + (2)(1,02 \text{ MeV}) + (2)(5,49 \text{ MeV}) + 12,86 \text{ MeV}$$

= 26,7 MeV.

Część tej energii — mniej więcej 0,5 MeV — unoszą ze Słońca dwa neutrina występujące w równaniach (43.10) i (43.11). Reszta energii pozostaje w jądrze Słońca w postaci energii termicznej. Energia ta jest stopniowo transportowana w kierunku powierzchni Słońca, skąd jest wypromieniowywana w postaci fal elektromagnetycznych, w tym także światła widzialnego.

Spalanie wodoru zachodzi we wnętrzu Słońca już od około $5 \cdot 10^9$ lat, a obliczenia mówią, że paliwa powinno wystarczyć na drugie tyle. Za 5 miliardów lat jądro Słońca, składające się wtedy w znacznej części z helu, zacznie stygnąć i zapadać się pod wpływem grawitacji. Spowoduje to ponowny wzrost temperatury i rozszerzanie się otoczki jądra, co zmieni Słońce w *czerwonego olbrzyma*.

Gdy temperatura jądra ponownie wzrośnie do około 10⁸ K, znowu będzie możliwa produkcja energii w procesie syntezy — tym razem w wyniku spalania helu, w procesie prowadzącym do powstania węgla. W trakcie dalszej ewolucji, kiedy gwiazda staje się coraz gorętsza, może również zachodzić synteza innych pierwiastków. Jednakże pierwiastki cięższe niż te, które znajdują się w okolicy maksimum krzywej energii wiązania z rysunku 42.7, nie mogą powstać na drodze syntezy.

Uważa się, że pierwiastki o większych liczbach masowych powstają w wyniku wychwytu neutronów podczas gwałtownego wybuchu gwiazdy, którą nazywamy *supernową* (rys. 43.12). W rezultacie takiego wybuchu zewnętrzna powłoka gwiazdy jest wyrzucana w przestrzeń kosmiczną i staje się częścią rozrzedzonego ośrodka, który wypełnia przestrzeń międzygwiazdową. To właśnie z tej materii, stale wzbogacanej o szczątki gwiezdnych wybuchów, tworzą się na drodze kondensacji wywołanej grawitacją nowe gwiazdy.

Obecność na Ziemi pierwiastków cięższych niż wodór i hel sugeruje, że Układ Słoneczny powstał z materii międzygwiazdowej zawierającej po-



Rys. 43.12. a) Obraz gwiazdy Sanduleak, jaki można było zaobserwować przed 1987 rokiem, b) kiedy zaczęto rejestrować światło z wybuchu supernowej, której nadano oznaczenie SN1987a. Jasność supernowej była 100 milionów razy większa niż jasność Słońca i można ją było obserwować gołym okiem, mimo że wybuch nastąpił poza naszą Galaktyką (dzięki uprzejmości Anglo Australian Telescope Board)

zostałości takich eksplozji. Widzimy więc, że wszystkie pierwiastki wokół nas — łącznie z tymi w naszych ciałach — powstały we wnętrzach gwiazd, które już nie istnieją. Jeden z uczonych ujął to w następujących słowach: "W rzeczy samej, jesteśmy dziećmi gwiazd".

Przykład 43.04. Szybkość zużywania się wodoru w Słońcu

Z jaką szybkością dm/dt jest zużywany wodór w jądrze Słońca, w zachodzącym tam cyklu p-p przedstawionym na schemacie z rys. 43.11?

PODSTAWOWE FAKTY

Szybkość produkcji energii dE/dt w procesie, w którym we wnętrzu Słońca jest zużywany wodór (protony), równa się mocy *P* wypromieniowywanej przez Słońce

$$P = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}.$$

Obliczenia: Aby wprowadzić do tego równania szybkość zużywania masy dm/dt, możemy je zapisać w postaci

$$P = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}m}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \approx \frac{\Delta E}{\Delta m}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t},\qquad(43.12)$$

gdzie ΔE jest energią wytworzoną w procesie, w którym zostały zużyte protony o masie Δm . Z wcześniejszych rozważań przedstawionych w tym podrozdziale wiemy, że zużywając cztery protony, otrzymujemy energię termiczną równą 26,2 MeV (= 4,20 · 10⁻¹² J). Oznacza to, że zmiana energii $\Delta E = 4,20 · 10^{-12}$ J odpowiada zmianie masy $\Delta m = 4(1,67 · 10^{-27} \text{ kg})$. Podstawiając te wielkości oraz moc Słońca *P*, podaną w dodatku C, do równania (43.12), stwierdzamy, że

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \frac{\Delta m}{\Delta E} P = \frac{4(1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg})}{4.20 \cdot 10^{-12} \text{ J}} (3.90 \cdot 10^{26} \text{ W})$$
$$= 6.2 \cdot 10^{11} \text{ kg/s} \qquad (\text{odpowied} \acute{z}).$$

Jak widać, w każdej sekundzie Słońce zużywa olbrzymie ilości wodoru. Nie musimy jednak zbytnio się przejmować, że go zabraknie, ponieważ masa Słońca $2 \cdot 10^{30}$ kg gwarantuje, że zapasy wystarczą na długi, długi czas.

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

43.6. KONTROLOWANA SYNTEZA TERMOJĄDROWA

Czego się nauczysz? ____

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał	
43.24 podać trzy warunki pracy reaktora termojądrowego;43.25 zdefiniować kryterium Lawsona;	43.26 podać ogólny opis idei utrzymywania magnetycznego oraz utrzymywania inercyjnego.
 Podstawowe fakty Nie osiągnięto jeszcze pozyskiwania energii na drodze kon- trolowanej syntezy termojądrowej. Najbardziej obiecującymi mechanizmami są reakcje d-d oraz d-t. Aby reaktor termojądrowy mógł działać, musi spełniać kryte- 	 i mieć stosownie wysoką temperaturę <i>T</i> plazmy. W tokamaku plazma jest utrzymywana przez pole magnetyczne. W mechanizmie fuzii laserowej wykorzystuje się utrzymywa-
rium Lawsona $n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3,$	nie inercyjne.

Kontrolowana synteza termojądrowa

Pierwsza synteza termojądrowa na Ziemi dokonała się na atolu Eniwetok 1 listopada 1952 roku, kiedy Stany Zjednoczone przeprowadziły eksplozję pierwszej bomby termojądrowej, której wynikiem było wyzwolenie energii równoważnej 10 milionom ton TNT. Wysoką temperaturę i gęstość niezbędną do zainicjowania syntezy uzyskano, używając jako zapalnika bomby rozszczepialnej.

O wiele trudniej zbudować stałe i kontrolowane źródło energii oparte na syntezie jądrowej, na przykład reaktor termojądrowy, który mógłby pracować w elektrowni. W wielu krajach podejmowane są w tym kierunku intensywne wysiłki, ponieważ powszechnie uważa się, że reaktor termojądrowy jest przyszłościowym źródłem energii, przynajmniej do produkcji elektryczności.

Ze względu na swą powolność, cykl p-p przedstawiony na rysunku 43.11 nie jest dobrym punktem wyjścia do budowy reaktora termojądrowego. W jądrze Słońca wspomniana reakcja zachodzi tylko dzięki olbrzymiej koncentracji znajdujących się tam protonów. W warunkach ziemskich najbardziej atrakcyjne wydają się reakcje dwóch jąder deuteru — deuteronów (reakcja d-d):

$${}^{2}\text{H} + {}^{2}\text{H} \rightarrow {}^{3}\text{He} + n \qquad (Q = +3,27 \text{ MeV}), \qquad (43.13)$$

$${}^{2}\text{H} + {}^{2}\text{H} \rightarrow {}^{3}\text{H} + {}^{1}\text{H}$$
 (Q = +4,03 MeV), (43.14)

a także reakcja deuteronu z trytonem (reakcja d-t)

$${}^{2}\text{H} + {}^{3}\text{H} \rightarrow {}^{4}\text{He} + n \qquad (Q = 17,59 \text{ MeV}).$$
(43.15)

Jądro izotopu wodoru ³H (trytu) jest nazywane *trytonem*. Jest to nuklid promieniotwórczy o czasie połowicznego zaniku 12,3 lat.

Częstość występowania deuteru — źródła deuteronów na potrzeby tych reakcji — wynosi zaledwie 1: 6700, ale jego zasoby są ogromne dzięki rozmiarom mórz. Zwolennicy energetyki jądrowej tak komentują wybór źródeł energii: kiedy wyczerpią się wszystkie paliwa kopalne, będziemy mieć do wyboru "spalanie skał" (rozszczepienie uranu wydobywanego z rudy) albo "spalanie wody" (syntezę termojądrową wykorzystującą deuter pochodzący z wody).

Budowa reaktora termojądrowego wymaga spełnienia trzech warunków:

- Duża koncentracja cząstek n. Koncentracja oddziałujących cząstek (niech będzie to liczba deuteronów w jednostce objętości) musi być wystarczająco duża, aby zderzenia d-d zachodziły odpowiednio często. W wysokiej temperaturze, która jest niezbędna w tym procesie, wszystkie atomy deuteru będą całkowicie zjonizowane i utworzą obojętną elektrycznie **plazmę** (zjonizowany gaz) składającą się z deuteronów i elektronów.
- Wysoka temperatura plazmy T. Plazma musi być gorąca. W przeciwnym razie zderzające się deuterony nie będą miały dostatecznie dużej energii, aby pokonać rozdzielającą je barierę kulombowską. W warunkach laboratoryjnych udało się uzyskać plazmę o temperaturze 35 keV, czyli 4 · 10⁸ K. Jest to wartość 30 razy większa niż temperatura we wnętrzu Słońca.
- 3. Długi czas utrzymania τ. Zasadniczym problemem jest utrzymanie plazmy o odpowiednio wysokiej gęstości i temperaturze przez czas na tyle długi, żeby w reakcji syntezy mogła wziąć udział znaczna część paliwa. Ponieważ oczywiste jest, że nie można do tego celu użyć zbiornika o ściankach z jakiegokolwiek ciała stałego (gdyż nie wytrzymałby on wymaganej wysokiej temperatury), trzeba skorzystać z bardziej wymyślnych metod uwięzienia plazmy w pewnej objętości. Dwie z nich pokrótce omówimy.

Można wykazać, że warunkiem działania reaktora termojądrowego, w którym zachodzi reakcja d-t, jest spełnienie warunku

$$n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3.$$
 (43.16)

Warunek ten, znany jako **kryterium Lawsona**, informuje o możliwości dokonania wyboru pomiędzy utrzymywaniem większej liczby cząstek przez krótki czas lub mniejszej ich liczby przez czas dłuższy. Nadal również trzeba zapewnić odpowiednio wysoką temperaturę plazmy.

Obecnie bada się dwie metody wytwarzania energii na drodze kontrolowanej reakcji termojądrowej. Chociaż żadna z nich nie przyniosła jeszcze spodziewanego sukcesu, prace są kontynuowane ze względu na obiecujące wyniki i potencjalne korzyści z kontrolowanej syntezy jądrowej dla rozwiązania problemów energetycznych świata.

Utrzymywanie magnetyczne

Jedną z dróg wiodących do kontrolowanej syntezy jest pułapkowanie materiału, w który ma dokonywać się synteza, w bardzo silnym polu magnetycznym — jest to technika **utrzymywania magnetycznego**. W jednej z odmian tej metody gorąca plazma jest uwięziona w toroidalnej, odpompowanej komorze, zwanej **tokamakiem** (z ros. Toroidalnaja Kamiera z Magnitnymi Katuszkami, toroidalna komora z cewką magnetyczną), za pomocą odpowiednio ukształtowanego pola magnetycznego. Pole magnetyczne, działając na cząstki naładowane tworzące gorącą plazmę, uniemożliwia im kontakt ze ściankami komory. Plazmę można ogrzewać, indukując w niej prąd lub bombardując ją z zewnątrz wiązką wysokoenergetycznych cząstek. Pierwszym celem jest **utrzymanie** plazmy, co następuje po spełnieniu kryterium Lawsona. Celem głównym jest **zapłon**, czyli zainicjowanie samopodtrzymującej się reakcji termojądrowej, której w ostatecznym rachunku towarzyszy wyzwalanie energii.

Utrzymywanie inercyjne

Drugie podejście, zwane "utrzymywaniem inercyjnym", polega na "ostrzeliwaniu" ze wszystkich stron stałej kapsułki z paliwem za pomocą wiązek światła laserowego o dużym natężeniu. W rezultacie następuje częściowe odparowanie materii z powierzchni kapsułki. Dzięki temu powstaje skierowana do wnętrza fala uderzeniowa, która ściska paliwo w środku kapsułki. Proces nazywamy *utrzymywaniem inercyjnym*, ponieważ a) paliwo jest *utrzymywane* we wnętrzu kapsułki i b) cząstki dzięki swej *inercji* (bezwładności związanej z masą) nie uciekają z ogrzewanej kapsułki przez krótki czas jej oświetlania.

Synteza laserowa wykorzystująca utrzymywanie inercyjne jest badana w wielu laboratoriach. Na przykład w Lawrence Livermore Laboratory w Stanach Zjednoczonych używa się mniejszych niż ziarenka piasku kapsułek z paliwem deuterowo-trytowym (rys. 43.13). Kapsułki oświetla się za pomocą dziesięciu rozmieszczonych symetrycznie wiązek laserowych. Impulsy laserów dobrano tak, aby każda kapsułka otrzymywała 200 kJ energii w czasie krótszym niż nanosekunda. Odpowiada to mocy w impulsie równej $2 \cdot 10^{14}$ W, czyli z grubsza 100 razy większej niż stała moc wszystkich elektrowni na kuli ziemskiej!



Rys. 43.13. Malutkie kuleczki na tle monety ćwierćdolarowej to kapsułki z paliwem deuterowo-trytowym przeznaczone do doświadczeń nad syntezą laserową (dzięki uprzejmości Los Alamos National Laboratory, Nowy Meksyk)

Przykład 43.05. Synteza laserowa: krotność cząstek i kryterium Lawsona

Załóżmy, że kapsułka z paliwem do syntezy laserowej zawiera jednakowe liczby atomów deuteru oraz trytu (i żadnych innych substancji). Pod wpływem oświetlenia impulsami promieniowania laserowego początkowa gęstość kapsułki $d = 200 \text{ kg/m}^3 \text{ wzrasta } 10^3 \text{ razy.}$

a) Ile cząstek na jednostkę objętości (zarówno jąder deuteru, jak i trytu) zawiera kapsułka po skompresowaniu (zwiększeniu jej gęstości)? Masa molowa deuteru $M_{\rm d}$ wynosi 2,0 \cdot 10⁻³ kg/mol, a masa molowa trytu $M_{\rm t} = 3,0 \cdot 10^{-3}$ kg/mol.

PODSTAWOWE FAKTY

Gęstość układu (masa na jednostkę objętości) zawierającego tylko jeden rodzaj cząstek możemy wyrazić jako iloczyn masy cząstek i ich koncentracji (liczby cząstek na jednostkę objętości):

$$\begin{pmatrix} gestość \\ [kg/m^3] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} koncentracja \\ [m^{-3}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} masa cząstki \\ [kg] \end{pmatrix}.$$
(43.17)

Niech *n* oznaczać będzie całkowitą koncentrację cząstek w gęstszej kapsułce. Ponieważ wiemy, że kapsułka zawiera taką samą liczbę atomów deuteru i trytu, to liczba atomów deuteru w jednostce objętości wynosi n/2, a liczba atomów trytu w jednostce objętości także jest równa n/2.

Obliczenia: Możemy uogólnić równanie (43.17) na układ złożony z dwóch rodzajów cząstek, wyrażając gęstość d^* gęstszej kapsułki jako sumę indywidualnych gęstości obydwu rodzajów cząstek:

$$d^* = \frac{n}{2}m_{\rm d} + \frac{n}{2}m_{\rm t}, \qquad (43.18)$$

gdzie symbole m_d i m_t oznaczają odpowiednio masy atomów deuteru i trytu. Obydwie te masy można zastąpić masami molowymi, podstawiając

$$m_{\rm d} = \frac{M_{\rm d}}{N_{\rm A}}$$
 oraz $m_{\rm t} = \frac{M_{\rm t}}{N_{\rm A}}$

gdzie N_A jest liczbą Avogadra. Po dokonaniu odpowiednich podstawień i uwzględnieniu, że gęstość d^* gęstszej kapsułki jest równa 1000*d*, możemy rozwiązać równanie (43.18) względem koncentracji cząstek *n*, uzyskując

$$n = \frac{2000dN_{\rm A}}{M_{\rm d} + M_{\rm t}}$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymamy

$$n = \frac{(2000)(200 \text{ kg/m}^3)(6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{2,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol} + 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}}$$

= 4,8 \cdot 10^{31} m^{-3} (odpowiedź).

b) Jak długo koncentracja cząstek w kapsułce musi mieć wartość obliczoną w punkcie (a), aby spełnić kry-

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Podsumowanie

Energia jądrowa Reakcje jądrowe — w przeliczeniu na jednostkę masy — są około milion razy bardziej efektywne od reakcji chemicznych pod względem przemiany masy na inne postacie energii.

Rozszczepienie jądra Równanie (43.1) opisuje rozszczepienie jąder ²³⁶U spowodowane bombardowaniem jąder uranu ²³⁵U za pomocą neutronów termicznych. Równania (43.2) i (43.3) przedstawiają łańcuchy rozpadów β pierwotnych produktów rozszczepienia. W wyniku pojedynczego aktu rozszczepienia wyzwala się energia $Q \approx 200$ MeV.

Rozszczepienie można wytłumaczyć, posługując się modelem kroplowym jądra, który przedstawia je jako kroplę naładowanej cieczy mającą pewną energię wzbudzenia. Warunkiem rozszczepienia jest pokonanie bariery potencjału na drodze tunelowania. Podatność jądra na rozszczepienie zależy od wzajemnej relacji pomiędzy wysokością bariery $E_{\rm b}$ a energią wzbudzenia $E_{\rm w}$.

Neutrony wyzwalane w wyniku rozszczepienia mogą spowodować **reakcję łańcuchową**. Na rysunku 43.5 przedstawiono bilans neutronów dla jednego pokolenia typowego reaktora. Na rysunku 43.6 przedstawiono schemat elektrowni jądrowej.

Synteza jądrowa Wyzwalanie energii na drodze łączenia się — **syntezy** dwóch lekkich jąder w jedno powstrzymuje bariera kulombowska (powstająca dzięki odpychaniu elektrycz-

Pytania

1 W reakcji rozszczepienia

$$^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow ^{132}\text{Sn} + \square \square + 3\text{n},$$

jaką liczbę należy wpisać a) do indeksu górnego, a jaką do b) indeksu dolnego (wartość Z)?

terium Lawsona utrzymania plazmy w odpowiednio wysokiej temperaturze?

PODSTAWOWE FAKTY

Do utrzymania plazmy zwiększoną koncentrację cząstek trzeba utrzymać przez czas τ określony równaniem (43.16) ($n\tau > 10^{20}$ s/m³).

Obliczenia: Możemy wówczas zapisać:

$$\tau > \frac{10^{20} \text{ s/m}^3}{4.8 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-3}} \approx 10^{-12} \text{ s}$$
 (odpowiedź).

nemu pomiędzy dwiema grupami protonów). Synteza może zachodzić dla makroskopowych porcji materii tylko wtedy, kiedy temperatura (energia cząstek) będzie dostatecznie wysoka, aby tunelowanie zachodziło z wystarczającą wydajnością.

Energia Słońca powstaje głównie na drodze spalania wodoru w reakcji termojądrowej z wytworzeniem helu w **cyklu protonowo-protonowym** przedstawionym na rysunku 43.11. Pierwiastki o liczbach atomowych mniejszych niż $A \approx 56$ (maksimum krzywej energii wiązania) mogą powstać w wyniku innych reakcji syntezy, które zachodzą po wyczerpaniu przez gwiazdę zapasów wodoru. Z kolei synteza cięższych pierwiastków wymagałaby dostarczania energii, nie może więc być źródłem energii dla gwiazdy.

Kontrolowana synteza jądrowa Nie udało się jeszcze przeprowadzić kontrolowanej **syntezy termojądrowej**, która byłaby źródłem energii. Największe nadzieje wiąże się z reakcjami d-d i d-t. Warunkiem syntezy jądrowej jest spełnienie w reaktorze **kryterium Lawsona**

$$n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3$$
 (43.16)

i utrzymanie odpowiednio wysokiej temperatury plazmy T.

W reaktorach typu **tokamak** plazma jest uwięziona w polu magnetycznym. W przypadku **syntezy laserowej** stosuje się uwięzienie inercyjne.

2 Wiedząc, że proces syntezy wymaga dostarczenia energii, rozstrzygnij, czy w wyniku tego procesu średnia energia wiązania na nukleon wzrasta czy maleje?

3 Załóżmy, że jądro ²³⁸U "połyka" neutron, a następnie nie rozszczepia się, lecz ulega rozpadowi β^- , podczas którego
emituje elektron i neutrino. Który z nuklidów będzie produktem tego rozpadu: ²³⁹Pu, ²³⁸Np, ²³⁹Np czy ²³⁸Pa?

4 Czy pierwotne produkty rozszczepienia zawierają więcej protonów niż neutronów, więcej neutronów niż protonów czy zbliżone liczby obydwu cząstek?

5 Przeanalizuj reakcję rozszczepienia

$$^{235}\mathrm{U}+\mathrm{n}\rightarrow\mathrm{X}+\mathrm{Y}+2\mathrm{n}.$$

Uszereguj według prawdopodobieństwa powstania (zaczynając od największej wartości) następujące nuklidy, które można podstawić do równania zamiast symbolu X (lub Y): ¹⁵²Nd, ¹⁴⁰I, ¹²⁸In, ¹¹⁵Pd, ¹⁰⁵Mo. (*Wskazówka*: Skorzystaj z wykresu na rysunku 43.1).

6 Aby wytworzyć nowoodkryte pierwiastki o bardzo dużych masach, badacze celują jądrem o masie pośredniej w jądro ciężkie. Od czasu do czasu jądro pocisku łączy się z jądrem tarczy, tworząc jedno z jąder o bardzo dużej masie. Czy w takim procesie masa utworzonego jądra jest większa, czy mniejsza od sumy mas jąder pocisku i tarczy?

7 Jeśli dokonamy rozdzielenia jądra na dwa mniejsze fragmenty z wydzieleniem się energii, czy średnia energia wiązania na nukleon się zwiększy czy zmniejszy? **8** Który z wymienionych pierwiastków *nie* mógł powstać w wyniku syntezy termojądrowej we wnętrzu gwiazdy: wę-giel, krzem, chrom, czy brom?

9 Kryterium Lawsona dla reakcji d-t (równanie (43.16)) ma postać $n\tau > 10^{20}$ s/m³. Czy w przypadku reakcji d-d liczba po prawej stronie nierówności powinna być taka sama, mniej-sza czy większa?

10 Neutrina unoszą około 2% energii, która jest wydzielana w jądrze Słońca w wyniku zachodzącego tam cyklu p-p. Czy energia strumienia neutrin jest: równa, większa, czy mniejsza niż energia wypromieniowywana z powierzchni Słońca w postaci fal elektromagnetycznych?

11 Reaktor jądrowy pracuje z pewną mocą, a charakteryzujący go współczynnik mnożenia jest równy jeden. Czy po zmniejszeniu za pomocą prętów sterujących mocy reaktora do 25% wartości początkowej współczynnik mnożenia reaktora będzie nieco mniejszy od jedności, znacznie mniejszy od jedności czy nadal równy jedności?

12 Z każdej podanej pary nuklidów wybierz ten, który jest bardziej prawdopodobnym produktem reakcji rozszczepienia: a) ⁹³Sr i ⁹³Ru, b) ¹⁴⁰Gd i ¹⁴⁰I, c) ¹⁵⁵Nd i ¹⁵⁵Lu. (*Wskazówka*: Skorzystaj z rysunku 42.5 i układu okresowego pierwiastków i rozważ ilości neutronów).

Zadania

GO	Zadania z rozwiązaniami interaktywnymi, udostępnianymi studentom według uznania wykładowcy, znajdują się na stronach <i>WileyPLUS</i> (https://www.wileyplus.com/WileyCDA/) oraz WebAssign (http://www.webassign.net/index.html)
•-•••	Liczba kropek określa stopień trudności zadania
ssm	Szczegółowe rozwiązanie jest dostępne w Student Solutions Manual
www	Szczegółowe rozwiązanie znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
ilw	Rozwiązanie interaktywne znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
TIME	Więcej informacji znajdziesz w książce The Flying Circus of Physics i na stronie http://flyingcircusofphysics.com

Podrozdział 43.1 Rozszczepienie jądra

•1 Nuklid ²³⁵U ulega rozpadowi α z czasem połowicznego zaniku 7,0 · 10⁸ lat. Może on także (rzadko) rozpadać się w wyniku samorzutnego rozszczepienia. Gdyby nie zachodził rozpad α , czas połowicznego zaniku na drodze rozszczepienia spontanicznego byłby równy 3,0 · 10¹⁷ lat. a) Ile wynosi szybkość reakcji rozszczepienia w próbce uranu ²³⁵U o masie 1,0 g? (b) Ile rozpadów α uranu ²³⁵U przypada na jeden akt rozszczepienia?

•2 Jądro ²³⁸Np musi uzyskać 4,2 MeV energii, aby mogło ulec rozszczepieniu. Usunięcie neutronu z tego nuklidu wymaga 5,0 MeV energii. Czy jądro ²³⁷Np może ulec rozszczepieniu pod wpływem neutronów termicznych? •3 ⁶⁰ Neutron termiczny (o prawie zerowej energii kinetycznej) zostaje pochłonięty przez jądro ²³⁸U. Jaka ilość pierwotnej energii spoczynkowej zostanie zużyta na oscylację jądra? Poniżej podane są niektóre masy atomowe oraz masa neutronu.

²³⁷ U	237,048 723 u	²³⁸ U	238,050 782 u
²³⁹ U	239,054 287 u	²⁴⁰ U	240,056 585 u
n	1,008 664 u		

•4 Izotop plutonu ²³⁹Pu ulega rozszczepieniu w podobny sposób jak uran ²³⁵U. Średnia energia rozszczepienia jest równa 180 MeV. Ile energii (w MeV) zostanie wyzwolone, jeżeli rozszczepieniu ulegnie 1,00 kg plutonu ²³⁹Pu?

 •5 Podczas Zimnej Wojny premier Związku Radzieckiego za-
groził Stanom Zjednoczonym zrzuceniem głowic bojowych
zawierających 2,0 megaton 239Pu (skutki wybuchu każdej
z nich byłyby równoważne eksplozji 2,0 megaton TNT, przy
czym z 1 megatony TNT wydziela się 2,6 · 10 ²⁸ MeV ener-
gii). Jeśli ilość plutonu, która uległaby rozproszeniu, stano-
wiła 8,00% całkowitej masy plutonu w takiej głowicy, ile wy-
nosi ta masa całkowita?

•6 (a)–(d) Uzupełnij następującą tabelę, odnoszącą się do ogólnego równania reakcji rozszczepienia 235 U + n \rightarrow X + Y + bn.

X	Y	b
¹⁴⁰ Xe	(a)	1
¹³⁹ I	(b)	2
(c)	¹⁰⁰ Zr	2
¹⁴¹ Cs	⁹² Rb	(d)

•7 Z jaką szybkością musi zachodzić reakcja rozszczepienia jąder uranu ²³⁵U pod wpływem neutronów, aby wydzielana moc była równa 1,0 W? Przyjmij, że Q = 200 MeV.

•8 a) Oblicz energię Q wyzwalaną w wyniku rozszczepienia izotopu molibdenu ⁹⁸Mo na dwie równe części. Do rozwiązania potrzebne są masy atomowe izotopu ⁹⁸Mo: 97,905 41 u oraz ⁴⁹Sc: 48,950 02 u. b) W przypadku gdyby okazało się, że wartość Q jest dodatnia, wyjaśnij, dlaczego reakcja ta nie zachodzi samorzutnie.

•9 a) Ile atomów zawiera 1,0 kg czystego uranu ²³⁵U? b) Ile energii (w dżulach) wydzieli się w wyniku rozszczepienia 1,0 kg uranu ²³⁵U? Przyjmij, że Q = 200 MeV. c) Jak długo świeciłaby żarówka o mocy 100 W zasilana uzyskaną energią?

•10 Oblicz energię uwalnianą w reakcji rozszczepienia $^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow ^{141}\text{Cs} + ^{93}\text{Rb} + 2\text{n}.$

Poniżej podane są niektóre masy atomów i cząstek.

²³⁵ U	235,043 92 u	⁹³ Rb	92,921 57 u
¹⁴¹ Cs	140,919 63 u	n	1,008 66 u.

•11 0 Oblicz energię Q wyzwalaną w wyniku rozszczepienia jądra ⁵²Cr na dwie równe części. Potrzebne masy to:

⁵²Cr 51,940 51 u ²⁶Mg 25,982 59 u.

••12 To Rozważmy rozszczepienie uranu ²³⁸U wywołane prędkimi neutronami. W jednym z aktów rozszczepienia nie został wyemitowany neutron, a w wyniku rozpadów β obu pierwotnych produktów powstały trwałe jądra ¹⁴⁰Ce i ⁹⁹Ru. a) Ile rozpadów zawierają łącznie obydwa łańcuchy rozpadów β ? b) Oblicz energię Q wspomnianej reakcji rozszczepienia. Potrzebne do obliczeń masy atomowe są równe:

²³⁸ U	238,050 79 u	¹⁴⁰ Ce	139,905 43 u
n	1,008 66 u	⁹⁹ Ru	98,905 94 u

••13 2360 Załóżmy, że bezpośrednio po rozszczepieniu jądra ²³⁶U (równanie (43.1)) powstałe fragmenty ¹⁴⁰Xe i ⁹⁴Sr stykają się ze sobą powierzchniami. a) Oblicz elektryczną energię potencjalną związaną z odpychaniem się obydwu jąder, zakładając, że są one sferyczne. (*Wskazówka*: Skorzystaj z równania (42.3), aby obliczyć promienie obydwu jąder). b) Porównaj uzyskaną wartość z energią wyzwalaną w typowej reakcji rozszczepienia.

••14 Jądro 236 U w wyniku rozszczepienia rozpada się na dwa fragmenty: 140 Xe i 96 Sr. a) O ile procent różni się pole powierzchni powstałych fragmentów od pola powierzchni pierwotnego jądra 236 U? b) Jaka jest procentowa zmiana objętości? (c) Jaka jest procentowa zmiana elektrycznej energii potencjalnej? Elektryczna energia potencjalna jednorodnie naładowanej kuli o promieniu *r* i ładunku *Q* jest dana wzorem

$$E_{\rm p} = \frac{3}{5} \left(\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \right).$$

••15 ssm Bomba atomowa o sile 66 kiloton została wykonana z czystego uranu ²³⁵U (rys. 43.14). W wyniku wybuchu rozszczepieniu ulega 4,0 % uranu. a) Jaka jest masa uranu w bombie? (Nie jest to wartość 66 kiloton, czyli ilość wydzielonej energii podana w jednostkach równoważnych masie TNT, której wybuch wydzieliłby tyle samo energii). b) Ile powstanie pierwotnych produktów rozszczepienia? c) Ile neutronów powstałych w wyniku rozszczepienia zostanie wyemitowanych do środowiska? (Przeciętnie reakcja rozszczepienia daje 2,5 neutronu).



Rys. 43.14. Zadanie 15. Bryłka uranu ²³⁵U przeznaczonego do zastosowania w głowicy bojowej, przygotowany do dalszej obróbki (dzięki uprzejmości Martin Marietta Energy Systems/U.S. Department of Energy)

••16 W bombie atomowej energia jest wyzwalana na skutek niekontrolowanej reakcji rozszczepienia plutonu ²³⁹Pu (lub

uranu ²³⁵U). Siła wybuchu bomby jest oceniana przez porównanie z masą trotylu (TNT), którego wybuch da tę samą energię. Jedna megatona (1 Mt = 10^6 ton) TNT odpowiada wydzieleniu energii równej 2,6 · 10^{28} MeV. a) Oblicz siłę wybuchu bomby zawierającej 95,0 kg plutonu ²³⁹Pu, jeżeli rozszczepieniu ulegnie 2,5 kg plutonu. (Patrz zadanie 4). b) Jaką rolę spełnia pozostała część ładunku plutonu ²³⁹Pu (92,5 kg), skoro nie ulega on rozszczepieniu?

••17 ssm www W pewnym akcie rozszczepienia jądra uranu ²³⁵U, zainicjowanym pochłonięciem powolnego neutronu, nie został wyemitowany neutron, a jednym z produktów było jądro ⁸³Ge. a) Jakie jądro było drugim produktem rozszczepienia? Energia reakcji *Q* wynosi 170 MeV. Jaka część tej energii przechodzi b) do jądra ⁸³Ge, a jaka c) do drugiego produktu? Bezpośrednio po rozpadzie ile wynosi prędkość d) jądra ⁸³Ge, a ile e) drugiego produktu rozszczepienia?

Podrozdział 43.2 Reaktor jądrowy

•18 Reaktor o mocy 200 MW, w którym zachodzi reakcja rozszczepienia, zużywa połowę swego paliwa w ciągu 3 lat. Ile uranu ²³⁵U znajduje się początkowo w reaktorze? Przyjmij, że cała uzyskana energia pochodzi z rozszczepienia uranu ²³⁵U, który nie jest zużywany w żadnych innych procesach.

••19 Czasem życia pokolenia neutronów w reaktorze t_{pok} nazywamy średni czas, po którym prędki neutron emitowany w wyniku rozszczepienia staje się neutronem termicznym i może wówczas zainicjować kolejny akt rozszczepienia. Wyobraźmy sobie, że w chwili t = 0 reaktor pracuje z mocą P_0 . Wykaż, że w chwili t moc reaktora P(t) będzie równa $P(t) = P_0 k^{t/t_{\text{pok}}}$, gdzie k jest współczynnikiem mnożenia. W przypadku pracy ze stałą mocą zachodzi k = 1.

••20 Reaktor pracuje z mocą 400 MW. Czas życia pokolenia neutronów (patrz zadanie 19) w tym reaktorze wynosi 30,0 ms. Ile wyniesie moc wytwarzana w reaktorze po upływie 5 min przy założeniu, że w tym czasie współczynnik mnożenia wyniesie 1,0003?

••21 Energia termiczna, będąca wynikiem pochłaniania w materii promieniowania emitowanego podczas rozpadu izotopów promieniotwórczych, może posłużyć do budowy niewielkich źródeł zasilania dla satelitów, automatycznych stacji meteorologicznych i innych urządzeń instalowanych w trudno dostępnych miejscach. Niezbędne izotopy promieniotwórcze powstają w dużych ilościach w reaktorach jądrowych, a następnie są oddzielane chemicznie od zużytego paliwa. Jednym z izotopów wykorzystywanych w tym celu jest pluton ²³⁸Pu ($T_{1/2} = 87,7$ lat), emitujący cząstki α o energii Q = 5,50 MeV. Jaką moc cieplną można otrzymać, dysponując 1,00 kg tego izotopu?

••22 W pewnym reaktorze czas życia pokolenia neutronów t_{pok} (patrz zadanie 19) wynosi 1,0 ms. Ile swobodnych neutronów znajduje się w dowolnej chwili w tym reaktorze, jeżeli pracuje on z mocą 500 MW?

••23 ssm www W pewnym reaktorze czas życia pokolenia neutronów (patrz zadanie 22) wynosi 1,3 ms. Reaktor ten pracuje z mocą 1200,0 MW. Aby przeprowadzać testy eksploatacyjne, moc tę trzeba okresowo zmniejszać do 350,00 MW. Pożądany czas tej operacji wynosi 2,6000 s. Jaką wartość współczynnika mnożenia trzeba ustawić, aby zmiana mocy zachodziła w pożądanym czasie?

••24 (Patrz zadanie 21). Wśród wielu produktów reakcji rozszczepienia, które można wydzielić metodami chemicznymi z paliwa zużytego w reaktorze jądrowym, jest izotop ⁹⁰Sr ($T_{1/2} = 29$ lat). W dużych reaktorach izotop ten powstaje z wydajnością 18 kg/rok. Dzięki swej promieniotwórczości izotop pozwala wytwarzać energię termiczną z szybkością 0,93 W/g. (a) Wyznacz efektywną energię rozpadu $Q_{\rm ef}$ jądra ⁹⁰Sr. (Energia efektywna obejmuje wkład od rozpadów wszystkich jąder w łańcuchu rozpadów, którego początkiem jest nuklid ⁹⁰Sr, poza energią, którą unoszą z próbki neutrina). b) Potrzebne jest źródło energii elektrycznej o mocy 150 W przeznaczone do zasilania umieszczonej pod wodą boi sygnałowej. Jaka ilość izotopu ⁹⁰Sr jest potrzebna przy założeniu, że przemiana energii termicznej na elektryczną zachodzi ze sprawnością 5,0%?

••25 ssm a) Neutron o masie m_n i energii kinetycznej E_k zderza się centralnie ze spoczywającym atomem o masie m. Wykaż, że względna zmiana energii kinetycznej neutronu w wyniku tego zderzenia wynosi

$$\frac{\Delta E_{\rm k}}{E_{\rm k}} = \frac{4m_{\rm n}m}{(m_{\rm n}+m)^2}.$$

Oblicz wartości $\Delta E_k/E_k$ w przypadku zderzenia neutronu ze spoczywającym atomem: b) wodoru, c) deuteru, d) węgla i e) ołowiu. f) Ile razy neutron musi zderzyć się centralnie z atomem deuteru (jest to często stosowany moderator), aby jego początkowa energia kinetyczna $E_k = 1,00$ MeV osiągnęła wartość termiczną (0,025 eV)? (W rzeczywistości większość zderzeń w moderatorze nie zachodzi centralnie).

Podrozdział 43.3 Naturalny reaktor jądrowy

•26 Ile lat temu stosunek częstości występowania izotopów ²³⁵U do ²³⁸U w naturalnych złożach uranu był równy 0,15?

•27 Szacuje się, że naturalny reaktor jądrowy opisany w podrozdziale 43.3 w okresie swego działania wytworzył 15 gigawatolat energii. a) Jaka była średnia moc reaktora, jeżeli funkcjonował on przez 200 000 lat? b) Ile kilogramów uranu ²³⁵U zużył on czasie swego działania?

••28 Stwierdzono, że niektóre próbki uranu pobrane ze złoża w obrębie naturalnego reaktora opisanego w podrozdziale 43.3 są nieco *wzbogacone* w izotop ²³⁵U, zamiast być zubożone. Spróbuj to wyjaśnić, odwołując się do procesu wychwytu neutronu przez dominujący izotop ²³⁸U, a następnie rozpadu β i α powstałych produktów.

••29 www Wydobywany dziś ze złóż uran zawiera jedynie 0,72% rozszczepialnego izotopu ²³⁵U zmieszanego z izotopem ²³⁸U. Zawartość ta jest zbyt niska, aby przygotować paliwo dla reaktora, w którym reakcja rozszczepienia zachodzi pod wpływem neutronów termicznych. Z tego powodu naturalny uran trzeba wzbogacać w izotop ²³⁵U. Obydwa izotopy uranu ²³⁵U i ²³⁸U są promieniotwórcze, a ich czasy połowicznego zaniku są równe odpowiednio $T_{1/2} = 7,0 \cdot 10^8$ lat i $T_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9$ lat. Ile lat temu naturalny uran można było wykorzystać jako paliwo dla reaktora, o względnej zawartości ²³⁵U do ²³⁸U równej 3%?

Podrozdział 43.4 Synteza termojądrowa: podstawy procesu

•30 Przekonaj się, że 1,0 kg deuteru wykorzystany w reakcji syntezy

 ${}^{2}\text{H} + {}^{2}\text{H} \rightarrow {}^{3}\text{He} + n$ (Q = +3,27 MeV)

pozwolił
by świecić żarówce o mocy 100 W przez $2,5\cdot 10^4$ lat.

•31 ssm Oblicz wysokość bariery kulombowskiej dla centralnego zderzenia dwóch deuteronów. Przyjmij, że promień deuteronu jest równy 2,1 fm.

••32 W przeszłości proponowano inne niż ogrzewanie metody, które pozwoliłyby jądrom pokonywać barierę kulombowską w reakcji syntezy. Wyobraź sobie na przykład, że dysponujesz dwoma akceleratorami wytwarzającymi przeciwbieżne wiązki deuteronów, które mogą zderzać się centralnie. a) Jakie napięcie przyspieszające trzeba zastosować, aby zderzające się deuterony mogły pokonać barierę kulombowską? b) Jak sądzisz, dlaczego opisana metoda nie jest obecnie stosowana?

••33 Oblicz wysokość bariery kulombowskiej dla dwóch jąder ⁷Li wystrzeliwanych naprzeciw siebie z tą samą energią kinetyczną E_k . (*Wskazówka*: Skorzystaj z równania (42.3), aby obliczyć promień jądra).

••34 Krzywa $n(E_k)$ na wykresie z rysunku 43.10 przedstawia koncentrację cząstek w zależności od ich energii wyrażoną równaniem

$$n(E_{\rm k}) = 1,13n \frac{E_{\rm k}^{1/2}}{(kT)^{3/2}} {\rm e}^{-E_{\rm k}/kT}$$

gdzie *n* oznacza całkowitą koncentrację cząstek. W środku Słońca temperatura wynosi $1,50 \cdot 10^7$ K, a średnia energia protonu E_{ksr} jest równa 1,94 keV. Oblicz stosunek koncentracji protonów o energii 5,00 keV do koncentracji protonów o energii średniej.

Podrozdział 43.5 Synteza termojądrowa we wnętrzu Słońca i innych gwiazd

••35 Przyjmij że każdy proton w gorącej kuli protonowej ma energię opisaną wzorem *kT*, gdzie *k* jest stałą Boltzmanna,

a *T* jest temperaturą bezwzględną. Jeżeli $T = 1 \cdot 10^7$ K, to jaka jest najmniejsza odległość między dwoma dowolnymi protonami?

•36 • Ile wynosi wartość *Q* w następującym procesie syntezy?

$$^{2}\text{H}_{1} + ^{1}\text{H}_{1} \rightarrow ^{3}\text{He}_{2} + \text{foton}$$

Poniżej podane są niektóre masy atomów.

²H₁ 2,014 102 u ¹H₁ 1,007 825 u ³He₂ 3,016 029 u

•37 Słońce ma masę $2,0 \cdot 10^{30}$ kg, a moc promieniowania wynosi $3,9 \cdot 10^{26}$ W. a) Z jaką szybkością masa Słońca ulega zmianie? b) Jaką część swej pierwotnej masy utraciło ono od momentu, kiedy mniej więcej $4,5 \cdot 10^9$ lat temu rozpoczął się w nim proces spalania wodoru?

•38 Przekonaliśmy się, że łączna energia Q wyzwalana w pełnym cyklu protonowo-protonowym wynosi 26,7 MeV. Jak powiązać ten wynik z wartościami Q dla poszczególnych reakcji składających się na ten cykl, wymienionych na rysunku 43.11?

•39 • Wykaż, że energia uwalniana w wyniku połączenia się trzech cząstek α w jądro ¹²C jest równa 7,27 MeV. Masy atomowe wynoszą 4,0026 u dla helu ⁴He i 12,0000 u dla wę-gla ¹²C.

••40 Oblicz i porównaj energie wyzwalane w wyniku reakcji: a) syntezy 1,0 kg wodoru głęboko we wnętrzu Słońca i b) rozszczepienia 1,0 kg uranu ²³⁵U w reaktorze.

••41 • Wodór w gwieździe zamienia się w hel aż do chwili, gdy zawartość helu wzrasta do 100%. Następnie hel zamienia się w węgiel w wyniku reakcji 3α

$${}^{4}\text{He} + {}^{4}\text{He} + {}^{4}\text{He} \rightarrow {}^{12}\text{C} + 7,27 \text{ MeV}.$$

Masa gwiazdy jest równa $4,6 \cdot 10^{32}$ kg, a szybkość wytwarzania w niej energii wynosi $5,3 \cdot 10^{30}$ W. Jak długo potrwa zamiana helu w węgiel?

••42 Sprawdź trzy wartości *Q* podane dla reakcji wymienionych na rysunku 43.11. Niezbędne do obliczeń masy atomowe są równe:

^{1}H	1,007 825 u	⁴ He	4,002 603 u
$^{2}\mathrm{H}$	2,014 102 u	e^{\pm}	0,000 548 6 u
³ He	3,016 029 u		

(*Wskazówka*: Zwróć uwagę na różnicę pomiędzy masami atomowymi a masami jądrowymi i odpowiednio uwzględnij pozytony).

••43 Rysunek 43.15 przedstawia wczesny schemat bomby wodorowej. Paliwem jest tu deuter ²H. Wysoką temperaturę i koncentrację cząstek niezbędną do zainicjowania reakcji syntezy daje "zapalnik" w postaci bomby rozszczepialnej wyko-

nanej z uranu ²³⁵U lub plutonu ²³⁹Pu, której wybuch daje falę uderzeniową ściskającą deuter. Reakcję syntezy można zapisać w postaci równania

$$5^{2}\text{H} \rightarrow {}^{3}\text{He} + {}^{4}\text{He} + {}^{1}\text{H} + 2\text{n}.$$

a) Oblicz energię reakcji syntezy Q. Niezbędne masy atomowe podano w zadaniu 42. b) Oblicz siłę wybuchu bomby (patrz zadanie 16), jeżeli syntezie ulega 30,0% z 500 kg zawartego w niej deuteru.



Rys. 43.15. Zadanie 43

••44 Załóżmy, że jądro Słońca jest kulą o promieniu jednej czwartej promienia Słońca, w której zawiera się ósma część masy Słońca. Przyjmijmy ponadto, że jądro zawiera 35% masowych wodoru oraz że jest w nim wytwarzana cała energia. Ile czasu upłynie, nim Słońce zużyje cały wodór, jeżeli wypala się on z szybkością $6.2 \cdot 10^{11}$ kg/s? Masa Słońca jest równa $2.0 \cdot 10^{30}$ kg.

••45 a) Oblicz szybkość, z jaką w Słońcu powstają neutrina. Przyjmij założenie, że energia jest wytwarzana tylko w cyklu protonowo-protonowym. b) Z jaką częstością neutrina docierają do Ziemi?

••46 W niektórych gwiazdach bardziej wydajnym źródłem energii niż cykl protonowo-protonowy jest *cykl węglowy*. Składa się on z następujących reakcji:

$^{12}C + ^{1}H \rightarrow ^{13}N + \gamma$	$Q_1 = 1,95 \text{ MeV},$
$^{13}N \rightarrow ^{13}C + e^+ + \nu$	$Q_2 = 1,19 \text{ MeV},$
$^{13}C + {}^{1}H \rightarrow {}^{14}N + \gamma$	$Q_3 = 7,55 \text{ MeV},$
$^{14}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{15}O + \gamma$	$Q_4 = 7,30 \text{ MeV},$
$^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + \text{e}^+ + \nu$	$Q_5 = 1,73 \text{ MeV},$
$^{15}\text{N} + {}^{1}\text{H} \rightarrow {}^{12}\text{C} + {}^{4}\text{He}$	$Q_6 = 4,97 \text{ MeV}.$

a) Wykaż, że podany cykl reakcji daje te same produkty końcowe, co cykl protonowo-protonowy, który przedstawiono na rysunku 43.11. b) Sprawdź, że w obydwu cyklach jest wyzwalana taka sama energia *Q*.

••47 ssm www Spalanie węgla opisuje reakcja $C + O_2 \rightarrow CO_2$. Energia termiczna wydzielana w tej reakcji jest równa 3,3 \cdot 10⁷ J/kg spalonego węgla. a) Podaj wartość wydzielanej energii termicznej w przeliczeniu na atom węgla. b) Wyraź tę energię w przeliczeniu na kilogram substratów — węgla i tlenu razem. c) Wyobraźmy sobie, że Słońce (masa = 2,0 \cdot 10³⁰ kg) jest zbudowane z węgla i tlenu w proporcjach zgodnych z równaniem reakcji spalania, a moc jego promieniowania nadal wynosi 3,9 \cdot 10²⁶ W. Jak długo Słońce mogłoby istnieć?

Podrozdział 43.6 Kontrolowana synteza termojądrowa

•48 Sprawdź wartości energii Q podane w równaniach (43.13), (43.14) i (43.15). Potrzebne do obliczeń wartości mas są równe:

^{1}H	1,007 825 u	⁴ He	4,002 603 u
^{2}H	2,014 102 u	n	1,008 665 u
^{3}H	3.016 049 u		

••49 Zwykła woda zawiera około 0,0150% masowych wody ciężkiej, w której dwa atomy wodoru w cząsteczce H₂O są zastąpione atomami deuteru ²H. Jaką średnią moc moglibyśmy uzyskać, spalając w ciągu 1,00 dnia cały deuter zawarty w 1,00 kg wody w reakcji syntezy opisanej równaniem ${}^{2}\text{H} + {}^{2}\text{H} \rightarrow {}^{3}\text{He} + n$?

Zadania dodatkowe

50 Łączna energia Q wyzwalana w cyklu protonowoprotonowym przedstawionym na rysunku 43.11 jest równa 26,2 MeV. a) Podaj wartość wyzwalanej energii w przeliczeniu na kilogram zużytego wodoru. b) Moc Słońca jest równa 3,9 · 10²⁶ W. Jaka jest szybkość zużycia wodoru, jeżeli cała energia Słońca jest wytwarzana w cyklu protonowoprotonowym? c) Z jaką szybkością Słońce traci swą masę? d) Wyjaśnij rozbieżność wyników z punktu (b) i (c). e) Masa Słońca wynosi 2,0 · 10³⁰ kg. Po jakim czasie zmaleje ona o 0,10%, jeżeli przyjmiemy, że szybkość utraty masy jest stała i równa wynikowi uzyskanemu w punkcie (c).

51 Istnieją obawy, że technologia związana z energetyką jądrową może zwiększyć szansę wybuchu wojny jądrowej, ponieważ reaktory można wykorzystywać nie tylko do produkcji energii elektrycznej, ale również — jako produkt uboczny procesu wychwytu neutronu — tani uran ²³⁸U można przemieniać na pluton ²³⁹Pu, który jest materiałem rozszczepialnym stosowanym w bombach jądrowych. Jak wygląda prosty ciąg reakcji obejmujących wychwyt neutronu i rozpad β , który pozwala uzyskać wspomniany izotop plutonu?

52 Ile wynosi energia kinetyczna a) cząstki α i b) neutronu w reakcji syntezy deuteron-tryton zapisanej w równaniu (43.15)? Pomiń stosunkowo niewielkie energie kinetyczne obydwu reagujących cząstek.

53 Przekonaj się, że zgodnie z tym, co podano w podrozdziale 43.1, średnia energia kinetyczna neutronów w stanie równowagi z materią o temperaturze 300 K jest bliska 0,04 eV.

54 Sprawdź, że zgodnie z tabelą 43.1 rozszczepienie uranu ²³⁵U zawartego w 1,0 kg UO₂ (wzbogaconym tak, aby izotop ²³⁵U stanowił 3,0% masowych uranu w tlenku uranu) wystarczy do zasilania żarówki 100 W przez 690 lat.

55 Materia gazowa w środku Słońca ma gęstość $1,5 \cdot 10^5$ kg/m³ i w przybliżeniu zawiera 35% wodoru i 65% helu. a) Ile wynosi koncentracja protonów w tamtym miejscu? b) Ile wynosi stosunek tej koncentracji protonów do koncentracji cząsteczek w gazie doskonałym w warunkach normalnych (temperatura 0°C, ciśnienie $1,01 \cdot 10^5$ Pa)?

56 W rozdziale 19 omówiono rozkład Maxwella dla cząsteczek w gazie. a) Wykaż, że *najbardziej prawdopodobna energia* dana jest wzorem

$$E_{\text{prawd}} = \frac{1}{2}kT.$$

Porównaj ten wzór z krzywą n(E) z rysunku 43.10, wykreśloną dla temperatury $T = 1,5 \cdot 10^7$ K. b) Wykaż, że *najbar-dziej prawdopodobna prędkość* dana jest wzorem

$$v_{\text{prawd}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

Oblicz wartość liczbową prędkości dla protonów w temperaturze $T = 1,5 \cdot 10^7$ K. c) Wykaż, że *energia odpowiadająca najbardziej prawdopodobnej prędkości* (różna od najbardziej prawdopodobnej energii) jest dana wzorem

$$E_{v,\text{prawd}} = kT.$$

Znajdź odpowiednią wartość na krzywej z rysunku 43.10.

57 Promień nieskompresowanej kapsułki paliwowej z przykładu 43.05 wynosi 20 μm. Załóżmy, że wydajność "spalania" kapsułki skompresowanej wynosi 10%, czyli tylko 10% deuteronów i 10% protonów bierze udział w reakcji syntezy zapisanej równaniem (43.15). a) Jaka ilość energii wydziela się w takiej pojedynczej mikroeksplozji kapsułki? b) Jakiej wartości TNT odpowiada taka kapsułka? Ciepło spalania TNT wynosi 4,6 MJ/kg. c) Jeśli reaktor, w którym zachodzą reakcje syntezy, jest zaprojektowany tak, by zachodziło w nim 100 mikroeksplozji na sekundę, jaką moc będzie on generował? (Część z tej mocy zostanie wykorzystana na zasilanie laserów).

58 Załóż, że w aparaturze do fuzji laserowej osiągnięto temperaturę plazmy $1 \cdot 10^8$ K. a) Ile wynosi najbardziej prawdopodobna prędkość deuteronu w tej temperaturze? b) Jaki odcinek przebyłby taki deuteron w czasie utrzymania $1 \cdot 10^{-12}$ s?

R O Z D Z I A Ł 44

Kwarki, leptony i Wielki Wybuch

44.1. OGÓLNE WŁASNOŚCI CZĄSTEK ELEMENTARNYCH

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- **44.01** stwierdzić, że liczba różnych cząstek elementarnych, które istnieją lub też mogą być wytworzone, jest ogromna oraz że niemal wszystkie te cząstki są niestabilne;
- **44.02** zastosować do opisu rozpadu cząstek elementarnych te same równania co w przypadku rozpadów jądrowych;
- 44.03 określić spin jako własny moment pędu cząstki;
- **44.04** odróżniać fermiony od bozonów i określić, które z tych cząstek podlegają zakazowi Pauliego;
- **44.05** odróżniać leptony od hadronów i rozpoznawać dwa rodzaje hadronów;
- **44.06** odóżniać cząstki od antycząstek i stwierdzić, że przy spotkaniu cząstki z jej antycząstką następuje ich anihilacja, w wyniku której cząstki te przekształcają się w fotony lub inne czastki elementarne;

44.07 odróżniać oddziaływania silne od słabych;

44.08 zastosować zasady zachowania ładunku, pędu, momentu pędu i energii (z uwzględnieniem energii spoczynkowej) w celu określenia, czy dany proces z udziałem cząstek elementarnych może zachodzić.

Podstawowe fakty

 Pojęcie cząstek fundamentalnych odnosi się do podstawowych składników materii. Cząstki te można pogrupować na kilka sposobów.

 Pojęcia cząstek i antycząstek początkowo odnosiły się, odpowiednio, do powszechnie występujących cząstek (takich jak elektrony, protony i neutrony w twoim ciele) oraz odpowiadają-

- cym im antycząstek (pozytony, antyprotony i antyneutrony); dla większości rzadko rejestrowanych cząstek rozróżnienie między cząstkami i antycząstkami wprowadza się w celu spójnego opisu wyników doświadczalnych.
- Fermiony (takie jak cząstki w twoim ciele) podlegają zakazowi Pauliego.

0 fizyce

Fizycy często określają teorię względności i mechanikę kwantową mianem "fizyki współczesnej", chcąc odróżnić je od mechaniki newtonowskiej i stworzonej przez Maxwella teorii elektromagnetyzmu, które tworzą zręby "fizyki klasycznej"¹. Z upływem lat słowo "współczesna" jest coraz mniej właściwe w odniesieniu do teorii, których podstawy stworzono w początkach XX wieku. Einstein opublikował swą pracę dotyczącą zjawiska fotoelektrycznego w 1905 r., publikacja Bohra opisująca kwantowy model atomu wodoru ukazała się w 1913 r., a praca Schrödingera zawierająca nazywane dziś jego imieniem równanie falowe pochodzi z 1926 r. Mimo to nazwa "fizyka współczesna" jest używana do dzisiaj.

¹Termin "fizyka klasyczna" miewa również inne znaczenie: opisuje całokształt zjawisk, które można wyjaśnić, nie odwołując się do efektów kwantowych (przyp. tłum.).

Ostatni rozdział poświęcimy dwóm kierunkom badań, które w pełni zasługują na miano współczesnych, mimo że ich korzenie sięgają głęboko wstecz. Skupiają się one wokół z pozoru tylko prostych pytań:

Z czego jest zbudowany Wszechświat?

Dlaczego Wszechświat wygląda tak, a nie inaczej?

Poszukiwania odpowiedzi na te pytania nabrały tempa w ostatnich dziesięcioleciach.

Wiele zawdzięczamy eksperymentom wykonywanym przy użyciu potężnych akceleratorów cząstek. Jednakże fizycy, badając zderzenia cząstek o coraz większych energiach w coraz większych akceleratorach, zrozumieli już, że na Ziemi nie da się zbudować akceleratora zdolnego nadać cząstkom energie dostatecznie wielkie, aby zweryfikować najbardziej ogólne teorie fizyczne. W dziejach Wszechświata istniało tylko jedno źródło takich cząstek i był nim on sam w pierwszych milisekundach swojego istnienia.

W tym rozdziale pojawi się cała masa nowych pojęć i prawdziwy potok nazw cząstek. Nie starajcie się ich koniecznie zapamiętać. Jeżeli poczujecie się przez moment zagubieni, to doświadczycie tego co fizycy na początku drogi, kiedy widzieli tylko narastające komplikacje i nie mieli zbyt dużych nadziei na zrozumienie czegokolwiek. Wytrwałość w zapoznawaniu się z materiałem pozwoli też odczuć podniecenie, które było udziałem uczonych, gdy wreszcie ze wspaniałych akceleratorów trysnęły nowe wyniki, teoretycy wysunęli idee bez porównania śmielsze niż w przeszłości, a z zamętu zaczął się wyłaniać porządek. Głównym przesłaniem niniejszej ksiązki jest to, że choć wiemy dziś niemało o zjawiskach fizycznych zachodzących w otaczającym nas świecie, wiele tajemnic pozostaje wciąż do zgłębienia.

Cząstki, cząstki, cząstki

W latach trzydziestych ubiegłego wieku wielu uczonych sądziło, że moment ostatecznego poznania struktury materii jest bliski. Aby zrozumieć, jak zbudowany jest atom, wystarczały trzy cząstki: elektron, proton i neutron. Fizyka kwantowa dobrze opisywała budowę atomu i promieniotwórczy rozpad α . Postulowano istnienie neutrina, które, chociaż jeszcze nie odkryte, to już znalazło swoje miejsce w teorii dobrze opisującej rozpad β stworzonej przez Enrico Fermiego. Wierzono, że teoria kwantów zastosowana do protonów i neutronów już wkrótce wyjaśni budowę jądra. Czy trzeba było czegoś więcej?

Euforia nie trwała długo. Już koniec dziesięciolecia zapoczątkował serię odkryć coraz nowych cząstek, która trwa do dziś. Nowym cząstkom nadawano nazwy i symbole, takie jak *mion* (μ), *pion* (π), *kaon* (K) i *sigma* (Σ). Wszystkie nowo poznane cząstki są nietrwałe; spontanicznie ulegają przemianie w inne cząstki z szybkością, którą opisuje takie samo prawo jak w przypadku rozpadu jąder promieniotwórczych. Jeżeli w chwili *t* = 0 mamy *N*₀ cząstek pewnego rodzaju, to ich liczba *N* w późniejszej chwili *t* jest opisana równaniem (42.15)

$$N = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{t}}.\tag{44.1}$$

Szybkość rozpadu R maleje od początkowej wartości R_0 zgodnie z równaniem (42.16)

$$R = R_0 \mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{t}},\tag{44.2}$$

a czas połowicznego zaniku $T_{1/2}$, stałą rozpadu λ i średni czas życia τ wiąże zależność (42.18)

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2.$$
 (44.3)

Czasy połowiczego zaniku nowych cząstek mieszczą się w przedziale od około 10^{-6} do 10^{-23} s. Niektóre z nich żyją tak krótko, że nie da się ich zaobserwować, a o ich istnieniu świadczą tylko pośrednie dowody.

Nowe cząstki są wytwarzane w wyniku zderzeń przeciwbieżnych wiązek protonów lub elektronów przyspieszanych do wielkich energii w akceleratorach znajdujących się w laboratoriach, takich jak Brookhaven National Laboratory (na Long Island pod Nowym Jorkiem, USA), Fermilab (w pobliżu Chicago, USA), CERN (w okolicach Genewy, Szwajcaria), SLAC (na Uniwersytecie Stanforda w Kalifornii, USA) oraz DESY (pod Hamburgiem, Niemcy). Obserwacja tych cząstek jest możliwa dzięki coraz bardziej wyrafinowanym detektorom, które rozmiarami i złożonością przypominają same akceleratory sprzed paru dziesięcioleci.



Jeden z detektorów w Wielkim Zderzaczu Hadronów (LHC) w CERN-ie, w którym testuje się przewidywania Modelu Standardowego cząstek elementarnych. (© CERN Geneva)

Dziś znamy kilkaset różnych cząstek. Ich nazewnictwo wyczerpało już możliwości alfabetu greckiego i większość z nich identyfikuje jedynie numer pozycji w regularnie publikowanych tabelach. Aby nie pogubić się w tej masie cząstek, trzeba je uporządkować w różne kategorie, przyjmując pewne proste kryteria fizyczne. Wynik tego uporządkowania nosi nazwę **Modelu Standardowego** cząstek elementarnych. Chociaż fizycy teoretycy nieustannie wysuwają różne zastrzeżenia pod adresem tego modelu, wciąż pozostaje on najlepszym sposobem zrozumienia własności wszystkich odkrytych dotąd cząstek.

Aby zapoznać się z Modelem Standardowym, możemy dokonać trzech najprostszych podziałów cząstek: na fermiony i bozony, na hadrony i lep-

tony oraz na cząstki i antycząstki. Przyjrzyjmy się teraz po kolei każdemu z tych podziałów.

Fermion czy bozon?

Wszystkie cząstki mają własny moment pędu nazywanym spinem, który omawialiśmy już na przykładzie elektronów, protonów i neutronów w podrozdziale 32.5. Uogólniając przyjętą tam notację, możemy napisać, że składowa spinu \tilde{S} w dowolnym kierunku (przyjmujemy, że jest on związany z osią z) jest równa

$$S_z = m_s \hbar \qquad \text{dla} \ m_s = s, s - 1, \dots, -s, \tag{44.4}$$

gdzie \hbar wynosi $h/2\pi$, m_s jest magnetyczną spinową liczbą kwantową, a s jest spinową liczbą kwantową. Ostatnia wielkość może przyjmować dodatnie wartości połówkowe $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, ...)$ i nieujemne wartości całkowite $(0, 1, 2, \ldots)$. Na przykład dla elektronu spinowa liczba kwantowa jest równa $s = \frac{1}{2}$. Dlatego spin elektronu (mierzony w dowolnym kierunku) może przyjmować wartość

$$S_z = \frac{1}{2}\hbar$$
 (spin w górę)

lub

 $S_7 = -\frac{1}{2}\hbar$ (spin w dół).

W praktyce pojęcia spin używamy w dwóch znaczeniach: przede wszystkim nazywamy tak własny moment pedu czastki S, ale czesto skracamy w ten sposób nazwę spinowej liczby kwantowej s. W tym przypadku można usłyszeć, że elektron to cząstka o spinie $\frac{1}{2}$.

Cząstki o połówkowych wartościach spinowej liczby kwantowej (na przykład elektrony) sa nazywane **fermionami** dla uczczenia Enrica Fermiego, który odkrył prawa statystyczne opisujące ich zachowanie (jednocześnie dokonał tego Paul Dirac). Podobnie jak elektrony, również protony i neutrony spełniają warunek $s = \frac{1}{2}$ i dlatego są fermionami.

Cząstki, dla których spinowa liczba kwantowa jest zerem lub dodatnią liczbą całkowitą, są nazywane bozonami na cześć hinduskiego fizyka Satyendry Natha Bosego, który (jednocześnie z Albertem Einsteinem) odkrył prawa statystyki rządzące ich zachowaniem. Bozonami są fotony, dla których s = 1; wkrótce poznacie także inne cząstki zaliczane do tej klasy.

Taka klasyfikacja cząstek może wydawać się banalna, ale w istocie jest bardzo ważna, ponieważ:

Fermiony podlegają zakazowi Pauliego, który mówi, że w danym stanie kwantowym może znajdować się tylko jedna cząstka. Bozony nie podlegają zakazowi Pauliego. W każdym stanie kwantowym może znaleźć się dowolna ich liczba.

Wagę zakazu Pauliego poznaliśmy, "budując" atom i umieszczając kolejne elektrony (spin $\frac{1}{2}$) w poszczególnych stanach kwantowych. Zakaz Pauliego doprowadził nas do pełnego opisu budowy i właściwości różnych atomów oraz ciał stałych, takich jak metale i półprzewodniki.



Rys. 44.1. Trzy wykresy rozkładu prędkości atomów pary rubidu-87. Temperatura gazu na kolejnych rysunkach od (a) do (c) jest coraz mniejsza. Na wykresie (c) ostre maksimum jest wycentrowane wokół prędkości 0 oznacza to, że wszystkie atomy znajdują się w tym samym stanie kwantowym. Otrzymanie kondensatu Bosego–Einsteina w 1995 roku było szczytowym osiągnięciem fizyki atomowej (dzięki uprzejmości Michaela Mathewsa)

Ponieważ bozony *nie* podlegają zakazowi Pauliego, dążą one do zajmowania stanu o najniższej energii. W roku 1995 zespół z uniwersytetu w Boulder (Kolorado, USA) zdołał uzyskać kondensat zawierający około 2000 atomów rubidu-87 (są one bozonami) w jednym stanie kwantowym o energii bliskiej zera. Autorzy tego doświadczenia — Eric A. Cornell i Carl E. Wieman — oraz Wolfgang Ketterle z MIT otrzymali w 2001 r. Nagrodę Nobla.

Warunkiem powstania kondensatu było chłodzenie par rubidu o odpowiednio dużej gęstości do temperatury wystarczająco niskiej, aby długość fali de Broglie'a poszczególnych atomów była większa niż średnia odległość między nimi. W takim przypadku funkcje falowe poszczególnych atomów zaczynają się przekrywać i cały układ znajduje się w jednym stanie kwantowym (stanowi jakby jeden wielki atom). Nazywa się go *kondensatem Bosego–Einsteina*. Na rysunku 44.1 pokazano, że po obniżeniu temperatury par rubidu do zaledwie $1,70 \cdot 10^{-7}$ K układ rzeczywiście "skupia" się w jednym dobrze określonym stanie, w którym prędkości wszystkich atomów są bliskie zeru.

Hadron czy lepton?

Cząstki można też klasyfikować według czterech podstawowych oddziaływań, w których uczestniczą. *Siła grawitacyjna* działa na *wszystkie* cząstki, ale w przypadku obiektów mniejszych od atomu jest tak mała, że można ją pominąć (przynajmniej w prowadzonych dziś badaniach). W *oddziaływaniach elektromagnetycznych* uczestniczą wszystkie cząstki mające *ładunek elektryczny*; ich skutki są powszechnie znane i mogą być w miarę potrzeby uwzględnione. W tym rozdziale z reguły będziemy pomijać oddziaływania elektromagnetyczne.

Pozostało nam *oddziaływanie silne*, które wiąże ze sobą nukleony, oraz *oddziaływanie słabe*, odpowiedzialne za rozpad β i inne podobne procesy. W oddziaływaniach słabych uczestniczą wszystkie cząstki, w oddziaływaniach silnych — tylko niektóre. Możemy więc sklasyfikować cząstki, przyjmując za kryterium ich uczestnictwo w oddziaływaniu silnym. Cząstki, które *oddziałują silnie*, nazywamy **hadronami**. Cząstki, które *nie oddziałują silnie*, lecz uczestniczą w oddziaływaniach słabych i elektromagnetycznych, to **leptony**. Protony, neutrony i piony są hadronami; elektrony i neutrina to leptony.

Wśród hadronów można dokonać dalszego podziału: niektóre z nich będące jednocześnie bozonami — na przykład pion — zaliczamy do **me-zonów**. Inne hadrony będące fermionami — na przykład proton — nazy-wamy **barionami**.

Cząstka czy antycząstka?

W roku 1928 Dirac przewidział, że elektron e^- powinien mieć swój dodatnio naładowany odpowiednik o tej samej masie i spinie. W roku 1932 Carl Anderson odkrył tę cząstkę — pozyton e^+ — w promieniowaniu kosmicznym. Z czasem fizycy zrozumieli, że *każda* cząstka ma odpowiadającą jej **antycząstkę**. Cząstki tworzące taką parę mają identyczną masę, spin i przeciwne ładunki elektryczne (o ile są naładowane) oraz inne liczby kwantowe, których jeszcze nie omawialiśmy.

Z początku pojęcie *cząstka* było zarezerwowane dla cząstek często spotykanych, jak elektrony, protony czy neutrony, a określenie *antycząstka* odnosiło się do ich rzadko występujących partnerów. Później, w przypadku cząstek nietrwałych, podziału na cząstki i antycząstki dokonywano tak, aby zachować zgodność z pewnymi prawami zachowania, które omówimy w dalszej części rozdziału. (Pewne zamieszanie wynika stąd, że czasami — jeżeli rozróżnienie nie jest istotne — cząstki i antycząstki nazywamy po prostu cząstkami). Często, chociaż nie zawsze, oznaczamy antycząstkę, umieszczając nad symbolem cząstki kreskę. Na przykład antycząstkę protonu, którego symbolem jest p — antyproton — oznaczamy, pisząc \overline{p} (czytamy to p z kreską).

Anihilacja. Kiedy cząstka spotyka antycząstkę, obydwie mogą ulec *anihilacji.* Rozumiemy przez to, że cząstka i jej antycząstka znikają, a ich całkowita energia pojawia się w innej postaci. Na przykład w wyniku anihilacji elektronu z pozytonem energię unoszą dwa fotony promieniowania γ :

$$e^- + e^+ \to \gamma + \gamma. \tag{44.5}$$

Jeżeli przed anihilacją elektron i pozyton znajdowały się w spoczynku, ich energia całkowita była równa sumie energii spoczynkowych i była równo dzielona pomiędzy obydwa fotony. Aby zachować pęd, fotony, które nie mogą znajdować się w spoczynku, muszą biec w przeciwnych kierunkach.

W CERN-ie wytwarza się obecnie i bada atomy antywodoru (składające się z antyprotonu i pozytonu, zamiast z protonu i elektronu tworzących atom wodoru). Model Standardowy przewiduje, że przejścia atomowe w atomie antywodoru powinny być takie same jak w atomie wodoru. Tym samym zaobserwowanie jakiejkolwiek różnicy podważyłoby słuszność Modelu Standardowego; takich różnic jednak, jak dotąd, nie stwierdzono. Zbiór antycząstek, takich jak atom antywodoru, jest nazywany *antymaterią* w odróżnieniu od zbioru zwykłych cząstek (*materii*). (Nazwa ta może być cokolwiek myląca, zwłaszcza gdy słowo "materia" oznaczać ma obiekty masywne). Można się zastanawiać, czy w przyszłości naukowcy i inżynierowie będą w stanie wytwarzać całe obiekty z antymaterii. Nic jednak nie wskazuje na to, by przyroda zechciała sama podjąć się tego w skali astronomicznej, gdyż wszystkie gwiazdy i galaktyki wydają się zbudowane z materii, a nie antymaterii. Jest to zastanawiająca obserwacja, gdyż można z niej wyciągnąc wniosek, że pewne cechy ewolucji wczesnego Wszechświata faworyzowały właśnie materię (i dlatego elektrony są tak powszechne, a pozytony — nie). Trzeba jednak przyznać, że przyczyna występowania tej asymetrii wciąż nie została zrozumiana.

Interludium

Zanim podejmiemy dalszy trud klasyfikacji cząstek, przez chwilę spróbujmy poczuć ducha badań i przyjrzymy się typowemu zdarzeniu, które przedstawia zdjęcie z komory pęcherzykowej (rys. 44.2a)

Widoczne ślady to pęcherzyki powstałe wzdłuż torów cząstek naładowanych poruszających się w komorze wypełnionej ciekłym wodorem. Cząstkę pozostawiającą dany ślad można zidentyfikować — między in-



Rys. 44.2. a) Zdjęcie z komory pęcherzykowej przedstawiające serię zdarzeń zainicjowanych przez antyproton, który wszedł do komory z lewej strony. b) Te same tory naszkicowane i opisane dla większej przejrzystości. Punkty 1 i 2 wskazują miejsca zdarzeń, które opisano w tekście. c) Tory cząstek są zakrzywione przez pole magnetyczne w komorze, które odchyla poruszające się cząstki naładowane

242 ROZDZIAŁ 44. KWARKI, LEPTONY I WIELKI WYBUCH

Cząstka	Symbol	Ładunek q	Masa [MeV/c ²]	Spin s	Тур	Średni czas życia [s]	Antycząstka
neutrino	ν	0	$\leq 10^{-7}$	$\frac{1}{2}$	lepton	cząstka trwała	\overline{v}
elektron	e	-1	0,511	$\frac{1}{2}$	lepton	cząstka trwała	e ⁺
mion	μ^{-}	-1	105,7	$\frac{1}{2}$	lepton	$2,2 \cdot 10^{-6}$	μ^+
pion	π^+	+1	139,6	0	mezon	$2,6 \cdot 10^{-8}$	π^{-}
proton	р	+1	938,3	$\frac{1}{2}$	barion	cząstka trwała	p

Tabela 44.1. Cząstki i antycząstki uczestniczące w zdarzeniu przedstawionym na rysunku 44.2

nymi — mierząc względne odległości pomiędzy pęcherzykami. Komora znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym, które zakrzywia tory cząstek o ładunku dodatnim przeciwnie do kierunku ruchu wskazówek zegara, a cząstek o ładunku ujemnym zgodnie z tym kierunkiem. Mierząc promień krzywizny toru, można wyznaczyć pęd cząstki, która go pozostawiła. W tabeli 44.1 podano właściwości cząstek i antycząstek uczestniczących w zdarzeniu przedstawionym na rysunku 44.2a, także tych, które nie zostawiły widocznego śladu. Zgodnie z przyjętą praktyką masy cząstek w tabeli 44.1 — i we wszystkich innych tabelach w tym rozdziale — zostały wyrażone w jednostkach MeV/ c^2 . Korzystamy z tych jednostek, ponieważ energie spoczynkowe cząstek są potrzebne o wiele częściej niż ich masy. Jak widać, masa protonu podana w tabeli 44.1 jest równa 938,3 MeV/ c^2 . Aby uzyskać energię spoczynkową protonu, wartość tę mnożymy przez c^2 i otrzymujemy wartość 938,3 MeV.

Podstawowymi narzędziami analizy zdjęć, takich jak to z rysunku 44.2a, są prawa zachowania energii, pędu, momentu pędu, ładunku elektrycznego i innych wielkości, których jeszcze nie omawialiśmy. Fotografia na rysunku 44.2a jest w rzeczywistości jedną z dwóch składowych zdjęcia stereoskopowego, które umożliwia analizę zdarzenia w trzech wymiarach.

Ciąg zdarzeń przedstawiony na rysunku 44.2a został zapoczątkowany przez wysokoenergetyczny antyproton (\overline{p}), wytworzony w akceleratorze w Lawrence Berkeley Laboratory, który wszedł do komory z lewej strony. Rozpatrywana sekwencja obejmuje trzy oddzielne zdarzenia; pierwsze zaszło w punkcie 1 na rysunku 44.2b, drugie w punkcie 2, a trzecie — poza przedstawionym polem widzenia. Przyjrzyjmy się bliżej każdemu z nich:

 Anihilacja protonu i antyprotonu. W punkcie 1 (rys. 44.2b) padający antyproton (tor niebieski) zderzył się z protonem ciekłego wodoru, który znajdował się komorze. W rezultacie nastąpiła anihilacja obydwu cząstek. Możemy stwierdzić, że antyproton się poruszał, ponieważ większość cząstek powstałych w wyniku anihilacji rozbiegła się do przodu — na rysunku 44.2 w prawo. Z zasady zachowania pędu wynika, że pęd antyprotonu w chwili anihilacji musiał być skierowany w tę samą stronę. Ponieważ widoczne cząstki są naładowane i poruszają się w polu magnetycznym, z zakrzywienia ich torów można wnioskować, czy są one naładowane ujemnie (jak padający antyproton), czy dodatnio (rys. 44.2c).

Całkowita energia w procesie zderzenia antyprotonu i protonu jest sumą energii kinetycznej antyprotonu i dwóch (jednakowych) energii spoczynkowych cząstek (2 · 938,3 MeV, czyli 1876,6 MeV). Energia ta wystarcza, aby powstało kilka lżejszych cząstek nawet o pewnej energii kinetycznej. W naszym przypadku w wyniku anihilacji powstały cztery piony dodatnie (tory czerwone na rysunku 44.2b) i cztery piony ujemne (tory zielone). (Dla uproszczenia przyjmiemy, że nie powstały fotony γ , które nie zostawiają śladów w komorze, ponieważ nie mają ładunku elektrycznego). Proces anihilacji można więc zapisać w postaci równania

$$p + \overline{p} \to 4\pi^+ + 4\pi^-. \tag{44.6}$$

Jak widać z tabeli 44.1, piony dodatnie (π^+) są *cząstkami*, a piony ujemne (π^-) *antycząstkami*. Reakcja zapisana za pomocą równania (44.6) jest przykładem *oddziaływania silnego*, ponieważ wszystkie uczestniczące w niej cząstki są hadronami.

Sprawdzimy teraz, czy w reakcji jest zachowany ładunek elektryczny. W tym celu ładunek elektryczny cząstki zapiszemy w postaci iloczynu qe, gdzie q jest **liczbą kwantową ładunku elektrycznego**. Sprawdzenie, czy ładunek elektryczny w reakcji jest zachowany, sprowadza się do porównania sum opisujących go liczb kwantowych dla cząstek w stanie początkowym i końcowym. W reakcji (44.6) całkowity ładunek w stanie początkowym wynosi 1 + (-1), czyli 0, a w stanie końcowym $4 \cdot (1) + 4 \cdot (-1)$, czyli także 0. Widzimy więc, że ładunek *jest* zachowany.

Z zasady zachowania energii wynika, że energia dostępna w procesie anihilacji p- \overline{p} jest nie mniejsza niż suma energii spoczynkowych protonu i antyprotonu, wynosząca 1876,6 MeV. Energia spoczynkowa pionu to 139,6 MeV, a więc łączna energia spoczynkowa ośmiu powstałych pionów jest równa 8 · 139,6 MeV, czyli 1116,8 MeV. Pozostałą energię, czyli około 760 MeV, osiem pionów przejmuje w postaci energii kinetycznej. Nie ma więc problemów ze spełnieniem zasady zachowania energii.

2. *Rozpad pionu*. Piony są cząstkami nietrwałymi; średni czas życia pionów naładowanych wynosi $2,6 \cdot 10^{-8}$ s. W punkcie 2 na rysunku 44.2b jeden z pionów dodatnich zatrzymuje się w komorze i ulega samorzutnemu rozpadowi na antymion μ^+ (tor fioletowy) i neutrino v:

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu. \tag{44.7}$$

Neutrino, które nie ma ładunku, nie zostawia śladu w komorze. Zarówno antymion, jak i neutrino są leptonami, czyli cząstkami, które nie oddziałują silnie. Dlatego reakcja przedstawiona w równaniu (45.7) jest przykładem *oddziaływania słabego*.

Zastanówmy się teraz nad zachowaniem energii w tym procesie rozpadu. Z tabeli 44.1 wynika, że energia spoczynkowa antymionu jest równa 105,7 MeV, a więc różnica 139,6 MeV – 105,7 MeV, czyli 33,9 MeV, może być przekazana antymionowi i neutrinu w postaci energii kinetycznej.

Sprawdzimy teraz, czy w reakcji (44.7) zachowany jest spin. W tym celu musimy zbadać, czy w zachodzącym procesie wypadkowa składowa S_z spinu w kierunku osi z jest zachowywana. Spinowe liczby kwantowe *s* cząstek uczestniczących w reakcji to: 0 dla pionu π^+ oraz $\frac{1}{2}$ dla antymionu μ^+ i neutrina ν . Dlatego składowa S_z dla π^+ jest równa $0\hbar$, a dla μ^+ i ν może przyjmować wartości $+\frac{1}{2}\hbar$ albo $-\frac{1}{2}\hbar$.

Wypadkowa składowa S_z jest zachowana w reakcji (44.7), o ile istnieje *pewien* sposób, by wartość początkowa S_z (= 0 \hbar) była równa sumarycznej wartości S_z w stanie końcowym. Widzimy, że jeżeli dla jednej z powstałych cząstek, nieważne czy μ^+ , czy może v, będziemy mieć $S_z = +\frac{1}{2}\hbar$, a dla drugiej $S_z = -\frac{1}{2}\hbar$, to wartość wypadkowa w stanie końcowym wyniesie 0 \hbar . Jak widać, wartość S_z może być zachowana, a więc proces rozpadu opisany równaniem (44.7) *może* zachodzić.

Z równania (44.7) wynika też, że w reakcji jest zachowany ładunek, ponieważ w stanie początkowym jest równy +1, a w stanie końcowym wynosi +1 + 0 = +1.

Rozpad mionu. Miony (obojętnie czy μ⁺, czy μ⁻) są nietrwałe i ulegają rozpadowi ze średnim czasem życia 2,2 · 10⁻⁶ s. Chociaż nie zostało to uwidocznione na rysunku 44.2b, mion powstały w wyniku reakcji (44.7) zatrzymuje się i rozpada samorzutnie zgodnie z równaniem

$$\mu^+ \to e^+ + \nu + \overline{\nu}. \tag{44.8}$$

Energia spoczynkowa antymionu jest równa 105,7 MeV, a pozytonu zaledwie 0,511 MeV, co umożliwia przekazanie trzem cząstkom powstałym w rozważanym rozpadzie 105,2 MeV w postaci energii kinetycznej.

Możecie zapytać, dlaczego w równaniu (44.8) występują *dwa* neutrina. Skąd wiadomo, że nie wystarczy jedno, jak w przypadku reakcji rozpadu pionu opisanej równaniem (44.7)? Jedna z możliwych odpowiedzi brzmi, że spinowe liczby kwantowe mionu, pozytonu i neutrina są równe $\frac{1}{2}$; jedno neutrino nie wystarczyłoby więc, aby w reakcji (44.8) zachować składową S_z spinu. W podrozdziale 44.2 podamy jeszcze jeden powód występowania dwóch neutrin.

Przykład 44.01. Pęd i energia kinetyczna w rozpadzie pionu

Spoczywający pion dodatni rozpada się zgodnie z równaniem

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu.$$

Ile wynosi energia kinetyczna antymionu μ^+ ? Ile wynosi energia kinetyczna neutrina?

PODSTAWOWE FAKTY

W procesie rozpadu musi być zachowana całkowita energia i pęd układu.

Zachowanie energii: Zacznijmy od zapisania w postaci równania zasady zachowania energii (energia spoczynkowa mc^2 plus energia kinetyczna E_k) dla reakcji rozpadu:

$$m_{\pi}c^2 + E_{k\pi} = m_{\mu}c^2 + E_{k\mu} + m_{\nu}c^2 + E_{k\nu}.$$

Ponieważ ulegający rozpadowi pion spoczywał, jego energia kinetyczna $E_{k_{\pi}}$ jest równa 0. Podstawiając podane w tabeli 44.1 wartości mas m_{π} , m_{μ} i m_{ν} , stwierdzamy, że

$$E_{k\mu} + E_{k\nu} = m_{\pi}c^2 - m_{\mu}c^2 - m_{\nu}c^2$$

= 139,6 MeV - 105,7 MeV - 0
= 33,9 MeV, (44.9)

gdzie masę neutrina przyjęliśmy za równą zeru.

Zachowanie pędu: Równanie (44.9) nie pozwala niezależnie od siebie wyznaczyć wartości $E_{k\mu}$ oraz $E_{k\nu}$ i dlatego musimy skorzystać z zasady zachowania pędu. Ponieważ w chwili rozpadu pion spoczywał, powstałe w rozpadzie cząstki — mion i neutrino — muszą poruszać się w przeciwnych kierunkach. Przyjmijmy, że ich ruch zachodzi wzdłuż pewnej osi. Składowe pędu cząstek uczestniczących w reakcji muszą więc spełniać zależność

$$p_{\pi} = p_{\mu} + p_{\nu},$$

a ponieważ $p_{\pi} = 0$,

$$p_{\mu} = -p_{\nu}.$$
 (44.10)

Związek między energią kinetyczną i pędem: Wartości pędów p_{μ} i $-p_{\nu}$ chcemy teraz powiązać z energiami kinetycznymi $E_{k_{\mu}}$ i $E_{k_{\nu}}$, co umożliwi nam wyznaczenie ich wartości. Ponieważ nie mamy podstaw, aby założyć, że do opisania ruchu mionu i neutrina wystarczy przybliżenie nierelatywistyczne, skorzystamy z równania (37.54), które w ramach szczególnej teorii względności opisuje zależność pomiędzy pędem a energią kinetyczną:

$$(pc)^2 = E_k^2 + 2E_kmc^2.$$
 (44.11)

Z równania (44.10) wynika, że

$$(p_{\mu}c)^2 = (p_{\nu}c)^2.$$
 (44.12)

Podstawiając równanie (44.11) do lewej i prawej strony równania (44.12), otrzymamy

$$E_{k\mu}^{2} + 2E_{k\mu}m_{\mu}c^{2} = E_{k\nu}^{2} + 2E_{k\nu}m_{\nu}c^{2}.$$

Przybliżając masę neutrina przez zero (zgodnie z tabelą 44.1) oraz uwzględniając fakt, że $E_{k\nu} = 33.9 \text{ MeV} - E_{k\mu}$ (z równania (44.9)) i rozwiązując równanie względem $E_{k\mu}$, otrzymujemy rozwiązanie

$$E_{k\mu} = \frac{(33,9 \text{ MeV})^2}{(2)(33,9 \text{ MeV} + m_{\mu}c^2)}$$

= $\frac{(33,9 \text{ MeV})^2}{(2)(33,9 \text{ MeV} + 105, 7 \text{ MeV})}$
= 4,12 MeV (odpowiedź).

Następnie, korzystając z równania (44.9), obliczamy energię kinetyczną neutrina:

$$E_{k\nu} = 33.9 \text{ MeV} - E_{k\mu} = 33.9 \text{ MeV} + 4.12 \text{ MeV}$$

= 29.8 MeV (odpowiedź).

Widzimy, że chociaż pędy obydwu cząstek są równe, neutrino otrzymuje większą część energii kinetycznej (88%).

Przykład 44.02. Energia wydzielana w zderzeniu proton-pion

Nieruchome protony w komorze pęcherzykowej są bombardowane wysokoenergetycznymi pionami ujemnymi, w wyniku czego zachodzi następująca reakcja:

$$\pi^- + p \to K^- + \Sigma^+$$

Energie spoczynkowe cząstek występujących w równaniu są równe:

π^{-}	139,6 MeV	K^{-}	493,7 MeV
р	938,3 MeV	Σ^+	1189,4 MeV

Jaka jest wartość energii Q wydzielanej w wyniku reakcji?

PODSTAWOWE FAKTY

Energię wydzieloną w reakcji można obliczyć, korzystając z równania

$$Q = \begin{pmatrix} \text{całkowita początkowa} \\ \text{energia spoczynkowa} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{całkowita końcowa} \\ \text{energia spoczynkowa} \end{pmatrix}$$

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Obliczenia: Dla rozważanej reakcji mamy

$$Q = (m_{\pi}c^{2} + m_{p}c^{2}) - (m_{K}c^{2} + m_{\Sigma}c^{2})$$

= (139,6 MeV + 938,3 MeV)
- (439,7 MeV + 1189,4 MeV)
= -605 MeV (odpowiedź).

Znak minus oznacza, że proces jest *endotermiczny*, czyli energia kinetyczna padającego pionu (π^-) musi przekraczać pewną wartość progową, aby reakcja mogła zajść. Energia progowa musi być większa niż 605 MeV, ponieważ z zasady zachowania pędu (i faktu, że padający pion ma pęd) wynika, że kaon (K^-) i cząstka sigma (Σ^+) muszą nie tylko powstać, ale także uzyskać pewną energię kinetyczną. Obliczenia w ramach mechaniki relatywistycznej, które w szczegółach wykraczają poza nasze możliwości, pozwalają stwierdzić, że energia progowa rozpatrywanej reakcji jest równa 907 MeV.

44.2. LEPTONY, HADRONY I DZIWNOŚĆ

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 44.09 stwierdzić, że istnieje sześć leptonów (i antycząstki każdego z nich) pogrupowanych w trzy rodziny, z których każda zawiera inny rodzaj neutrina;
- 44.10 stwierdzić, sprawdzając zachowanie całkowitej liczby leptonowej i liczby leptonowe dla poszczególnych rodzin, czy dany proces z udziałem cząstek elementarnych może zachodzić;
- 44.11 stwierdzić, że istnieje liczba kwantowa zwana liczbą barionową; jest ona przypisana barionom;

Podstawowe fakty

• Cząstki i antycząstki dzielimy na dwa główne rodzaje: leptony i hadrony. Te ostatnie możemy dalej podzielić na mezony i bariony.

• Trzy leptony (elektron, mion i taon) mają ładunek elektryczny równy –*e*. Istnieją także trzy pozbawione ładunku neutrina (które także są leptonami), odpowiadające leptonom naładowanym. Antycząstki naładowanych leptonów mają ładunek dodatni.

 Aby wyjaśnić, jakie reakcje leptonów są możliwe, a jakie nie, wprowadza się liczbę leptonową, która musi być zachowana we wszystkich reakcjach.

Leptony mają spin połówkowy, są zatem fermionami i podle-

- 44.12 stwierdzić, sprawdzając zachowanie liczby barionowej, czy dany proces z udziałem cząstek elementarnych może zachodzić;
- **44.13** stwierdzić, że istnieje liczba kwantowa zwana dziwnością związana z niektórymi barionami i mezonami;
- 44.14 stwierdzić, że dziwność musi być zachowana w oddziaływaniach silnych (i elektromagnetycznych), ale niekoniecznie w oddziaływaniach słabych;
- 44.15 opisać diagramy ścieżki ośmiokrotnej.

gają zakazowi Pauliego.

- Bariony, w tym protony i neutrony, są hadronami o spinie połówkowym, a więc także są fermionami.
- Mezony są hadronami o spinie całkowitym, są zatem bozonami i nie podlegają zakazowi Pauliego.
- Aby wyjaśnić, jakie reakcje barionów są możliwe, a jakie nie, wprowadza się liczbę barionową, która musi być zachowana we wszystkich reakcjach.
- Bariony mają także określoną liczbę kwantową dziwności, która jest jednak zachowana jedynie w oddziaływaniach silnych.

Leptony

W tym podrozdziałe omówimy niektóre cząstki, kierując się dokonanym wcześniej ich podziałem na leptony i hadrony. Zaczniemy od leptonów, czyli cząstek, które *nie* oddziałują silnie. Dotychczas spotkaliśmy się już z powszechnie znanym elektronem i towarzyszącym mu w rozpadzie β neutrinem. Mion, którego rozpad opisuje równanie (44.8), jest kolejnym członkiem tej samej rodziny. Fizycy z czasem zrozumieli, że neutrino, które powstaje w rozpadzie mionu, *nie jest tą samą cząstką*, co neutrino emitowane w rozpadzie β , towarzyszące pojawieniu się elektronu. Pierwsze z nich nazywamy **neutrinem mionowym** (symbol ν_{μ}), a drugie **neutrinem elektronowym** (ν_e).

Wiemy, że obydwa neutrina są różnymi cząstkami, ponieważ kiedy bombardujemy tarczę wiązką neutrin mionowych (pochodzących z rozpadu pionów — równanie (44.7)), powstają *tylko miony* — nigdy elektrony. Z drugiej strony, jeżeli na tarczę skierujemy wiązkę neutrin elektronowych (emitowanych z wnętrza reaktora jądrowego w wyniku rozpadu β produktów rozszczepienia), będziemy obserwować *tylko elektrony* — nigdy miony.

Jeszcze innym leptonem jest mezon τ , **taon**, odkryty w laboratorium SLAC w 1975 roku. Jego odkrywca Martin Perl został jednym z laure-

Rodzina	Cząstka	Symbol	Masa $[MeV/c^2]$	Ładunek q	Antycząstka
elektronowa	elektron neutrino elektronowe ^b	e ⁻ _{νe}	$0,511 \\ \leqslant 10^{-7}$	$-1 \\ 0$	$\frac{e^+}{\overline{\nu}_e}$
mionowa	mion neutrino mionowe ^b	$\mu^{ u_\mu}$	$105,7 \\ \leqslant 10^{-7}$	$-1 \\ 0$	$\frac{\mu^+}{\overline{\nu}_{\mu}}$
taonowa	taon neutrino taonowe ^b	$\tau^{ u_{ au}}$	$ 1777 \\ \leqslant 10^{-7} $	$-1 \\ 0$	$\frac{\tau^+}{\overline{\nu}_{\tau}}$

Tabela 44.2. Leptony^a

^a Wszystkie leptony mają spin $\frac{1}{2}$, a więc są fermionami.

^b Masy neutrin nie zostały dotąd dokładnie wyznaczone. Ponadto, z uwagi na oscylacje neutrin nie można przypisać określonej masy neutrinom z poszczególnych rodzin.

atów Nagrody Nobla w dziedzinie fizyki w 1995 roku. Taon ma swoje własne neutrino różne od dwóch pozostałych. W tabeli 44.2 wymieniono wszystkie leptony (cząstki i antycząstki); wszystkie mają spinową liczbę kwantową *s* równą $\frac{1}{2}$.

Są powody, aby podzielić leptony na trzy rodziny, z których każda zawiera cząstkę (elektron, mion lub taon), związane z nią neutrino i odpowiadające im antycząstki. Co więcej, mamy powody, aby wierzyć, że istnieją *tylko* trzy rodziny leptonów wymienione w tabeli 44.2. Leptony nie mają wewnętrznej struktury, ani dających się zmierzyć rozmiarów. Sądzimy, że w oddziaływaniach z innymi cząstkami lub falami elektromagnetycznymi zachowują się jak idealnie punktowe cząstki elementarne.

Prawo zachowania liczby leptonowej

Z przeprowadzonych eksperymentów wynika, że w reakcjach, w których uczestniczą leptony, jest spełnione prawo zachowania liczby kwantowej nazywanej **liczbą leptonową** *L*. Każdej cząstce z tabeli 44.2 przypisano liczbę L = +1, a odpowiadającej jej antycząstce L = -1. Wszystkie inne cząstki, które nie są leptonami, mają liczbę leptonową równą zeru, L = 0. Z eksperymentów wynika ponadto, że

We wszystkich oddziaływaniach całkowita liczba leptonowa jest zachowywana.

Ten fakt doświadczalny jest znany jako **prawo zachowania liczby leptonowej**. Nie wiemy, *dlaczego* to prawo jest spełnione, możemy jedynie powiedzieć, że wchodzi ono w skład praw przyrody opisujących nasz Wszechświat.

W zasadzie możemy określić trzy liczby leptonowe, po jednej dla każdej z rodzin leptonów: elektronową liczbę leptonową L_e , mionową liczbę leptonową L_{μ} i taonową liczbę leptonową L_{τ} . W praktycznie wszystkich oddziaływaniach każda z tych liczb jest zachowywana z osobna. Ważnym wyjątkiem od tej reguły są pewne oddziaływania neutrin. Z powodów, których nie możemy tutaj szczegółowo omówić, fakt, że neutrina mają masę, oznacza, że na długich dystansach mogą one "oscylować" pomiędzy różnymi rodzajami. Występowanie takich oscylacji wyjaśnia, między innymi, dlaczego do powierzchni Ziemi dociera zaledwie jedna trzecia oczekiwanej liczby neutrin elektronowych produkowanych w Słońcu w procesach fuzji proton–proton (rys. 43.11), reszta natomiast zamienia się po drodze na inne rodzaje neutrin. To właśnie zjawisko oscylacji nie pozwala na bezwzględne zachowanie poszczególnych liczb leptonowych dla neutrin. W książce tej nie będziemy się jednak zajmować oscylacjami, toteż możemy przyjąć, że poszczególne liczby leptonowe są zachowane.

Jako przykład zastosowania tych praw zachowania rozważymy rozpad antymionu przedstawiony w równaniu (44.8), które teraz możemy zapisać dokładniej,

$$\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \overline{\nu}_{\mu}. \tag{44.13}$$

Najpierw przyjrzymy się temu równaniu z punktu widzenia jednej z rodzin leptonów, którą stanowią miony. Antymion μ^+ jest antycząstką (tabela 44.2) i dlatego jego mionowa liczba leptonowa $L_{\mu} = -1$. Dwie cząstki e⁺ i v_e nie należą do rodziny mionów, a więc w ich przypadku $L_{\mu} = 0$. Po prawej stronie pozostało nam antyneutrino $\bar{\nu}_{\mu}$, którego mionowa liczba leptonowa $L_{\mu} = -1$. Jak widać, po obydwu stronach równania (44.13) mamy tę samą sumaryczną wartość mionowej liczby leptonowej $L_{\mu} = -1$; gdyby tak nie było, cząstka μ^+ nie mogłaby ulec rozpadowi zgodnie z podanym równaniem.

Po lewej stronie równania (44.13) nie występują żadne cząstki z elektronowej rodziny leptonów, a więc elektronowa liczba leptonowa musi być równa zeru, $L_e = 0$. Po prawej stronie tego równania mamy pozyton, który jest antycząstką (tabela 44.2), a więc jego elektronowa liczba leptonowa wynosi $L_e = -1$. Dla neutrina elektronowego będącego cząstką $L_e = +1$. Widzimy więc, że po prawej stronie równania (44.13) sumaryczna elektronowa liczba leptonowa jest równa 0. W rozpatrywanym procesie elektronowa liczba leptonowa jest więc zachowana.

W równaniu (44.13) nie występują leptony należące do rodziny taonowej, a więc nie ulega wątpliwości, że dla obydwu stron mamy $L_{\tau} = 0$. Przekonaliśmy się, że kwantowe liczby leptonowe $L_{\rm e}$, L_{μ} i L_{τ} nie zmieniają się w procesie rozpadu opisanym równaniem (44.13), a ich wartości są odpowiednio równe -1, 0 i 0.

Sprawdzian 1

a) Mezon π^+ rozpada się w procesie $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$. Do której rodziny leptonów należy neutrino ν ? b) Czy wspomniane neutrino jest cząstką, czy antycząstką? c) Jaka jest wartość jego liczby leptonowej?

Hadrony

Jesteśmy już gotowi, by zająć się hadronami (barionami i mezonami) — cząstkami, które między sobą oddziałują silnie. Na początek uzupełnimy listę praw zachowania o nową pozycję — prawo zachowania liczby bario-nowej.

Aby wytłumaczyć jego istotę, rozważymy proces rozpadu protonu

$$p \to e^+ + \nu_e. \tag{44.14}$$

W rzeczywistości proces ten *nigdy* nie zachodzi. Powinniśmy się z tego cieszyć, bo w przeciwnym razie wszystkie protony we Wszechświecie stopniowo zamieniłyby się w pozytony, z katastrofalnymi dla nas konsekwencjami. Zauważmy jednak, że proces ten nie narusza zasady zachowania energii, pędu ani liczby leptonowej.

Obserwowaną trwałość protonu — a także niewystępowanie wielu innych procesów, które zachodziłyby, gdyby proton był nietrwały — tłumaczymy, wprowadzając nową liczbę kwantową — **liczbę barionową** *B* i nowe prawo zachowania — **prawo zachowania liczby barionowej**:

 \bigcirc

Każdemu barionowi przypisujemy liczbę B = +1, każdemu antybarionowi liczbę B = -1, a pozostałym cząstkom B = 0. Proces nie jest dozwolony, jeżeli powodowałby zmianę sumarycznej liczby barionowej uczestniczących w nim cząstek.

Spośród cząstek występujących w równaniu (44.14) proton ma liczbę barionową B = +1, a pozyton i neutrino B = 0. Widzimy więc, że w reakcji nie byłaby zachowana liczba barionowa i dlatego nie może ona zachodzić.

Sprawdzian 2

Nigdy nie obserwuje się następującej reakcji rozpadu neutronu:

 $n \rightarrow p + e^{-}$.

Która z wymienionych zasad zachowania jest łamana w tym rozpadzie: a) energii, b) momentu pędu, c) pędu, d) ładunku, e) liczby leptonowej, f) liczby barionowej? Masy cząstek wynoszą: $m_n = 939,6 \text{ MeV}/c^2$, $m_p = 938,3 \text{ MeV}/c^2$ oraz $m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$.

Jeszcze jedno prawo zachowania

Cząstki mają jeszcze inne właściwości, oprócz tych wymienionych już wcześniej: masy, ładunku, spinu, liczby leptonowej i liczby barionowej. Pierwszą z tych właściwości odkryto, kiedy naukowcy zauważyli, że pewne nowe cząstki, jak kaon (K) czy sigma (Σ), zawsze powstają parami. Wydawało się, że w żadnym procesie nie można wytworzyć tylko jednej z tych cząstek. Na przykład, jeżeli wiązka wysokoenergetycznych pionów oddziałuje z protonami obecnymi w komorze pęcherzykowej, często obserwujemy reakcję

$$\pi^+ + p \to K^+ + \Sigma^+.$$
 (44.15)

Natomiast reakcja

$$\pi^+ + p \to p^+ + \Sigma^+,$$
 (44.16)

która nie łamie żadnego ze znanych w początkach badań nad cząstkami elementarnymi praw zachowania, nie zachodzi nigdy.

W końcu wysunięto hipotezę (uczynili to Murray Gell-Mann z USA i niezależnie K. Nishijima z Japonii), że niektóre cząstki mają nową właściwość, która otrzymała nazwę **dziwność**. Dziwność ma własną liczbę kwantową *S* oraz prawo jej zachowania. (Musicie uważać, aby nie pomylić występującego tu symbolu *S* z symbolem spinu). Określenie *dziwność* wzięło się stąd, że jeszcze przed dokonaniem jednoznacznej identyfikacji cząstek nazywano je "cząstkami dziwnymi" i to określenie do nich przywarło.

W przypadku protonu, neutronu i pionu S = 0, co oznacza, że nie są to cząstki "dziwne". Wysunięto hipotezę, że dla kaonu K⁺ mamy S =+1, a dla cząstki Σ^+ zachodzi S = -1. W reakcji (44.16) sumaryczna dziwność w stanie początkowym i końcowym jest równa 0. Ale w reakcji (44.17) w stanie końcowym wypadkowa dziwność ma wartość -1; tym samym reakcja nie zachowuje dziwności i dlatego nie może ona zachodzić. Jest oczywiste, że na listę praw zachowania musimy wpisać jeszcze jedną pozycję — **prawo zachowania dziwności**:

Dziwność jest zachowywana w oddziaływaniach silnych.

Cząstki dziwne są produkowane (szybko) jedynie w oddziaływaniach silnych i jedynie parami. Po wyprodukowaniu rozpadają się one (powoli) wskutek oddziaływań słabych; w rozpadach tych dziwność nie jest zachowana.

Wprowadzanie nowej właściwości cząstek tylko po to, aby wytłumaczyć ich zagadkowe zachowanie, jak, na przykład, zachodzenie tylko jednej z reakcji (44.16) i (44.17), mogło wydawać się mało eleganckie. Jednakże pojęcie dziwności szybko pomogło rozwiązać wiele innych zagadek. Niech was nie zwiedzie mało poważne brzmienie nazwy. Dziwność nie jest ani trochę bardziej tajemniczą właściwością cząstek niż ładunek. Obydwie te właściwości cząstki mogą mieć lub nie. Każdą opisuje liczba kwantowa. Każda też jest związana z prawem zachowania. Odkryto jeszcze inne właściwości cząstek, nadając im jeszcze bardziej podejrzane nazwy, jak *piękno* czy *powab*, ale zawsze są to pełnoprawne wielkości. Aby poprzeć to przykładem, opiszemy, jak dziwność pomogła fizykom zrozumieć ważne prawidłowości wśród cząstek elementarnych.

Ścieżka ośmiokrotna

Mamy osiem barionów — w tym neutron i proton, których spinowa liczba kwantowa jest równa $\frac{1}{2}$. Niektóre ich właściwości podano w tabeli 44.3. Na rysunku 44.3a przedstawiono fascynujący obraz, który ujrzymy, jeżeli wykreślimy zależność dziwności tych barionów od ich ładunku, przedstawiając ładunek na osi skośnej. Sześć spośród ośmiu barionów tworzy sześciokąt foremny, a dwa pozostałe leżą w jego środku.

Przejdźmy teraz od hadronów zwanych barionami do innych hadronów — mezonów. Dziewięć takich cząstek o spinie 0 wymieniono w tabeli 44.4. Jeżeli przedstawimy je na takim samym wykresie zależności dziwności od ładunku, jak ten, który wykonaliśmy dla barionów, ujrzymy taki sam fascynujący obraz! Te i podobne diagramy są częścią formalizmu ścieżki



K q = -1 q = 0 q = +1 g = -1 g = 0 g = +1 g = 0 g = -1 g = -1

przedstawiający osiem barionów o spinie $\frac{1}{2}$ wymienionych w tabeli 44.3. Cząstki są oznaczone jako kółka na wykresie dziwność–ładunek. Do przedstawienia kwantowej liczby ładunkowej użyto osi skośnej. b) Analogiczny schemat dla dziewięciu mezonów o spinie 0 wymienionych w tabeli 44.4

ośmiokrotnej², który w 1961 roku wymyślili niezależnie od siebie Murray Gell-Mann z California Institute of Technology i Yuval Ne'eman z Imperial College w Londynie. Dwa schematy z rysunku 44.3 reprezentują liczniejszą grupę symetrycznych diagramów, które pozwalają przedstawiać bariony i mezony.

Analogiczny diagram dla *dziesięciu* barionów o spinie $\frac{3}{2}$ (nie został tu przedstawiony) przypomina ustawione w trójkąt kręgle. Jednak, kiedy po raz pierwszy zaproponowano taki układ, znano tylko dziewieć czastek z tej grupy; brakowało jednej, która znajduje sie w wysunietym wierzchołku. W roku 1962 Gell-Mann, opierając się na swojej teorii i kierując się wymaganiami symetrii, powiedział mniej wiecej tak:

Twierdzę, że istnieje barion o spinie $\frac{3}{2}$, ładunku -1, dziwności -3 i energii spoczynkowej około 1680 MeV. Jeżeli poszukacie czastki omega minus (proponuję, żeby ją tak nazwać), powinniście ją znaleźć.

Zespół fizyków z Brookhaven National Laboratory, którym kierował Nicholas Samios, podjął wyzwanie i odnalazł "brakującą" cząstkę. Nic nie daje większego zaufania do teorii niż szybkie eksperymentalne potwierdzenie jej przewidywań.

Tabela 44.3. Osiem barionów o spinie $\frac{1}{2}$

Tabela	44.4.	Dziewięć	mezonów ^a	o spinie 0
--------	-------	----------	----------------------	------------

Czastka	Symbol	Masa	Liczby kwantowe	
OZųbinu		$[MeV/c^2]$	ładunek q	dziwność S
proton	р	938,3	+1	0
neutron	n	939,6	0	0
lambda	Λ^0	1115,6	0	-1
sigma	Σ^+	1189,4	+1	-1
sigma	Σ^0	1192,5	0	-1
sigma	Σ^{-}	1197,3	-1	-1
ksi	Ξ^0	1314,9	0	-2
ksi	Ξ^{-}	1321,3	-1	-2

Czastka	Symbol	Masa $[MeV/c^2]$	Liczby kwantowe		
Cząstka			ładunek q	dziwność S	
pion	π	135,0	0	0	
pion	π^+	139,6	+1	0	
pion	π^{-}	139,6	-1	0	
kaon	K^+	493,7	+1	+1	
kaon	K-	493,7	-1	-1	
kaon	K ⁰	497,7	0	+1	
kaon	$\overline{\mathrm{K}}^{\mathrm{0}}$	497,7	0	-1	
eta	η	547,5	0	0	
eta prim	η'	957,8	0	0	

^a Wszystkie mezony są bozonami o spinach 0, 1, 2, ... Wszystkie mezony wymienione w tej tabeli mają spin 0.

Diagramy formalizmu ścieżki ośmiokrotnej są dla fizyki cząstek elementarnych tym samym, czym układ okresowy dla chemii. W obydwu przypadkach obserwujemy pewien porządek, a wszelkie puste miejsca (nieznane cząstki lub pierwiastki) widać wyraźnie; ukierunkowuje to poszukiwania uczonych. W przypadku układu okresowego, już samo jego istnienie sugerowało, że atomy nie są cząstkami elementarnymi, lecz mają wewnętrzną strukturę. Podobnie diagramy wykonywane dla cząstek przemawiają za istnieniem wewnętrznej struktury barionów i mezonów, która odpowiadałaby za ich właściwości. Taka strukturę wyjaśnia model kwarkowy, który teraz omówimy.

²Termin odwołuje się do mistycyzmu Wschodu. Liczba osiem oznacza osiem liczb kwantowych (w podręczniku definiujemy tylko niektóre z nich), które występują w wykorzystującej symetrię teorii tłumaczącej diagramy (przyp. tłum.).

Przykład 44.03. Rozpad protonu: zachowanie liczb kwantowych, energii i pędu

Sprawdź, czy spoczywający proton może ulec następującemu rozpadowi:

$$p \to \pi^0 + \pi^+.$$

Właściwości protonu i pionu π^+ podano w tabeli 44.1. Pion π^0 ma zerowy ładunek i spin, a jego energia spoczynkowa wynosi 135,0 MeV.

PODSTAWOWE FAKTY

Trzeba sprawdzić, czy proponowany rozpad nie łamie omówionych dotąd praw zachowania.

Ładunek elektryczny: Widzimy, że liczba kwantowa opisująca ładunek elektryczny w stanie początkowym jest równa +1, a w stanie końcowym 0 + 1, czyli także +1. Ładunek elektryczny jest więc zachowany w rozważanym procesie. Liczba leptonowa jest także zachowana, ponieważ żadna z trzech cząstek nie jest leptonem, a więc każda liczba leptonowa jest równa zeru.

Pęd: Nie ma również problemów z zachowaniem pędu. Ponieważ proton spoczywa, jego pęd jest równy zeru. Wystarczy więc, że obydwa piony będą poruszać się w przeciwne strony z tym samym pędem, aby ich całkowity pęd był równy zeru. Fakt, że pęd *może* być zachowany, oznacza, że proces nie łamie zasady zachowania pędu.

Energia: Czy jest dość energii, aby rozpad mógł zajść? Ponieważ proton spoczywa, trzeba sprawdzić, czy jego

Przykład 44.04. Rozpad cząstki Ξ^- : zachowanie liczb kwantowych

Cząstka o nazwie ksi-minus i symbolu Ξ^- rozpada się zgodnie z równaniem

$$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-.$$

Cząstki Λ^0 (lambda zero) i π^- są nietrwałe. Następujące rozpady zachodzą kaskadowo, aż powstaną stosunkowo trwałe cząstki:

$$\Lambda^0 \to p + \pi^-, \quad \pi^- \to \mu^- + \overline{\nu}_{\mu}, \quad \mu^- \to e^- + \nu_{\mu} + \overline{\nu}_{e},$$

a) Czy cząstka Ξ^- jest leptonem, czy hadronem? Jeżeli poprawna jest druga odpowiedź, to czy jest ona barionem, czy mezonem?

PODSTAWOWE FAKTY

(1) Istnieją trzy rodziny leptonów (tabela 44.2) i cząstka Ξ^- nie należy do żadnej z nich. Tym samym Ξ^- musi

energia spoczynkowa wystarczy na energie spoczynkowe i energie kinetyczne pionów. Przekonamy się o tym, obliczając wartość energii Q rozpadu:

$$Q = \begin{pmatrix} \text{całkowita początkowa} \\ \text{energia spoczynkowa} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{całkowita końcowa} \\ \text{energia spoczynkowa} \end{pmatrix}$$
$$= m_{\rm p}c^2 - (m_0c^2 - m_{\pi}c^2)$$
$$= 938,3 \text{ MeV} - (135,0 \text{ MeV} + 139,6 \text{ MeV})$$
$$= 663,7 \text{ MeV}.$$

Dodatnia wartość Q mówi, że początkowa energia spoczynkowa jest większa od końcowej energii spoczynkowej. Proton ma więc dość energii, aby rozpaść się na dwa piony.

Spin: Czy spin jest zachowany w procesie rozpadu? Trzeba sprawdzić, czy składowa S_z spinu wzdłuż dowolnej osi z może być zachowana w rozpadzie. Kwantowe liczby spinowe s cząstek uczestniczących w reakcji to $\frac{1}{2}$ dla protonu i 0 dla obydwu pionów. Oznacza to, że w przypadku protonu składowa S_z może przyjąć wartość $+\frac{1}{2}\hbar$ lub $-\frac{1}{2}\hbar$, a dla obydwu pionów jest równa 0 \hbar . Widzimy więc, że wartość S_z nie może być zachowana i proponowany rozpad protonu nie może zachodzić.

Liczba barionowa: W rozpadzie nie jest także zachowana liczba barionowa: proton ma liczbę barionową B = +1, a obydwa piony liczby barionowe B = 0. Niezachowanie liczby barionowej jest kolejną przyczyną uniemożliwiającą proponowany rozpad.

być hadronem. (2) Aby odpowiedzieć na drugie pytanie, musimy wyznaczyć liczbę barionową cząstki Ξ^- . Jeżeli jest ona równa +1 lub -1, to Ξ^- jest barionem. Jeżeli jest ona równa 0, to Ξ^- jest mezonem.

Liczba barionowa: Aby się o tym przekonać, napiszemy sumaryczny schemat rozpadu Ξ^- na stosunkowo trwałe produkty:

$$\Xi^- \to \mathbf{p} + 2(\mathbf{e}^- + \overline{\mathbf{v}}_{\mathbf{e}}) + 2(\mathbf{v}_{\mu} + \overline{\mathbf{v}}_{\mu}). \tag{44.17}$$

Po prawej stronie równania mamy proton o liczbie barionowej +1 oraz elektrony i neutrina, których liczby barionowe są równe 0. Sumaryczna wartość liczby barionowej po prawej stronie równania jest równa +1. Taka sama musi być liczba barionowa cząstki Ξ^- , która samodzielnie występuje po lewej stronie równania. Dochodzimy więc do wniosku, że Ξ^- jest barionem. **b**) Czy w procesie rozpadu są zachowane trzy liczby leptonowe?

PODSTAWOWE FAKTY

W każdym procesie musi być z osobna zachowana liczba leptonowa dla każdej rodziny leptonów z tabeli 44.2.

Liczba leptonowa: Rozważmy najpierw elektronową liczbę leptonową L_e , która wynosi +1 dla elektronu e^- , -1 dla antyneutrina elektronowego \overline{v}_e i 0 dla pozostałych cząstek w równaniu (44.17). Widzimy, że łączna wartość liczby elektronowej L_e przed rozpadem wynosi 0, a po rozpadzie 2[+1 + (-1)] + 2(0 + 0) = 0, zatem łączna elektronowa liczba leptonowa *jest* zachowana. Podobnie można wykazać, że łączne liczby leptonowe są zachowane dla rodziny mionów i taonów.

c) Co można powiedzieć o spinie cząstki Ξ^{-} ?

PODSTAWOWE FAKTY

W rozpadzie opisanym równaniem (44.17) musi być zachowana składowa S_z spinu.

Spin: Możemy wyznaczyć składową S_z spinu dla cząstki Ξ^- występującej po lewej stronie równania, rozważając składowe S_z dziewięciu cząstek po prawej stronie równania (44.17). Wszystkie te cząstki mają spin $\frac{1}{2}$ i dlatego składowa S_z dla każdej z nich może przyjmować wartość $+\frac{1}{2}\hbar$ lub $-\frac{1}{2}\hbar$. Niezależnie jaką kombinację przyjmiemy, łączna wartość będzie iloczynem *nieparzystej* wielokrotności ułamka $\frac{1}{2}$ i liczby \hbar . Tym samym składowa S_z cząstki Ξ^- musi być iloczynem *nieparzystej* wielokrotności ułamka $\frac{1}{2}$ i liczby \hbar , a więc spinowa liczba kwantowa musi mieć wartość połówkową. (W rzeczywistości kwantowa liczba spinowa wynosi $\frac{1}{2}$).

44.3. KWARKI I CZĄSTKI POŚREDNICZĄCE

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Czego się nauczysz?

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 44.16 stwierdzić, że istnieje sześć kwarków (a każdy z nich ma swą antycząstkę);
- 44.17 stwierdzić, że bariony składają się z trzech kwarków (lub trzech antykwarków), mezony składają się z kwarka i antykwarka, a wiele z tych hadronów to stany wzbudzone podstawowych kombinacji kwarków;
- 44.18 określić skład kwarkowy danego hadronu oraz przypisać hadron danej kombinacji kwarków;

Podstawowe fakty

• Istnieje sześć kwarków, są nimi, od najlżejszego do najcięższego, kwarki: górny, dolny, dziwny, powabny, bottom i top. Kwarki mają liczbę barionową równą $+\frac{1}{3}$ i ładunek elektryczny równy $+\frac{2}{3}$ lub $-\frac{1}{3}$. Kwark dziwny ma dziwność równą -1, a dziwność pozostałych kwarków jest zerowa. Antykwarki mają przeciwne wartości tych czterech liczb kwantowych.

 Leptony nie zawierają kwarków i nie mają struktury wewnętrznej. Mezony składają się z jednego kwarka i jednego antykwarka. Bariony składają się z trzech kwarków lub trzech antykwarków. Liczby kwantowe kwarków i antykwarków są przypisane w sposób zgodny z liczbami kwantowymi mezonów i barionów.

- 44.19 określić, czym są cząstki wirtualne;
- 44.20 zastosować związek między wielkością naruszenia zasady zachowania energii przez cząstkę wirtualną a przedziałem czasu, w którym takie naruszenie może się zdarzyć (zasada nieoznaczoności dla energii i czasu);
- 44.21 wymienić cząstki pośredniczące w oddziaływaniach elektromagnetycznych, słabych i silnych.

 Cząstki naładowane elektrycznie mogą oddziaływać elektromagnetycznie przez wymianę wirtualnych fotonów.

 Leptony mogą poza tym oddziaływać słabo między sobą oraz z kwarkami przez wymianę masywnych cząstek pośredniczących W i Z.

 Kwarki oddziałują między sobą przede wszystkim oddziaływaniami kolorowymi, w których pośredniczą gluony.

 Oddziaływania elektromagnetyczne i słabe są różnymi przejawami tego samego oddziaływania elektrosłabego.

Model kwarkowy

W roku 1964 Gell-Mann i George Zweig niezależnie od siebie zauważyli, że formalizm ścieżki ośmiokrotnej łatwo wyjaśnić, jeżeli przyjmie się hipoteze, że mezony i bariony sa zbudowane z mniejszych składowych, które Gell-Mann nazwał kwarkami. Na początku była mowa o trzech kwarkach: kwarku górnym (symbol u "up"), kwarku dolnym (symbol d "down") oraz kwarku dziwnym (symbol s "strange"). Nazwy wspomnianych kwarków, a także tych, które poznamy później, nie mają żadnego szczególnego znaczenia. Wszystkie te nazwy razem wzięte nazywamy zapachami kwarków. Równie dobrze można by nazwać kwarki: waniliowy, czekoladowy i truskawkowy, a nie górny, dolny i dziwny. Właściwości kwarków podano w tabeli 44.5

		Masa [MeV/c ²]				
Kwark Syn	Symbol		ładunek q	dziwność S	liczba barionowa <i>B</i>	antycząstka
górny	u	5	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	ū
dolny	d	10	$-\frac{1}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	\overline{d}
powabny	с	1500	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	ī
dziwny	s	200	$-\frac{1}{3}$	-1	$+\frac{1}{3}$	\overline{s}
top	t	175 000	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	ī
bottom	b	4300	$-\frac{1}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	b

Tabela	44.5.	Kwarki ^{a,b})
Tabela	44.5.	Kwarki	a, 0

^a Wszystkie kwarki (także antykwarki) mają spin $\frac{1}{2}$, a więc są fermionami. Liczby kwantowe q, S i B dla antykwarka mają przeciwne wartości niż dla odpowiedniego kwarka.

^b Polskie nazwy kwarków t i b zostały bezpośrednio przejęte z jezyka angielskiego. Nie przyjęły się żadne z proponowanych tłumaczeń tych nazw, takie jak "wysoki" i "niski" lub "szczytowy" i "denny". (przyp. tłum.)

Ułamkowy ładunek elektryczny kwarków może wprawiać w zakłopotanie. Wstrzymajcie się z oceną do chwili, kiedy zobaczycie, jak dobrze te ułamkowe ładunki sumują się do całkowitych ładunków mezonów i barionów. We wszystkich normalnych sytuacjach, niezależnie, czy procesy zachodzą na Ziemi, czy gdzieś w kosmosie, kwarki zawsze są połączone w dwójki lub trójki z powodów, których nadal dobrze nie rozumiemy. Bedziemy zatem zakładać, że kwarki występuja właśnie w takich kombinacjach.

Interesujący wyjątek od tej reguły wydarzył się w doświadczeniach przeprowadzanych w akceleratorze RHIC w Brookhaven National Laboratory. W miejscu, gdzie zderzano czołowo dwie wiązki jąder złota, energia kinetyczna cząstek była porównywalna z energiami, jakie cząstki elementarne miały w początkowych fazach ewolucji Wszechświata (co omówimy w podrozdziale 44.4). W zderzeniach tych protony i neutrony odrywały się od jąder złota i na krótką chwilę zamieniały w gaz pojedynczych kwarków. (Gaz ten zawierał także gluony, czyli czastki, które normalnie wiąża kwarki ze soba). Niewykluczone, że w doświadczeniach w RHIC kwarki zostały uwolnione po raz pierwszy od bardzo wczesnych chwili ewolucji Wszechświata.



Gwałtowne zderzenie dwóch wiązek atomów złota o energii 30 GeV w akceleratorze RHIC w Brookhaven National Laboratory. W chwili zderzenia powstał gaz pojedynczych kwarków i gluonów (dzięki uprzejmości Brookhaven National Laboratory)

Kwarki i bariony

Każdy barion jest zbudowany z trzech kwarków; niektóre kombinacje przedstawiono na rysunku 44.4a. Patrząc na liczbę barionową, widzimy, że dowolne trzy kwarki (dla każdego $B = +\frac{1}{3}$) dają poprawny barion (B = +1).

Ładunek elektryczny również nie nastręcza problemów, o czym przekonają nas trzy przykłady. Proton jest zbudowany z kwarków u, u i d, a więc jego ładunek jest równy

$$q(\text{uud}) = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + (-\frac{1}{3}) = +1.$$

Neutron jest zbudowany z kwarków u, d i d, dlatego jego ładunek jest równy

$$q(udd) = \frac{2}{3} + (-\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{3}) = 0$$

Cząstka Σ^- (sigma minus) jest zbudowana z kwarków d, d i s o sumarycznym ładunku

$$q(dds) = -\frac{1}{3} + (-\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{3}) = -1.$$

Równie łatwo poradzić sobie z dziwnością. Możesz to sprawdzić, biorąc dziwność cząstki Σ^- z tabeli 44.3 oraz używając tabeli 44.5 do wyznaczenia dziwności układu kwarków dds.

Musisz jednak zauważyć, że masa protonu, neutronu, cząstki $\Sigma^$ czy dowolnego innego barionu *nie* jest sumą mas kwarków składowych. Na przykład suma mas trzech kwarków tworzących proton wynosi około 20 MeV/ c^2 , czyli żałośnie mało w porównaniu z masą protonu wynoszącą 938,3 MeV/ c^2 . Niemal cała masa protonu pochodzi od energii związanej z (1) ruchem kwarków oraz (2) występowaniem pól wiążacych kwarki w protonie. (Pamiętaj, że masa jest związana z energią wzorem Einsteina, który możemy zapisać jako $m = E/c^2$). Skoro zatem większość twojej masy pochodzi od protonów i neutronów w twoim ciele, twoja masa (a zatem i wskazanie wagi łazienkowej) jest miarą energii ruchu kwarków wewnątrz ciebie oraz energii wiążących je tam pól.

Kwarki i mezony

Mezony są zbudowane z par kwark–antykwark; przykłady takich połączeń przedstawiono na rysunku 44.4b. Model mezonu w postaci pary kwark–antykwark odzwierciedla fakt, że mezony nie są barionami, czyli ich liczba barionowa wynosi zero, B = 0. Liczba barionowa kwarka jest równa $+\frac{1}{3}$; a antykwarka $-\frac{1}{3}$; ich suma daje więc liczbę barionową mezonu równą zeru.

Weźmy na przykład mezon π^+ zbudowany z kwarka górnego u i antykwarka dolnego d. Z tabeli 44.5 wynika, że ładunek elektryczny kwarka górnego wynosi $+\frac{2}{3}$, a antykwarka dolnego $+\frac{1}{3}$ (znak ładunku jest przeciwny niż dla kwarka dolnego). W rezultacie stwierdzamy, że ładunek pionu π^+ jest równy +1, gdyż

$$q(u\overline{d}) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = +1.$$

Wszystkie liczby kwantowe opisujące ładunek i dziwność kombinacji przedstawionych na rysunku 44.4b są zgodne z tymi, które podano w tabeli 44.4 oraz na rysunku 44.3b. Sprawdźcie, że wykorzystano wszystkie możliwe kombinacje kwark–antykwark dla kwarka górnego, dolnego oraz





Rys. 44.4. a) Struktura kwarkowa ośmiu barionów o spinie $\frac{1}{2}$ z rysunku 45.3a. (Chociaż dwa środkowe bariony zbudowane są z tych samych kwarków, cząstka sigma jest stanem wzbudzonym lambdy i ulega rozpadowi do cząstki lambda, emitując foton γ). b) Struktura kwarkowa dziewięciu mezonów o spinie 0 z rysunku 44.3b

dziwnego i otrzymano w ten sposób wszystkie znane mezony o spinie 0. Elementy układanki pasują idealnie.

Sprawdzian 3

Czy kombinacja kwarka dolnego (d) i antykwarka górnego (\overline{u}) opisuje: a) mezon π^0 , b) proton, c) mezon π^- , d) mezon π^+ , czy e) neutron?

Nowe spojrzenie na rozpad β

Przyjrzyjmy się teraz jak wygląda rozpad β z punktu widzenia modelu kwarkowego. Równanie (42.24) opisuje typowy przykład takiego procesu:

$$^{32}P \rightarrow ^{32}S + e^- + v.$$

Po odkryciu neutronu i stworzeniu przez Fermiego teorii rozpadu β fizycy doszli do wniosku, że polega on na przemianie neutronu w proton we wnętrzu jądra, zgodnie z równaniem

$$n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu}_e$$

w którym dokładniej wskazano rodzaj powstającego neutrina. Dziś możemy już stwierdzić, że neutron (udd) ulega przemianie na proton (uud) dzięki wymianie kwarka dolnego na górny. Widzimy więc, że fundamentalny rozpad β można opisać równaniem

$$d \rightarrow u + e^- + \overline{\nu}_e$$
.

Dzięki coraz większej wiedzy o elementarnej strukturze materii możemy pogłębiać nasze zrozumienie poznanych wcześniej procesów. Widzimy też, że model kwarkowy nie tylko pozwala lepiej zrozumieć budowę cząstek, ale mówi też wiele na temat ich oddziaływań.

Jeszcze kilka kwarków

Są jeszcze inne cząstki, a w ramach formalizmu ośmiokrotnej ścieżki inne diagramy, o których nie wspominaliśmy. Aby je opisać, potrzebujemy trzech nowych kwarków: *kwarka powabnego* (symbol "c" *charm*), *kwarka top* (symbol "t") oraz *kwarka bottom* (symbol "b"). Istnieje razem sześć kwarków, które wszystkie wymieniono w tabeli 44.5.

Zwróćmy uwagę, że trzy kwarki mają wyjątkowo duże masy. Najcięższy z nich t (top) ma masę niemal 190 razy większą niż proton. Aby otrzymać cząstki zawierające tak ciężkie kwarki, które muszą mieć odpowiednio duże energie spoczynkowe, potrzeba coraz większych i większych energii. Właśnie dlatego kwarków tych nie odkryto wcześniej.

Pierwszą zaobserwowaną cząstką zawierającą kwark powabny był mezon J/ Ψ zbudowany z kwarków c i \overline{c} . Został on odkryty w 1974 roku jednocześnie i niezależnie od siebie przez zespoły Samuela Tinga z Brookhaven National Laboratory oraz Burtona Richtera ze Stanford University.

Kwark top umykał wszystkim próbom uzyskania go w laboratorium aż do 1995 roku, kiedy jego istnienie zostało potwierdzone za pomocą Tevatronu, olbrzymiego akceleratora cząstek w Fermilabie w Chicago. W tym akceleratorze protony i antyprotony, każdy o energii 0,9 TeV (= $9 \cdot 10^{11}$ eV) zderzały się ze sobą w obrębie dwu potężnych detektorów cząstek. W bardzo nielicznych przypadkach zderzające się protony wytwarzały pary składające się z kwarka i antykwarka top. Pary te *bardzo* szybko rozpadały się na cząstki, które można było wykryć i na podstawie ich obecności wywnioskować o istnieniu pary kwark top i–antykwark top.

Powróćmy na chwilę do tabeli 44.5 (rodzina kwarków) oraz tabeli 44.2 (rodzina leptonów) i zauważmy, że istnieje duże podobieństwo pomiędzy obydwoma "sześciopakami" cząstek, z których każdy w naturalny sposób rozpada się na trzy dwucząstkowe podrodziny. Według naszej obecnej wiedzy leptony i kwarki są cząstkami w pełnym znaczeniu elementarnymi i nie mają żadnej wewnętrznej struktury.

Przykład 44.05. Skład kwarkowy cząstki Ξ[−]

Cząstka Ξ^- jest barionem; ma ona spin *s* równy $\frac{1}{2}$, ładunek *q* równy –1 i dziwność *S* równą –2. Cząstka ta nie zawiera kwarka bottom. Z jakiej kombinacji kwarków jest zbudowana cząstka Ξ^- ?

Rozumowanie: Ponieważ cząstka Ξ^- jest barionem, więc musi ona być zbudowana z trzech kwarków (a nie dwóch, jak w przypadku mezonów).

Zwróćmy uwagę, że dziwność *S* cząstki Ξ^- wynosi -2. Zauważmy, że różną od zera dziwność ma tylko kwark dziwny *s* i antykwark dziwny \overline{s} (tabela 44.5). Co więcej, tylko kwark dziwny ma *ujemną* dziwność, a więc cząstka Ξ^- musi zawierać ten kwark. Ponieważ dziwność Ξ^- jest równa -2, więc cząstka musi zawierać dwa kwarki dziwne.

Aby stwierdzić, który kwark — nazwijmy go x — wchodzi jako trzeci do kombinacji, przyjrzyjmy się innym znanym nam właściwościom cząstki Ξ^- . Jej ładu-

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Oddziaływania elementarne i cząstki pośredniczące

Zostawimy teraz klasyfikację cząstek i przyjrzymy się siłom działających między nimi.

Oddziaływania elektromagnetyczne

Na poziomie atomowym mówimy, że dwa elektrony oddziałują ze sobą elektromagnetycznie w sposób opisany prawem Coulomba. Mówiąc dokładniej, oddziaływanie jest opisane przez teorię nazywaną **elektrodynamiką kwantową** (QED — *quantum electrodynamics*). Mówimy, że elektrony odczuwają swoją obecność, wymieniając między sobą fotony.

Nie możemy zaobserwować tych fotonów, ponieważ są one emitowane przez jeden elektron i niemal natychmiast pochłaniane przez inny. Z tego powodu nazywamy je **fotonami wirtualnymi**. Ponieważ fotony te służą komunikowaniu się dwóch oddziałujących cząstek, nazywamy je czasami *cząstkami pośredniczącymi*.

nek q wynosi -1. Ładunek q każdego kwarka dziwnego wynosi $-\frac{1}{3}$. Trzeci kwark x musi mieć także ładunek $-\frac{1}{3}$, aby można w rezultacie otrzymać

q(

$$\Xi^{-}) = q(ssx) = -\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = -1.$$

Oprócz kwarka s ładunek $q = -\frac{1}{3}$ mają jeszcze kwark dolny d oraz bottom b. Ponieważ treść zadania wyklucza kwark bottom b, więc trzeci kwark musi być kwarkiem dolnym. Nasz wniosek jest zgodny z rachunkiem przeprowadzonym dla liczb barionowych:

$$B(\Xi^{-}) = B(\text{ssd})$$

= $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = +1$.

Doszliśmy więc do wniosku, że cząstka Ξ^- jest zbudowana z kwarków s, s i d.

Jeżeli spoczywający elektron emituje foton, a jego stan nie ulega żadnej zmianie, energia nie jest zachowana. Zasadę zachowania energii ratuje jednak zasada nieoznaczoności, wyrażona w postaci

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar, \tag{44.18}$$

Obecnie skorzystamy z niej, mówiąc, że można "pożyczyć" pewną energię ΔE , łamiąc zasadę zachowania energii, *pod warunkiem*, że zostanie "zwrócona" w czasie Δt nie dłuższym niż $\hbar/\Delta E$, tak aby niedobór energii nie został zauważony. Właśnie tak zachowują się wirtualne fotony. Kiedy elektron *A* wysyła wirtualny foton, niedobór energii jest szybko usuwany, skoro tylko elektron otrzyma wirtualny foton od elektronu *B*. Złamanie zasady zachowania energii dla pary elektronów jest ukryte dzięki zasadzie nieoznaczoności.

Oddziaływania słabe

Teorię oddziaływań słabych, w których uczestniczą wszystkie cząstki, stworzono na zasadach analogicznych do teorii oddziaływań elektromagnetycznych. Jednakże oddziaływania pomiędzy cząstkami nie przekazują w tym przypadku pozbawione masy fotony, lecz oznaczone symbolami W i Z cząstki o różnych od zera masach spoczynkowych. Teoria odniosła wielki sukces, ponieważ pozwoliła dostrzec, że oddziaływania elektromagnetyczne i oddziaływania słabe są różnymi aspektami tego samego **oddziaływania elektrosłabego**. Osiągnięcie to stanowiło logiczną kontynuację prac Maxwella, który wykazał, że siły elektryczne i magnetyczne są różnymi przejawami jednego oddziaływania *elektromagnetycznego*.

Teoria oddziaływań elektrosłabych precyzyjnie przewidziała właściwości cząstek pośredniczących. Poza bezmasowym fotonem, cząstką pośredniczącą w oddziaływaniach elektromagnetycznych, teoria przewiduje trzy cząstki pośredniczące w oddziaływaniach słabych:

Cząstka	Ładunek	Masa
W Z	$\begin{array}{c} \pm e \\ 0 \end{array}$	80,4 GeV/c ² 91,2 GeV/c ²

Przypomnijmy, że masa protonu wynosi zaledwie 0,938 GeV/c^2 ; cząstki pośredniczące W i Z są zatem bardzo ciężkie! W roku 1979 Nagrodę Nobla w dziedzinie fizyki za stworzenie teorii oddziaływań elektrosłabych otrzymali Sheldon Glashow, Steven Weinberg i Abdus Salam. Teoria została potwierdzona w 1983 r. przez Carla Rubbię i jego zespół z CERN-u, a za realizację wspaniałego eksperymentu Rubbia i Simon van der Meer zostali w 1984 r. uhonorowani Nagrodą Nobla.

Pewne pojęcie o złożoności współczesnej fizyki cząstek elementarnych można uzyskać, wspominając starszy, również wyróżniony Nagrodą Nobla eksperyment, który doprowadził do odkrycia neutronu. Polegał on na bombardowaniu tarczy cząstkami emitowanymi w procesie naturalnego rozpadu promieniotwórczego, a cały układ eksperymentalny mieścił się na stole laboratoryjnym. Opublikowana w 1932 r. praca "Możliwe istnienie neutronu" miała tylko jednego autora, którym był James Chadwick.

Dla porównania odkrycie cząstek pośredniczących W i Z w 1983 r. zostało dokonane przy użyciu akceleratora cząstek o obwodzie 7 km, który nadawał im energię kilkuset miliardów elektronowoltów. Ciężar głównej części detektora cząstek wynosił 20 MN. W eksperymencie uczestniczyło ponad 130 fizyków z 12 instytutów w ośmiu krajach, wspieranych przez liczną rzeszę pracowników obsługi.

Oddziaływania silne

Stworzono również teorię oddziaływań silnych, które wiążą ze sobą kwarki we wnętrzu hadronów. W tym przypadku cząstki pośredniczące są nazywane **gluonami** i — podobnie jak w przypadku fotonów — przewiduje się, że nie mają one masy. Teoria zakłada, że każdy "zapach" kwarka występuje w trzech odmianach, które dla wygody nazwano *czerwonym, zielonym* i *niebieskim*. Istnieją więc trzy różniące się kolorem kwarki górne itd. Antykwarki również występują w trzech kolorach: *antyczerwonym, antyzielonym* i *antyniebieskim*. W żadnym razie nie należy sądzić, że kwarki są kolorowe niczym malutkie kuleczki. Nazwy są czysto umowne, chociaż, jak się przekonamy, w tym przypadku mają pewne formalne uzasadnienie.

Oddziaływanie pomiędzy kwarkami nazywamy **oddziaływaniem kolorowym**, a opisującą ją teorię przez analogię z elektrodynamiką kwantową (QED) nazywamy **chromodynamiką kwantową** (QCD — *quantum chromodynamics*). Okazuje się, że kwarki mogą łączyć się tylko w kombinacje o *neutralnych kolorach*.

Istnieją dwa sposoby, aby zapewnić neutralność koloru. W przypadku rzeczywistych kolorów czerwony + niebieski + zielony daje biały, czyli kolor neutralny. Budując barion z trzech kwarków, musimy więc wziąć po jednym w kolorze czerwonym, zielonym i niebieskim. Podobnie trzeba postąpić w przypadku barw dopełniających (antykolorów): antyczerwony + antyzielony + antyniebieski również daje w sumie kolor biały, a więc można z trzech antykwarków (o odpowiednich antykolorach) zbudować antybarion. Na koniec wreszcie kolory czerwony + antyczerwony, zielony + antyzielony i niebieski + antyniebieski dają biel. Można więc połączyć kwark i antykwark w mezon. Reguła neutralności kolorów nie zezwala na występowanie innych kombinacji kwarków i rzeczywiście połączenia takie nie są obserwowane.

Oddziaływania kolorowe nie tylko wiążą ze sobą kwarki w bariony i mezony, ale działają też pomiędzy nimi i w tym przypadku są tradycyjnie nazywane oddziaływaniem silnym. Oddziaływania silne nie tylko wiążą kwarki w protony i neutrony, ale również protony i neutrony — w jądra atomowe.

Pole Higgsa i bozon Higgsa

Model Standardowy cząstek elementarnych składa się z teorii oddziaływań elektrosłabych i teorii oddziaływań silnych. Jednym z najważniejszych sukcesów tego modelu było przewidzenie istnienia czterech cząstek pośredniczących w oddziaływaniach elektrosłabych: fotonu oraz bozonów W i Z. Pozostawała jednak zagadka związana z masami tych cząstek. Dlaczego foton jest bezmasowy, a masy bozonów W i Z są tak wielkie?

W latach 60. XX wieku Peter Higgs oraz, niezależnie, Robert Brout i François Englert zaproponowali, że taka różnica może być wynikiem istnienia pewnego pola (nazywanego dziś polem Higgsa) przenikającego całą przestrzeń, co wpływa na własności próżni. Bez tego pola wszystkie cztery cząstki byłyby bezmasowe — a więc *symetryczne*. Teoria Brouta–Englerta– Higgsa tłumaczy, jak wspomniane pole narusza tę symetrię, w wyniku czego tylko jedna cząstka pośrednicząca pozostaje bezmasowa, oraz wyjaśnia, dlaczego wszystkie inne cząstki, z wyjątkiem gluonów, są masywne. Kwant wspomnianego pola to **bozon Higgsa**. Z uwagi na kluczową wagę pola Higgsa dla własności wszystkich cząstek oraz to, że teoria przewidująca istnienie bozonu Higgsa jest tak przekonująca (a wręcz piękna), prowadzono intensywne poszukiwania tej cząstki w eksperymentach przeprowadzanych w Tevatronie w laboratorium Fermilab oraz w Wielkim Zderzaczu Hadronów (LHC) w CERN-ie. W 2012 roku ogłoszono niepodważalne dowody istnienia bozonu Higgsa o masie 125 GeV/ c^2 .

Marzenie Einsteina

Unifikacja występujących w przyrodzie oddziaływań fundamentalnych w jedno oddziaływanie — zadanie, któremu Einstein poświęcił wiele czasu pod koniec życia — jest także celem współczesnych badań. Wiemy już, że oddziaływanie słabe z powodzeniem udało się połączyć wspólną teorią z oddziaływaniem elektromagnetycznym tak, że można patrzeć na nie jak na różne przejawy jednego *oddziaływania elektrosłabego*. Teorie, które próbują uzupełnić tę kombinację o oddziaływanie silne — tak zwane *teorie wielkiej unifikacji* (GUT — *grand unification theories*) — są ciągle doskonalone. Teorie, które mogłyby ostatecznie rozwiązać problem różnorodności sił, obejmując swoim zasięgiem także grawitację — nazywane czasami *teoriami wszystkiego* — znajdują się na spekulatywnym etapie rozwoju. Jedną z takich teorii jest *teoria strun*, wedle której cząstki są w istocie maleńkimi, drgającymi pętelkami.

44.4. KOSMOLOGIA

Czego się nauczysz? _

Po przestudiowaniu tego podrozdziału będziesz umiał...

- 44.22 stwierdzić, że Wielki Wybuch był początkiem Wszechświata i że od tej chwili Wszechświat się rozszerza;
- 44.23 stwierdzić, że odległe galaktyki (a więc także zawarte w nich gwiazdy, czarne dziury itd.) oddalają się coraz bardziej od nas w wyniku rozszerzania się Wszechświata;
- **44.24** zastosować prawo Hubble'a do powiązania prędkości oddalania *v* z odległością *r* od nas i stałą Hubble'a *H*;
- **44.25** zastosować związek między przesunięciem ku czerwieni długości fali światła $\Delta\lambda$, prędkością oddalania v i długością własną λ_0 emitowanego światła;
- 44.26 oszacować wiek Wszechświata na podstawie wartości stałej Hubble'a;

- **44.27** opisać, czym jest promieniowanie reliktowe i dlaczego jego odkrycie było tak istotne;
- 44.28 przedstawić argumenty za tym, że wokół galaktyk istnieje ciemna materia;
- 44.29 omówić poszczególne etapy historii Wszechświata, od chwil tuż po Wielkim Wybuchu, do momentu powstania atomów;
- 44.30 stwierdzić, że prędkość rozszerzania się Wszechświata zwiększa się z powodu istnienia tajemniczej ciemnej energii;
- 44.32 stwierdzić, że całkowita gęstość energii w postaci materii barionowej (protonów i neutronów) jest niewielką częścią całkowitej gęstości energii we Wszechświecie.

Podstawowe fakty

 Wszechświat się rozszerza, co oznacza, że między nami a odległymi galaktykami jest coraz więcej pustej przestrzeni.

 Prędkość v, z jaką zwiększa się odległość do dalekiej galaktyki, (czyli pozorna prędkość oddalania się tej galaktyki od nas) spełnia prawo Hubble'a

$$v = Hr$$
,

gdzie *r* jest obecną odległością tej galaktyki, *H* oznacza zaś **stałą Hubble'a**, której wartość przyjmujemy jako

$$H = 71.0 \text{ km}/(\text{s} \cdot \text{Mpc}) = 21.8 \text{ mm}/(\text{s} \cdot \text{y}).$$

 Rozszerzanie się Wszechświata powoduje, że światło docierające do nas z odległych galaktyk jest przesunięte ku czerwieni. Można przyjąć, że przesunięcie długości fali spełnia (w przybliżeniu) omawiane w podrozdziale 37.5 równanie dla przesunięcia dopplerowskiego długości światła

$$v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0}c,$$

gdzie λ_0 jest długością fali mierzoną w układzie odniesienia związanym ze źródłem światła.

• Rozszerzanie się Wszechświata zgodnie z prawem Hubble'a i powszechne występowanie promieniowania reliktowego wskazują na to, że Wszechświat powstał w "Wielkim Wybuchu" 13,7 miliardów lat temu.

 Wszechświat rozszerza się coraz szybciej wskutek tajemniczej własności próżni zwanej ciemną energią.

 Znaczna część energii Wszechświata jest zgromadzona w ciemnej materii, która obecnie oddziałuje tylko grawitacyjnie ze zwykłą materią (barionową).

Chwila refleksji

Spróbujmy z pewnej perspektywy spojrzeć na to, czego się właśnie nauczyliśmy. Jeżeli nasze zainteresowania ograniczają się do poznania budowy otaczającego nas świata, wystarczą nam wiadomości na temat elektronu, neutrina, neutronu i protonu. Jak ktoś stwierdził, znajomość tych cząstek wystarcza do sterowania statkiem kosmicznym "Ziemia". Kilka bardziej egzotycznych cząstek znajdziemy, badając promieniowanie kosmiczne. Jednakże, aby spotkać znakomitą większość cząstek, trzeba ogromnym kosztem budować wielkie akceleratory.

Wysiłki te musimy podejmować, ponieważ — odwołując się do skali energetycznej — żyjemy w świecie niskich temperatur. Nawet we wnętrzu Słońca wartość kT jest rzędu 1 keV. Aby wytwarzać egzotyczne cząstki, trzeba przyspieszać protony i elektrony do energii z zakresu GeV lub TeV, a nawet większych.

Dawno, dawno temu temperatura Wszechświata *była* dość wysoka, aby energie tego rzędu były dostępne. Tak wysokie temperatury występowały podczas **Wielkiego Wybuchu**, kiedy rozpoczynał swe istnienie nasz Wszechświat (wraz z przestrzenią i czasem). Właśnie pragnienie zrozumienia Wszechświata na tym etapie jest powodem, który skłania uczonych do badania cząstek o wielkich energiach.

Wytłumaczymy wkrótce, że niegdyś *cała* przestrzeń Wszechświata była bardzo skupiona, a temperatura cząstek ją wypełniających niewiarygodnie wysoka. Z czasem Wszechświat rozszerzał się i stygł, osiągając w końcu rozmiary i temperaturę, które widzimy dziś.

Wyrażenie "widzimy dziś" wymaga komentarza: patrząc w przestrzeń kosmiczną, patrzymy zarazem wstecz w czasie, ponieważ światło gwiazd i galaktyk potrzebowało wiele czasu, by do nas dotrzeć. Najbardziej odległymi odkrytymi obiektami są **kwazary** (ang. *quasar — quasis*tell*ar* object, czyli obiekt niby-gwiezdny), będące niezwykle jasnymi jądrami galaktyk oddalonych od nas o około $13 \cdot 10^9$ lat świetlnych. Każde takie jądro zawiera potężną czarną dziurę; materia (gaz, a nawet gwiazdy) wciągana przez czarne dziury rozgrzewa się i emituje bardzo silne promieniowanie, wystarczająco intensywne, byśmy mogli dostrzec je z olbrzymich odległości. Kwazary widzimy w takiej postaci, jak wyglądały przed miliardami lat, kiedy docierające do nas światło rozpoczynało swoją podróż.

Wszechświat się rozszerza

Z podrozdziału 37.5 wiemy już, że można wyznaczyć względną prędkość zbliżania się lub oddalania od nas galaktyk, mierząc długości fal świetlnych, które emitują. Jeżeli ograniczymy się tylko do odległych galaktyk, pomijając naszych najbliższych sąsiadów, okaże się, że *wszystkie* oddalają się od nas! W roku 1929 Edwin P. Hubble powiązał obserwowaną prędkość v oddalania się galaktyki z jej odległością r od nas. Pomiary wykazały, że obydwie wielkości są do siebie wprost proporcjonalne, zgodnie ze wzorem

v = Hr (prawo Hubble'a), (44.19)

gdzie wielkość *H* jest nazywana **stałą Hubble'a**. Wartość *H* jest zwykle wyrażana w kilometrach na sekundę na megaparsek ((km/s)/Mpc). Megaparsek jest jednostką długości powszechnie stosowaną w astrofizyce i astronomii:

$$1 \text{ Mpc} = 3,084 \cdot 10^{19} \text{ km} = 3,260 \cdot 10^{6} \text{lat świetlnych.}$$
(44.20)

Wartość stałej Hubble'a *H* zmienia się wraz z wiekiem Wszechświata. Wyznaczenie jej obecnej wartości jest bardzo trudne, ponieważ to wymaga wykonania pomiarów dla bardzo odległych galaktyk. Wiemy jednak dziś, że stała Hubble'a ma wartość

$$H = 71.0 \text{ km/(s} \cdot \text{Mpc}) = 21.8 \text{ mm/(s} \cdot \text{y}), \qquad (44.21)$$

gdzie y jest symbolem roku świetlnego. Wzajemne oddalanie się galaktyk interpretujemy jako przejaw rozszerzania się Wszechświata, podobnie jak zwiększają się odległości między rodzynkami w rosnącym cieście drożdżowym. Obserwatorzy we wszystkich innych galaktykach również stwierdziliby, że odległe od nich galaktyki oddalają się zgodnie z prawem Hubble'a. Mówiąc dalej językiem użytego porównania, żadna rodzynka (galaktyka) nie jest uprzywilejowana.

Prawo Hubble'a jest zgodne z hipotezą, że Wszechświat powstał w wyniku Wielkiego Wybuchu i od tamtej chwili stale się rozszerza. Jeżeli przyjąć, że szybkość ekspansji jest stała (wartość H się nie zmienia), możemy oszacować wiek Wszechświata T, wykorzystując w tym celu równanie (44.19). Załóżmy, że od momentu Wielkiego Wybuchu dowolna część Wszechświata (na przykład jakaś galaktyka) oddala się od nas ze stałą prędkością v określoną równaniem (44.19). W takim przypadku czas potrzebny, aby pewien obszar oddalił się na odległość r, wynosi

$$T = \frac{r}{v} = \frac{r}{Hr} = \frac{1}{H}$$
 (szacunkowy wiek Wszechświata). (44.22)

Dla wartości stałej *H* z równania (44.21) otrzymamy czas *T* równy 13,8 \cdot 10⁹ lat. Znacznie bardziej złożone obliczenia uwzględniające rzeczywistą ewolucję wszechświata dają wynik 13,7 \cdot 10⁹ lat.

Przykład 44.06. Zastosowanie prawa Hubble's dla odległości i prędkości oddalania się galaktyk

Z pomiarów przesunięcia długości fal świetlnych wynika, że kwazar oddala się z prędkością $2,8 \cdot 10^8$ m/s (około 93% prędkości światła). Oszacuj, w jakiej odległości od nas znajduje się ten kwazar?

PODSTAWOWE FAKTY

Zakładamy, że odległość i prędkość spełniają prawo Hubble'a.

Obliczenia: Korzystając z równań (44.19) i (44.21), stwierdzamy, że

$$r = \frac{v}{H} = \frac{2,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{21,8 \text{ mm/(s \cdot y)}}$$
$$= 12,8 \cdot 10^9 \text{ y} \quad (\text{odpowied}\hat{z}).$$

Uzyskany wynik należy traktować jako przybliżony, ponieważ prędkość oddalania się kwazara nie zawsze wynosiła v; innymi słowy stała H nie była niezmienna przez cały czas rozszerzania się Wszechświata.

Przykład 44.07. Zastosowanie prawa Hubble'a dla odległości i przesunięcia dopplerowskiego

Pewna linia emisyjna zidentyfikowana w promieniowaniu wysłanym z odległej galaktyki ma długość $\lambda' =$ 1,1 λ , gdzie λ jest właściwą długością tej linii. W jakiej odległości od nas znajduje się ta galaktyka?

PODSTAWOWE FAKTY

(1) Oddalanie się tej galaktyki jest opisywane prawem Hubble'a (v = Hr). (2) Zakładamy także, że przesunięcie długości fali w widmie oddalającej się galaktyki jest przesunięciem dopplerowskim opisanym równaniem (37.36) ($v = c |\Delta\lambda|/\lambda \text{ dla } v \ll c$).

Obliczenia: Przyrównując do siebie prawe strony obydwu równań, otrzymujemy

$$Hr = \frac{c|\Delta\lambda|}{\lambda},\tag{44.23}$$

PLUS Dalsze przykłady, filmy i ćwiczenia na stronie WileyPLUS.

Promieniowanie reliktowe

W roku 1965 Arno Penzias i Robert Wilson z Bell Telephone Laboratories badali czuły odbiornik do komunikacji w zakresie mikrofal. Zauważyli wtedy słaby "szum", którego natężenie nie zmieniało się wraz z kierunkiem ustawienia anteny. Wkrótce stało się jasne, że Penzias i Wilson odkryli **pro-mieniowanie reliktowe (kosmiczne promieniowanie tła**), które powstało we wczesnym okresie ewolucji Wszechświata i niemal jednorodnie wypełnia całą przestrzeń. Obecnie maksymalne natężenie tego promieniowania odpowiada falom o długości 1,1 mm, które leżą w obszarze mikrofalowym promieniowania elektromagnetycznego (lub, mówiąc krócej, światła). Promieniowanie to ma takie samo widmo jak promieniowanie wydobywające się w laboratorium z wnęki, której ściany mają temperaturę 2,7 K. Możemy

co po dokonaniu przekształceń daje

$$r = \frac{c|\Delta\lambda|}{H\lambda}.$$
 (44.24)

W równaniu tym

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = 1, 1\lambda - \lambda = 0, 1\lambda.$$

Podstawiając tę zależność do równania (44.24), otrzymamy

$$r = \frac{c(0,1\lambda)}{H\lambda} = \frac{0,1c}{H}$$

= $\frac{(0,1)(3,0\cdot10^8 \text{ m/s})}{21,8 \text{ mm/(s}\cdot\text{y})}(1000 \text{ mm/m})$
= $1,4\cdot10^9 \text{ y}$ (odpowiedź).

zatem powiedzieć, że w przypadku promieniowania reliktowego wnękę stanowi cały Wszechświat i że (średnia) temperatura Wszechświata to 2,7 K. Za swoje odkrycie Penzias i Wilson zostali w 1978 r. uhonorowani Nagrodą Nobla w dziedzinie fizyki.

Wiemy dziś, że promieniowanie reliktowe jest światłem przemierzającym Wszechświat od chwil niedługo po jego powstaniu przed miliardami lat. Na wcześniejszych etapach ewolucji Wszechświata, światło nie mogło przebywać wielkich odległości, nie ulegając rozpraszaniu na pojedynczych, bardzo szybkich cząstkach pojawiających się na jego drodze. Jeśli światło takie zostało wysłane z pewnego punktu A, przed dotarciem do dzisiejszego obserwatora zostałoby rozproszone tyle razy, że nie dałoby się odtworzyć jego początkowego kierunku. Jednak po związaniu cząstek elementarnych w atomy, rozpraszanie światła stało się znacznie słabsze. Wówczas po wysłaniu z pewnego punktu A światło mogło docierać do dzisiejszego obserwatora, nie ulegając rozpraszaniu. To właśnie światło stanowi promieniowanie reliktowe.

Krótko po zrozumieniu pochodzenia promieniowania reliktowego badacze zaczęli zadawać sobie następujące pytanie: "Czy można użyć tego dochodzącego dziś do nas światła do określenia punktów, w których światło to powstało, co pozwoliłoby na sporządzenie obrazu wczesnego Wszechświata w chwili, gdy powstały atomy i rozpraszanie światła praktycznie ustało?" Odpowiedź na to pytanie jest twierdząca, a uzyskany w ten sposób obraz wczesnego Wszechświata staje się coraz dokładniejszy.

Ciemna materia

W Kitt Peak National Laboratory Vera Rubin i jej współpracownik Kent Ford mierzyli prędkości rotacji wielu odległych galaktyk. Pomiary polegały na określeniu przesunięć dopplerowskich widm jasnych gromad gwiazd położonych w różnej odległości od centrum galaktyki. Jak widać na rysunku 44.5, uzyskane wyniki były zaskakujące: prędkość orbitalna gwiazd położonych na obrzeżach galaktyki była taka sama jak w pobliżu centrum.

Linia ciągła na rysunku 44.5 pokazuje wynik, którego można by oczekiwać, jeżeliby cała masa galaktyki była związana z obszarem emitującym światło. Zależność, którą wyznaczyli Rubin i Ford, nie jest też zgodna z obserwacjami dla Układu Słonecznego. Na przykład prędkość orbitalna Plutona wynosi zaledwie dziesiątą część prędkości Merkurego (planety najbliższej Słońca).

Jedyne, zgodne z mechaniką klasyczną, wytłumaczenie wyników, które uzyskali Rubin i Ford wymaga założenia, że przeciętna galaktyka zawiera o wiele więcej materii, niż możemy zaobserwować. W rzeczywistości w widzialnej części galaktyki znajduje się zaledwie od około 5 do 10% jej całkowitej masy. Poza opisanymi badaniami ruchu obrotowego galaktyk są także inne argumenty, które mówią, że duża część materii we Wszechświecie nie jest dostępna naszym obserwacjom. Tę niewidzialną materię nazywamy **ciemną materią**, ponieważ albo nie emituje ona w ogóle światła, albo czyni to na tyle słabo, że nie jesteśmy w stanie tego dojrzeć.

Zwykła materia (z której zbudowane są gwiazdy, planety, pył i cząsteczki) jest często nazywana **materią barionową**, ponieważ jej masa po-



Rys. 44.5. Zależność prędkości orbitalnej gwiazd w typowej galaktyce od ich odległości od środka galaktyki. Teoretyczna linia ciągła odpowiadająca założeniu, że galaktyka zawiera tylko materię widzialną, opada dla dużych odległości od centrum. Punkty prezentujące wyniki pomiarów wskazują, że prędkości orbitalne gwiazd dla dużych odległości od centrum galaktyki są w przybliżeniu stałe
chodzi przede wszystkim od mas występujących w niej protonów i neutronów (masa dużo lżejszych od nich elektronów jest zaniedbywalna). Pewna część zwykłej materii, na przykład wypalone gwiazdy lub ciemny gaz międzygwiazdowy, jest składnikiem ciemnej materii.

Wiele danych i obliczeń wskazuje jednak, że ta ciemna zwykła materia to jedynie niewielki ułamek całej ciemnej materii. Pozostała część jest nazywania **niebarionową ciemną materią**, ponieważ nie zawiera ona protonów ani neutronów. Wśród znanych cząstek jest tylko jeden odpowiedni rodzaj — neutrina. Chociaż masy neutrin są bardzo małe w porównaniu z masą protonu lub neutronu, w pojedynczej galaktyce znajduje się olbrzymia liczba neutrin, co oznacza, że całkowita masa tych neutrin może być duża. Obliczenia wskazują jednak na to, że nawet całkowita masa neutrin jest mniejsza od całkowitej masy ciemnej materii. I chociaż cząstki elementarne są odkrywane i badane od przeszło stu lat, cząstki stanowiące pozostałą część ciemnej materii nie zostały dotąd odkryte, a ich własności wciąż stanowią tajemnicę. Ich niewystępowanie w doświadczeniach z udziałem znanych cząstek oznacza, że oddziałują one bardzo słabo (na przykład, wyłącznie grawitacyjnie) ze znanymi cząstkami.

Wielki Wybuch

W roku 1985 pewien fizyk stwierdził na konferencji naukowej:

Fakt, że Wszechświat powstał w wyniku Wielkiego Wybuchu, który nastąpił około 15 miliardów lat temu, jest równie pewny, jak to, że Ziemia krąży wokół Słońca.

To mocne stwierdzenie wyraża zaufanie, jakie mają specjaliści do teorii Wielkiego Wybuchu, którą po raz pierwszy sformułował belgijski fizyk Georges Lemaître. Nie należy sobie jednak wyobrażać, że Wielki Wybuch przypominał eksplozję gigantycznego fajerwerku, którą można by obserwować, stojąc sobie gdzieś z boku. Nie istniało "gdzieś z boku", ponieważ właśnie Wielki Wybuch oznaczał powstawanie samej czasoprzestrzeni. W naszym obecnym Wszechświecie nie można wskazać żadnego punktu i powiedzieć o nim "To tutaj nastąpił Wielki Wybuch". Nastąpił on bowiem wszędzie.

Co więcej nie istnieje też żadne "przed Wielkim Wybuchem", ponieważ czas zaczął się właśnie wraz z tym aktem tworzenia. W tym kontekście słowo "przed" traci swoje znaczenie. Możemy jednak wyobrażać sobie, co działo się w czasie po Wielkim Wybuchu (rys. 44.6):

- $t \approx 10^{-43}$ s. To najwcześniejszy moment w ewolucji Wszechświata, o którym możemy snuć jakieś wiarygodne wyobrażenia. Właśnie wtedy pojęcia przestrzeni i czasu nabrały obecnego znaczenia, a znane nam prawa fizyki zaczęły obowiązywać. Cały Wszechświat (*cała* przestrzeń obserwowalnego dziś Wszechświata) był wtedy mniejszy od protonu, a jego temperatura sięgała nawet 10³² K. Kwantowe fluktuacje czasoprzestrzeni stanowiły zarodki, z których później powstały galaktyki, gromady galaktyk i supergromady galaktyk.
- $t \approx 10^{-34}$ s. Do tego momentu Wszechświat gwałtownie się rozszerzył, zwiększając swoje rozmiary około 10^{30} razy i wytwarzając następnie materię o rozkładzie zgodnym z pierwotnymi kwantowymi fluktuacjami. Zaczął wtedy przypominać gorącą zupę o temperaturze około

10²⁷ K składającą z fotonów, kwarków i leptonów, zbyt gorącą, by mogły powstać protony i neutrony.

- $t\approx 10^{-4}$ s. Kwarki mogły już odtąd się łączyć, tworząc protony i neutrony oraz ich antycząstki. Dzięki ciągłemu rozszerzaniu (znacznie już wolniejszemu) Wszechświat ostygł na tyle, że fotony nie miały dość energii, by rozbić nowe cząstki. Cząstki i antycząstki zderzały się, ulegając anihilacji. Istniał pewien nadmiar materii, która przetrwała, nie znajdując sobie partnerów do anihilacji, i utworzyła znany nam dziś świat.
- $\mathbf{t} \approx 1$ min. Wszechświat ostygł na tyle, że zderzające się protony i neutrony mogły połączyć się ze sobą w lekkie jądra ²H, ³He, ⁴He oraz ⁷Li. Przewidywana względna zawartość wymienionych izotopów zgadza się z obserwacjami we współczesnym Wszechświecie. Wszechświat zawierał wtedy wiele promieniowania, ale światło przebywało bardzo krótką drogę pomiędzy oddziaływaniami z kolejnymi jądrami, w związku czym Wszechświat był nieprzezroczysty.
- $t \approx 379\,000$ lat. Temperatura spadła już do 2970 K i elektrony zaczęły łączyć się z "gołymi" do tej pory jądrami, tworząc atomy. Ponieważ światło w niewielkim stopniu oddziałuje z nienaładowanymi cząstkami, jakimi są obojętne atomy, mogło ono odtąd bez przeszkód pokonywać duże odległości. W ten sposób powstało omawiane wcześniej promieniowanie reliktowe, Atomy wodoru i helu pod wpływem grawitacji stworzyły później skupiska inicjujące powstawanie gwiazd i galaktyk, ale zanim to nastąpiło, Wszechświat był zasadniczo ciemny (rys. 44.6).

Pierwsze pomiary sugerowały, że promieniowanie reliktowe jest w pełni izotropowe, co oznaczało, że 379 000 lat po Wielkim Wybuchu cała materia we Wszechświecie była rozłożona jednorodnie. Wynik był zaskoczeniem, ponieważ we współczesnym Wszechświecie materia nie jest rozłożona równomiernie, lecz skupiona w postaci galaktyk, gromad galaktyk i supergromad złożonych z gromad galaktyk. Istnieją także olbrzymie obszary *pustek* zawierające stosunkowo niewiele materii oraz obszary tak



Rys. 44.6. Ilustracja historii Wszechświata od powstania pierwotnych fluktuacji kwantowych krótko po chwili t = 0 (lewa strona rysunku) aż do obecnego przyspieszonego rozszerzania się Wszechświata 13,7 \cdot 10⁹ lat później (prawa strona rysunku). Ilustracji tej nie należy brać zbyt dosłownie — nie można przecież spojrzeć "z zewnątrz" na Wszechświat, gdyż wypełnia on całą przestrzeń (dzięki uprzejmości NASA) gęste, że nazywamy je ścianami. Jeżeli teoria powstania Wszechświata na drodze Wielkiego Wybuchu jest chociaż w przybliżeniu prawdziwa, źródeł niejednorodności rozkładu materii należy szukać w czasie, kiedy Wszechświat liczył sobie mniej niż 379 000 lat — powinny one teraz przejawiać się w postaci anizotropowego rozkładu mikrofalowego promieniowania tła.

W roku 1992 pomiary przeprowadzone przez należącego do NASA satelitę COBE (Cosmic Background Explorer) wykazały, że promieniowanie tła rzeczywiście nie jest idealnie izotropowe. W roku 2003 i późniejszych kolejne pomiary przeprowadzone przez należącego do NASA satelitę Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) pozwoliły na zbadanie tych niejednorodności ze znacznie większą dokładnością. W ich wyniku powstał obraz przedstawiony na rysunku 44.7, który jest w zasadzie odpowiednio pokolorowaną fotografią Wszechświata, gdy miał on zaledwie 379 000 lat. Jak można wywnioskować z rozkładu kolorów, już wówczas rozpoczęło się zagęszczanie materii na wielkich skalach. Potwierdza to, że teoria Wielkiego Wybuchu i teoria inflacji przy $t \approx 10^{-34}$ s jest zasadniczo słuszna³.



Rys. 44.7. Ten odpowiednio pokolorowany obraz jest w zasadzie fotografią Wszechświata, gdy miał on zaledwie 379 000 lat, czyli około 13,7 · 10⁹ lat temu (dzięki uprzejmości WMAP Science Team/NASA)

Przyspieszone rozszerzanie się Wszechświata

Pamiętasz zapewne, że w podrozdziale 13.8 stwierdziliśmy, iż masa powoduje zakrzywienie (czaso)przestrzeni. Jednak zgodnie z równaniem Einsteina $E = mc^2$ masa jest po prostu pewną formą energii, więc możemy uogólnić to stwierdzenie następująco: energia powoduje zakrzywienie (czaso)przestrzeni. Niewątpliwie dzieje się tak dla energii zgromadzonej w czarnej dziurze oraz, w mniejszym stopniu, dla przestrzeni wokół

³Jeszcze dokładniejsze pomiary niejednorodności były od 2011 roku wykonywane przez należącego do ESA satelitę Planck (przyp. tłum.).



Rys. 44.8. Docierające do nas promienie świetlne wysłane z dwóch sąsiednich plamek promieniowania reliktowego mogłyby tworzyć kąt a) większy niż 1° lub b) mniejszy niż 1°, gdyby przestrzeń na ich drodze była zakrzywiona. c) Kąt 1° odpowiada przestrzeni niezakrzywionej



Rys. 44.9. Skład energii (w tym masy) wypełniającej Wszechświat

dowolnego obiektu astronomicznego. Czy jednak cała przestrzeń jest zakrzywiona przez energię zawartą we Wszechświecie?

Pierwszej odpowiedzi na to pytanie udzieliły w 1992 r. pomiary wykonane przez satelite COBE, a kolejnej, bardziej dokładnej, wykonywane od 2003 roku pomiary satelity WMAP, w wyniku których powstał obraz przedstawiony na rysunku 44.7. Widzimy na nim plamki odpowiadające miejscom, gdzie wytwarzane było promieniowanie reliktowe o nateżeniu nieco różniącym się od średniego. Z rozkładu kątowego tych plamek można wyznaczyć krzywiznę Wszechświata, który wyemitowane promieniowanie reliktowe musiało w drodze do nas przemierzyć. Jeśli najbardziej wyraźne plamki w polu widzenia detektora (a więc i naszym) mają rozmiar kątowy większy niż 1° (rys. 44.8a) lub mniejszy niż 1° (rys. 44.8b), Wszechświat jest zakrzywiony. Dokładna analiza rozkładu plamek na obrazie danych WMAP pokazuje, że te najbardziej wyraźnie odpowiadają rozmiarowi kątowemu około 1°, co oznacza, że Wszechświat jest płaski. Jeśli zatem Wszechświat miał w pierwszych chwilach istnienia jakąś niezerową krzywiznę, to musiał i tak zostać "spłaszczony" podczas gwałtownej inflacji zachodzącej przy $t \approx 10^{-34}$ s.

Ta płaskość stanowi dla fizyków bardzo trudny problem, ponieważ oznacza, że Wszechświat wypełniony jest dokładnie określoną gęstością energii (w postaci masy lub innej). Niestety, wszystkie próby wyznaczenia gęstości energii we Wszechświecie (czy to w znanych formach energii, czy też pod postacią ciemnej materii) dają wynik znacznie mniejszy od wymaganego przez płaskość.

Jedna z teorii opisujących ten brakujący wkład do gęstości energii Wszechświata określiła go kojarzącą się z powieściami grozy nazwą *ciemnej energii* i przewidziała, że jego własności powinny powodować przyspieszone rozszerzanie się Wszechświata. Jednak przed 1998 rokiem stwierdzenie, czy Wszechświat rozszerza się z przyspieszeniem, było niezwykle trudne, wymagałoby to bowiem wyznaczenia odległości do bardzo dalekich ciał niebieskich.

Dzięki postępowi w technice obserwacji w 1998 r. astronomom udało się odkryć wiele bardzo odległych supernowych określonego typu. Co ważniejsze jednak, astronomowie potrafili także zmierzyć czas trwanie rozbłysku supernowej, który jest bezpośrednio związany z rzeczywistą (np. mierzoną przez obserwatora w ustalonej odległości) jasnością supernowej. Porównując ten wynik z jasnością mierzoną na Ziemi, można było teraz wyznaczyć odległość do supernowej. Z kolei na podstawie przesunięcia ku czerwieni światła galaktyki zawierającej tę supernową, można było stwierdzić, jak szybko oddala się ona od Ziemi. Porównanie tych dwóch zestawów informacji pozwoliło na obliczenie szybkości rozszerzania się Wszechświata. Okazało się, że, tak jak przewidywała to teoria ciemnej energii, rozszerzanie rzeczywiście przyspiesza (rys. 44.6). Jednak, jak dotąd, nie wiadomo w ogóle, czym owa ciemna energia miałaby być.

Na rysunku 44.9 przedstawiono naszą obecną wiedzę o tym, z czego składa się energia Wszechświata. Około 5% jest związane z materią barionową, o której wiemy całkiem dużo. Około 27% to niebarionowa ciemna materia; na temat jej własności mamy kilka potencjalnie pomocnych wskazówek. Reszta, czyli 68%, jest związana z ciemną energią, o której nie wiemy niemal nic. A przecież wielokrotnie w trakcie rozwoju fizyki, nawet w latach 90. XX wieku, jej koryfeusze wyrokowali, że jest ona prawie zupełnie zrozumiana i pozostało ledwie parę szczegółów do uzupełnienia. W rzeczywistości jesteśmy bardzo dalecy od takiego stanu.

Zakończenie

Na zakończenie zastanówmy się przez chwilę, dokąd prowadzi nas szybko poszerzany zasób wiedzy na temat Wszechświata. Widzieliśmy już, że choć wiedza ta jest wspaniała i niezwykle ważna pojęciowo, wypływa z niej także wrażenie "marności" w tym sensie, że nowe odkrycia pokazują nam nasze skromne miejsce w potężnym Wszechświecie. I tak w porządku chronologicznym ludzie zrozumieli, że:

Nasza Ziemia nie leży w środku Układu Słonecznego.

Nasze Słońce jest tylko jedną z wielu gwiazd w naszej Galaktyce.

Nasza Galaktyka jest tylko jedną z wielu, a Słońce to przeciętna gwiazda.

Nasza Ziemia istnieje z grubsza trzy razy krócej niż Wszechświat i zniknie, kiedy po wypaleniu się wodoru Słońce stanie się czerwonym olbrzymem.

Istoty człekokształtne zamieszkują Ziemię od miliona lat — to mgnienie oka w kosmicznej skali czasu.

Nasze miejsce we Wszechświecie jest skromne, ale prawa fizyki, które wykryliśmy (czy raczej odkryliśmy?) — jak się wydaje — obowiązują w całym Wszechświecie, obowiązywały zawsze i będą obowiązywać w przyszłości. Nie znaleźliśmy do tej pory żadnego dowodu, że w innej części Wszechświata mogą obowiązywać inne prawa. Dopóki ktoś nie stwierdzi czegoś przeciwnego, dopóty mamy prawo oznaczyć wszystkie prawa fizyki nalepką "Odkryte na Ziemi". Wiele jest jeszcze do odkrycia. Jak powiedział pisarz Eden Phillpotts "Świat pełen jest cudów, które cierpliwie czekają, aż nasze umysły staną się gotowe, by je dostrzec". To wyznanie podsumowuje powtarzające się w każdym rozdziale podrozdziały "O fizyce". Fizyka jest bramą prowadzącą do tego świata cudów.

Podsumowanie

Leptony i kwarki Zgodnie z aktualną wiedzą cała materia jest zbudowana z 6 rodzajów **leptonów** (tabela 44.2), 6 rodzajów **kwarków** (tabela 44.5) oraz ich 12 **antycząstek**, po jednej dla każdego leptonu i kwarka. Wszystkie te cząstki mają spinową liczbę kwantową $\frac{1}{2}$, a więc są **fermionami** (cząstkami o połówkowym spinie).

Oddziaływania Cząstki naładowane oddziałują elektromagnetycznie, wymieniając między sobą **wirtualne fotony**. Między leptonami oraz między leptonami i kwarkami istnieje oddziaływanie słabe z wymianą ciężkich cząstek pośredniczących W i Z. Ponadto między kwarkami istnieje **oddziaływa**- nie kolorowe. Oddziaływania elektromagnetyczne i słabe są różnymi przejawami tego samego oddziaływania elektrosłabego.

Leptony Trzy leptony (elektron, mion i taon) mają ładunek elektryczny -1e. Istnieją też trzy obojętne elektrycznie **neutrina** (także leptony), każde związane z jednym leptonem naładowanym. Masy neutrin są bardzo małe. Antycząstki leptonów naładowanych mają ładunki dodatnie.

Kwarki Sześć kwarków (dolny, górny, dziwny, powabny, bottom i top w kolejności od najlżejszego do najcięższego) ma liczbę barionową $+\frac{1}{3}$ i ładunek elektryczny $+\frac{2}{3}e$ lub $-\frac{1}{3}e$. Kwark dziwny ma dziwność -1, a pozostałe kwarki dziwność 0. W przypadku antykwarków podane liczby zmieniają się na przeciwne.

Hadrony: bariony i mezony Kwarki łączą się w oddziałujące silnie cząstki nazywane **hadronami. Bariony** są hadronami o spinie ułamkowym $(\frac{1}{2} \text{ lub } \frac{3}{2})$, a więc są **fermionami. Mezony** są hadronami o spinie całkowitym (0 lub 1), a więc są **bozonami**. Liczba barionowa mezonów jest równa zeru; dla barionów wynosi +1 lub -1. **Chromodynamika kwantowa** przewiduje istnienie następujących dozwolonych kombinacji kwarków: kwark z antykwarkiem, trzy kwarki lub trzy antykwarki (przewidywania te są zgodne z eksperymentami).

Pytania

1 Elektron nie może ulec rozpadowi na dwa neutrina. Które z praw zachowania zostałoby złamane, gdyby nastąpił taki rozpad: a) energii, b) momentu pędu, c) ładunku, d) liczby leptonowej, e) pędu, f) liczby barionowej?

2 Który z ośmiu pionów na rysunku 44.2b ma najmniejszą energię kinetyczną?

3 Na rysunku 44.10 przedstawiono tory dwóch cząstek krążących w jednorodnym polu magnetycznym. Cząstki te mają przeciwne ładunki. a) Który tor odpowiada cząstce o większej masie? b) Jeśli wektor indukcji magnetycznej jest skierowany za płaszczyznę rysunku, to czy cząstka o większej masie ma ładunek dodatni, czy ujemny?



Rys. 44.10. Pytanie 3

4 Energia spoczynkowa protonu jest wystarczająco duża, by mógł on rozpaść się na wiele elektronów, neutrin i ich antycząstek. Które z praw zachowania zostałoby złamane, gdyby taki rozpad nastąpił: elektronowej liczby leptonowej czy liczby barionowej?

5 Proton nie może ulec rozpadowi na neutron i neutrino. Które z praw zachowania zostałoby złamane, gdyby taki rozpad nastąpił: a) energii (załóżmy, że proton spoczywa), b) momentu pędu, c) ładunku, d) liczby leptonowej, e) pędu, f) liczby barionowej?

6 Czy w hipotetycznym rozpadzie $\Lambda^0 \rightarrow p + K^-$ zachowane są: a) ładunek elektryczny, b) spin i c) dziwność? d) Czy jeśli cząstka pierwotna spoczywa, to ma ona dosyć energii, by wytworzyć produkty rozpadu?

Rozszerzanie się Wszechświata Przeprowadzone dotychczas obserwacje przemawiają za modelem rozszerzającego się Wszechświata, w którym odległe galaktyki oddalają się od nas z prędkością v określoną przez **prawo Hubble'a**:

$$v = Hr$$
 (prawo Hubble'a), (44.19)

gdzie *H* oznacza **stałą Hubble'a**, której wartość przyjmujemy jako

 $H = 71.0 \text{ km/(s \cdot Mpc)} = 21.8 \text{ mm/(s \cdot ly)}.$ (44.21)

Ekspansja opisana prawem Hubble'a i obecność promieniowania reliktowego w całym Wszechświecie przemawiają za tym, że Wszechświat powstał w wyniku Wielkiego Wybuchu 13,7 miliardów lat temu.

7 Fermionami i bozonami są nie tylko cząstki elementarne, jak elektron czy proton, lecz także całe atomy, zależnie od tego, czy ich sumaryczna spinowa liczba kwantowa ma wartość połówkową czy całkowitą. Rozważmy izotopy helu ³He i ⁴He. Odpowiedz, które z następujących zdań są poprawne. a) Obydwa atomy są fermionami. b) Obydwa są bozonami. c) ⁴He jest fermionem, a ³He bozonem. d) ³He jest fermionem, a ⁴He bozonem. (Dwa elektrony w atomie helu tworzą zamknięta powłokę i nie mają wpływu na wypadkowy spin).

8 Każdy z trzech kosmologów naszkicował linię na wykresie ilustrującym prawo Hubble'a przedstawionym na rysunku 44.11. Uszereguj odpowiadający każdej z tych linii wiek Wszechświata, poczynając od wartości największej.



Rys. 44.11. Pytanie 8

9 Cząstkę Σ^+ charakteryzują następujące liczby kwantowe: dziwność S = -1, ładunek q = +1 oraz spin $s = \frac{1}{2}$. Która z następujących kombinacji kwarków opisuje jej budowę: a) dds, b) s \overline{s} , c) uus, d) ssu czy e) uu \overline{s} ?

10 Wiemy, że mezon π^- ma strukturę kwarkową dū. Które z praw zachowania zostałoby złamane, gdyby mezon π^- był zbudowany z kwarka d i kwarka u: a) energii, b) momentu pędu, c) ładunku, d) liczby leptonowej, e) pędu, f) liczby barionowej?

11 Rozważ neutrino o symbolu \overline{v}_{τ} . a) Czy jest ono kwarkiem, leptonem, mezonem, czy barionem? b) Czy jest to cząstka, czy antycząstka? c) Czy jest to bozon, czy fermion? d) Czy rozważane neutrino ulega samorzutnemu rozpadowi?

Zadania

GO	Zadania z rozwiązaniami interaktywnymi, udostępnianymi studentom według uznania wykładowcy, znajdują się na stronach <i>WileyPLUS</i> (https://www.wileyplus.com/WileyCDA/) oraz WebAssign (http://www.webassign.net/index.html)
•_•••	Liczba kropek określa stopień trudności zadania
ssm	Szczegółowe rozwiązanie jest dostępne w Student Solutions Manual
www	Szczegółowe rozwiązanie znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
ilw	Rozwiązanie interaktywne znajdziesz na stronie http://www.wiley.com/college/halliday
	Więcej informacji znajdziesz w książce The Flying Circus of Physics i na stronie http://flyingcircusofphysics.com

Podrozdział 44.1 Ogólne własności cząstek elementarnych

•1 Pion dodatni rozpada się zgodnie z równaniem (44.7): $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$. Jak wygląda rozpad pionu ujemnego? (*Wska-zówka*: Pion π^- jest antycząstką π^+).

•2 Pewne teorie przewidują, że proton ulega rozpadowi z czasem połowicznego zaniku 10^{32} lat. Zakładając, że to prawda, oblicz liczbę protonów ulegających rozpadowi w ciągu roku w basenie pływackim o rozmiarach olimpijskich, zawierającym $4,32 \cdot 10^5$ litrów wody.

•3 •3 Elektron i pozyton ulegają anihilacji zgodnie z rówaniem (44.5). Jeśli energia kinetyczna każdego z nich była przed anihilacją w przybliżeniu równa zeru, to jaka jest długość fali każdego z powstających w anihilacji fotonów γ ?

•4 Neutralny pion ulega w spoczynku rozpadowi, emitując dwa fotony $\gamma: \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Oblicz długość fali promieniowania γ . Dlaczego oba fotony muszą mieć tę samą długość fali?

•5 Elektron i pozyton znajdują się w odległości r. Oblicz stosunek siły grawitacji i elektrostatycznej działającej między obydwiema cząstkami. Co — na podstawie uzyskanego wyniku — możesz powiedzieć o siłach działających pomiędzy cząstkami obserwowanymi w komorze pęcherzykowej? (Czy powineneś uwzględniać oddziaływania grawitacyjne?)

••6 a) Spoczywająca cząstka 1 rozpada się na cząstki 2 i 3, które oddalają się z równymi co do wartości bezwzględnej, lecz skierowanymi przeciwnie pędami. Udowodnij, że energia kinetyczna E_{k2} cząstki 2 jest dana wzorem

$$E_{k2} = \frac{1}{2E_1}[(E_1 - E_2)^2 - E_3^2],$$

gdzie E_1 , E_2 i E_3 są energiami spoczynkowymi cząstek. b) Spoczywający pion dodatni π^+ (o energii spoczynkowej 139,6 MeV) może rozpaść się na antymion μ^+ (o energii spoczynkowej 105,7 MeV) i neutrino (o praktycznie zerowej energii spoczynkowej). Jaka jest energia kinetyczna antymionu?

••7 Energie spoczynkowe wielu krótkożyciowych cząstek nie mogą być zmierzone bezpośrednio i trzeba je obliczać

na podstawie pędów i energii spoczynkowych produktów ich rozpadu. Rozważ mezon ρ^0 rozpadający się zgodnie z równaniem $\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$. Oblicz energię spoczynkową mezonu π^0 , jeżeli przeciwnie skierowane składowe pędu powstałych pionów mają wartość 358,3 MeV/*c*. Energie spoczynkowe pionów znajdziesz w tabeli 44.4.

••8 • Taon dodatni (τ^+ , energia spoczynkowa 1777 MeV) o energii kinetycznej 2200 MeV porusza się po okręgu w płaszczyźnie prostopadłej do jednorodnego pola magnetycznego o indukcji 1,20 T. a) Oblicz pęd cząstki w kilogramach razy metr na sekundę. Pamiętaj o uwzględnieniu efektów relatywistycznych. b) Oblicz promień toru taonu.

••9 • Obserwacje neutrin emitowanych przez supernową SN 1987A w Wielkim Obłoku Magellana (rys. 43.12b) pozwalają stwierdzić, że energia spoczynkowa neutrina elektronowego nie przekracza 20 eV. Jeśli energia spoczynkowa neutrina elektronowego rzeczywiście wynosiłaby 20 eV, to o ile wolniej od światła poruszałoby się neutrino o energii 1,5 MeV?

••10 The Neutralny pion ma energię spoczynkową 135 MeV i średni czas życia $8,3 \cdot 10^{-17}$ s. Oblicz, ile wynosi największa długość śladu, który może zostawić w komorze pęcherzykowej ta cząstka, wiedząc, że jej początkowa energia kinetyczna wynosiła 80 MeV, a rozpad cząstki nastąpił po upływie średniego czasu życia. Uwzględnij relatywistyczną dylatację czasu.

Podrozdział 44.2 Leptony, hadrony i dziwność

•11 ssm www Które z praw zachowania zostanie złamane w proponowanych reakcjach rozpadu? Przyjmij, że rozpadająca się cząstka spoczywa, a orbitalny moment pędu produktów jest równy zeru. a) $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_{\mu}$; b) $\mu^- \rightarrow e^+ + \nu_e + \overline{\nu}_{\mu}$; c) $\mu^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_{\mu}$.

•12 Cząstka A_2^+ i produkty jej rozpadu rozpadają się zgodnie z następującymi równaniami:

$$\begin{array}{ll} A_2^+ \to \rho^0 + \pi^+, & \mu^+ \to e^+ + \nu + \overline{\nu}, \\ \rho^0 \to \pi^+ + \pi^-, & \pi^- \to \mu^- + \overline{\nu}, \\ \pi^+ \to \mu^+ + \nu, & \mu^- \to e^- + \nu + \overline{\nu}. \end{array}$$

a) Jakie trwałe cząstki są ostatecznymi produktami rozpadu? b) Wykorzystując dostępne dane, odpowiedz, czy b) cząstka A_2^+ jest fermionem, czy bozonem oraz c) czy jest mezonem, czy barionem? d) Jaka jest jej liczba barionowa?

•13 Wykaż, że jeżeli zamiast wykresów zależności dziwności *S* od ładunku *q* dla barionów o spinie $\frac{1}{2}$ (rys. 44.3a) i mezonów o spinie 0 (rys. 44.3b) wykonamy w układzie prostokątnym wykres zależności wielkości Y = B + S od wielkości $T_z = q - \frac{1}{2}(B + S)$, to w wyniku uzyskamy sześciokąt bez konieczności stosowania nachylonych osi. (Wielkość *Y* nazywamy *hiperładunkiem*, a T_z — *izospinem*).

•14 Oblicz energię reakcji a) $\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+$, b) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$.

•15 Które z praw zachowania jest łamane w proponowanych reakcjach (przyjmij, że orbitalny moment pędu produktów rozpadu wynosi 0): a) $\Lambda^0 \rightarrow p + K^-$; b) $\Omega^- \rightarrow \Sigma^- + \pi^0$ (dla Ω^- : S = -3, q = -1, $m_s = \frac{3}{2}$, a $m = 1672 \text{ MeV}/c^2$); c) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+$?

•16 Czy w reakcji

$$p + \overline{p} \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+ e^-$$

byłyby spełnione zasady zachowania a) ładunku elektrycznego, b) liczby barionowej, c) elektronowej liczby leptonowej, d) spinu, e) dziwności oraz f) mionowej liczby leptonowej?

•17 Czy w reakcji

$$\Xi^- \to \pi^- + n + K^- + p$$

byłyby spełnione zasady zachowania a) ładunku elektrycznego, b) liczby barionowej, c) spinu oraz d) dziwności?

•18 Rozważ dziwność cząstek i odpowiedz, które z podanych reakcji zachodzą dzięki oddziaływaniom silnym: a) $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$; b) $\Lambda^0 + p \rightarrow \Sigma^+ + n$; c) $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$; d) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$.

•19 Reakcja $\pi^+ + p \rightarrow p + p + \overline{n}$ zachodzi w wyniku oddziaływania silnego. Korzystając z praw zachowania, określ a) ładunek, b) liczbę barionową oraz c) dziwność antyneutronu.

•20 Istnieje 10 barionów o spinie $\frac{3}{2}$. Ich symbole oraz liczby kwantowe określające ładunek q i dziwność *S* zawiera tabela.

	q	S		q	S
Δ^{-}	-1	0	Σ^{*0}	0	-1
Δ^0	0	0	Σ^{*+}	+1	-1
Δ^+	+1	0	Ξ^{*-}	-1	-2
Δ^{++}	+2	0	Ξ^{*0}	0	-2
Σ^{*-}	-1	-1	Ω^{-}	-1	-3

Przedstaw te bariony na wykresie zależności ładunku od dziwności, w skośnym układzie współrzędnych, jak w przypadku rys. 44.3. Porównaj swój wykres ze wspomnianym rysunkiem.

••21 Korzystając z praw zachowania oraz tabel 44.3 i 44.4, odpowiedz, jaka cząstka kryje się pod symbolem x w następujących reakcjach, które zachodzą w wyniku oddziaływania silnego: a) $p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + x$; b) $p + \overline{p} \rightarrow n + x$; c) $\pi^- + p \rightarrow \Xi^0 + K^0 + x$.

••22 • Cząstka Σ^- o energii kinetycznej 220 MeV rozpada się według schematu $\Sigma^- \rightarrow \pi^- + n$. Oblicz całkowitą energię kinetyczną produktów rozpadu.

••23 • Rozważ rozpad spoczywającej cząstki $\Lambda^0: \Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$. a) Oblicz energię rozpadu. Wyznacz energię kinetyczną b) protonu i c) pionu. (*Wskazówka*: Patrz zadanie 6).

••24 Barion Σ^{*0} o spinie $\frac{3}{2}$ (patrz zadanie 24) ma energię spoczynkową 1385 MeV (z niepewnością, którą tu pomijamy). Barion Σ^0 o spinie $\frac{1}{2}$ ma energię spoczynkową 1192,5 MeV. Jeżeli obydwie cząstki mają energię kinetyczną 1000 MeV, to a) która cząstka porusza się szybciej i b) o ile?

Podrozdział 44.3 Kwarki i cząstki pośredniczące

•25 Kwarkowe składy protonu i neutronu to odpowiednio uud i udd. Jak wyglądają kwarkowe składy a) antyprotonu i b) antyneutronu?

•26 Korzystając z tabel 44.3 i 44.5, określ tożsamość barionów odpowiadających podanym kombinacjom kwarków: a) ddu; b) uus; c) ssd. Porównaj odpowiedź z oktetem barionów z rysunku 44.3a.

•27 Jaki jest skład kwarkowy cząstki \overline{K}^0 ?

•28 Z jakich kombinacji kwarków zbudowane są cząstki a) Λ^0 oraz b) Ξ^0 ?

•29 Który z hadronów wymienionych w tabelach 44.3 i 44.4 odpowiada kombinacji kwarków a) ssu oraz b) dds?

•30 ssm www Z kwarka górnego, dolnego i dziwnego zbuduj — o ile to możliwe — barion a) o ładunku q = +1 i dziwności S = -2 oraz b) o ładunku q = +2 i dziwności S = 0.

Podrozdział 44.4 Kosmologia

•31 W warunkach laboratoryjnych jedna z linii emisyjnych sodu ma długość 590,0 nm. W widmie jednej z galaktyk linia ta ma długość 602,0 nm. Oblicz odległość tej galaktyki od nas, zakładając, że spełnione jest prawo Hubble'a, a przesunięcie dopplerowskie opisane jest równaniem (37.36).

•32 Pewna linia emisyjna w odległej galaktyce ma wskutek rozszerzania się Wszechświata długość fali dwukrotnie większą niż długość fali tej linii mierzona w laboratorium. Zakładając, że spełnione jest prawo Hubble'a oraz że można stosować wzór na przesunięcie dopplerowskie, wyznacz wyrażoną w latach świetlnych odległość do tej galaktyki w chwili emisji światła. •33 Ile wynosi obserwowana długość fali pierwszej linii serii Balmera wodoru (656,3 nm) emitowanej z galaktyki znajdującej się w odległości $2,4 \cdot 10^8$ y od nas. Załóż, że przesunięcie dopplerowskie opisane jest równaniem (37.36) i że spełnione jest prawo Hubble'a.

•34 Pewien obiekt jest odległy od nas o $1.5 \cdot 10^4$ lat świetlnych i nie wykonuje względem nas ruchów innych niż ten związany z rozszerzaniem się Wszechświata. Zakładając, że przestrzeń między nami i tym obiektem rozszerza się zgodnie z prawem Hubble'a, przy czym H = 21.8 mm/s · y, wyznacz a) o ile metrów zwiększy się w ciągu roku odległość między nami a tym obiektem oraz b) z jaką prędkością oddala się od nas ten obiekt.

•35 W jakiej odległości prędkość oddalania się galaktyk byłaby równa prędkości światła, przy założeniu, że dla tak wielkich odległości możemy zastosować prawo Hubble'a?

•36 Ile musiałaby wynosić masa Słońca, aby Pluton (najdalsza "planeta" od Słońca) poruszał się taką prędkością, jaką dziś ma Merkury (planeta najbliższa Słońca)? Przyjmij, że orbity planet są okręgami, skorzystaj z danych w dodatku C i podaj wynik w zależności od obecnej masy Słońca *M*.

•37 Prawo Wiena mówi, że długość fali odpowiadająca maksimum natężenia promieniowania elektromagnetycznego ciała o temperaturze *T* równa się $\lambda_{max} = (2898 \ \mu m \cdot K)/T$. a) Wykaż, że energię fotonów odpowiadających tej długości fali można obliczyć ze wzoru $E = (4,28 \cdot 10^{-10} \ MeV/K)T$. b) Ile wynosi minimalna temperatura, przy której promienio-wanie to jest zdolne do kreacji pary elektron–pozyton (patrz podrozdział 21.3)?

•38 Korzystając z prawa Wiena (patrz zadanie 37), odpowiedz na następujące pytania: a) Jakiej temperaturze odpowiada maksimum natężenia promieniowania reliktowego dla fali o długości 1,1 mm? b) Około 379 000 lat po Wielkim Wybuchu Wszechświat stał się przezroczysty dla promieniowania elektromagnetycznego. W tym czasie jego temperatura wynosiła około 2970 K. Dla jakiej długości fali natężenie promieniowania było najwieksze?

••39 Czy Wszechświat będzie rozszerzać się w nieskończoność? Aby spróbować odpowiedzieć na to pytanie, przyjmij, że teoria ciemnej energii jest błędna i że prędkość v oddalania się galaktyki w odległości r wynika wyłącznie z oddziaływań grawitacyjnych i zależy tylko od masy materii wewnątrz sfery o promieniu r, z Ziemią w środku. Przyjmijmy, że całkowita masa wewnątrz sfery wynosi M, a prędkość ucieczki jest równa $v_u = \sqrt{2GM/r}$ (równanie (13.28)). a) Wykaż, że rozszerzanie się Wszechświata nie będzie zachodzić w nieskończoność, jeżeli średnia gęstość materii wewnątrz sfery będzie równa co najmniej b) Oszacuj wartość liczbową "gęstości krytycznej". Podaj wynik w postaci liczby atomów wodoru na metr sześcienny.
 Pomiary rzeczywistej gęstości materii są trudne i dodatkowo skomplikowane wskutek obecności ciemnej materii.

••40 Obserwowane prędkości odległych galaktyk i kwazarów są bliskie prędkości światła i dlatego wymagają zastosowania relatywistycznych wzorów opisujących przesunięcie dopplerowskie (równanie (37.31)). Przesunięcie to wyrażamy jako względną zmianę długości fali $z = \Delta\lambda/\lambda_0$. a) Pokaż, że zależność parametru $\beta = v/c$, opisującego prędkość oddalania się galaktyk, od przesunięcia ku czerwieni z jest dana wzorem

$$\beta = \frac{z^2 + 2z}{z^2 + 2z + 2}.$$

b) W przypadku jednego z kwazarów odkrytego w 1987 roku z = 4,43. Oblicz dla niego wartość parametru β . c) Oblicz, jak daleko znajduje się ten kwazar, zakładając, że w tej odległości nadal obowiązuje prawo Hubble'a.

••41 • W odległej galaktyce elektron w atomie wodoru przeskakuje z poziomu o n = 3 na poziom o n = 2, emitując światło. Jeśli to światło obserwowane przez nas ma długość fali 2 mm, to ile razy od chwili emisji zwiększyła się długość fali, a tym samym jak bardzo rozszerzył się Wszechświat?

••42 Obecność promieniowania reliktowego sprawia, że najmniejsza możliwa temperatura gazu w przestrzeni międzygwiezdnej i międzygalaktycznej wynosi 2,7 K, a nie 0 K. Oznacza to, że znaczna część cząsteczek w przestrzeni kosmicznej, których stany wzbudzone mają niskie energie, może występować w tych stanach. Powrót do stanu podstawowego wiązałby się z emisją możliwego do wykrycia promieniowania. Rozważ (hipotetyczną) cząsteczkę z jednym stanem wzbudzonym. a) Ile musiałaby wynosić energia stanu wzbudzonego, aby występowało w nim 25% cząsteczek? (*Wskazówka*: Patrz równanie (40.29)). b) Ile wynosiłaby długość fali fotonu emitowanego w wyniku powrotu cząsteczki do stanu podstawowego?

••43 ssm Wyobraź sobie, że promień Słońca wzrósłby do wartości $5,90 \cdot 10^{12}$ m (średni promień orbity Plutona), jego gęstość była jednorodna, a planety poruszałyby się we wnętrzu tak utworzonego obiektu. a) Oblicz prędkość orbitalną Ziemi w nowej konfiguracji. b) Wyznacz stosunek wyniku uzyskanego w punkcie (a) oraz aktualnej wartości 29,8 km/s. Przyjmij, że promień orbity Ziemi nie ulegnie zmianie. c) Ile wynosiłby nowy czas obiegu Ziemi wokół Słońca? (Masa Słońca nie ulega zmianie.)

••44 Przyjmij, że materia (gwiazdy, gaz, pył) tworząca pewną galaktykę o masie M jest rozłożona równomiernie we wnętrzu kuli o promieniu R. Gwiazda o masie m obiega centrum galaktyki po orbicie kołowej o promieniu r < R. a) Wykaż, że prędkość orbitalna v gwiazdy jest dana wzorem

$$\rho = \frac{3H^2}{8\pi G}.$$

$$v = r \sqrt{GM/R^3},$$

a okres obiegu

$$T = 2\pi \sqrt{R^3/GM}$$

nie zależy od promienia r. Pomiń wszelkie siły oporu. b) Załóż następnie, że masa galaktyki jest skupiona w pobliżu centrum galaktyki, to znaczy większość masy znajduje się w odległości mniejszej niż r od jej centrum. Jak wyglądałby wówczas wzór na prędkość orbitalną tej gwiazdy?

Zadania dodatkowe

45 ssm Nie znamy mezonów o ładunku q = +1 i dziwności S = -1 oraz ładunku q = -1 i dziwności S = +1. Wyjaśnij to, korzystając z modelu kwarkowego.

46 Na rysunku 44.12 przedstawiono hipotetyczny wykres zależności prędkości *v* oddalania się galaktyk od ich odległości *r* mierzonej względem nas; linia odpowiada najlepszemu dopasowaniu do wyników. Na podstawie wykresu określ wiek Wszechświata, zakładając, że jest spełnione prawo Hubble'a, a stała Hubble'a się nie zmienia.



Rys. 44.12. Zadanie 46

47 ssm Ile wydzieliłoby się energii, gdyby Ziemia uległa anihilacji w zderzeniu z anty-Ziemią?

48 *Gra w cząstki.* Na rysunku 44.13 przedstawiono tory cząstek w komorze mgłowej (w jednorodnym polu magne-tycznym prostopadłym do płaszczyzny rysunku) w pew-nym *fikcyjnym* eksperymencie. Tabela 44.6 zawiera *fikcyjne*



l'abela	44.6.	Z adanie	e 48
---------	-------	----------	------

Cząstka	Ładunek	Fantazja	Powaga	Spryt
Α	1	1	-2	-2
В	0	4	3	0
С	1	2	-3	-1
D	-1	-1	0	1
Ε	-1	0	-4	-2
F	1	0	0	0
G	-1	-1	1	-1
H	3	3	1	0
Ι	0	6	4	6
J	1	-6	-4	-6

liczby kwantowe opisujące cząstki, które pozostawiły ślady. Cząstka A wchodzi do komory, zostawia ślad 1 i rozpada się na trzy cząstki. Następnie cząstka, która zostawiła ślad 6, rozpada się na trzy cząstki, a cząstka związana ze śladem 4 rozpada się na dwie cząstki, z których jedna nie jest naładowana elektrycznie — jej ślad jest oznaczony prostą linią przerywaną, gdyż jako cząstka neutralna nie zostawia ona w rzeczywistości śladów w komorze mgłowej. O cząstce, która zostawiła ślad 8, wiadomo, że jej liczba kwantowa — powaga ma wartość 0.

Stosując zasady zachowania fikcyjnych liczb kwantowych w każdym z rozpadów i biorąc pod uwagę kierunki krzywizny torów, stwierdź, która cząstka odpowiada śladowi a) 1, b) 2, c) 3, d) 4, e) 5, f) 6, g) 7, h) 8 oraz i) 9. Jedna z wymienionych w tabeli cząstek nie powstała, a pozostałe pojawiły się tylko jeden raz.

49 Rysunek 44.14 przedstawia fragment układu eksperymentalnego, który w latach pięćdziesiątych XX wieku posłużył do odkrycia antyprotonów. Wiązka protonów o energii 6,2 GeV z akceleratora zderza się z jądrami tarczy miedzianej. Zgodnie z przyjętą wówczas teorią w zderzeniach protonów z protonami i neutronami należącymi do jąder tarczy powinny powstawać antyprotony

oraz

oraz

$$p + n \rightarrow p + n + p + \overline{p}.$$

 $p + p \rightarrow p + p + p + \overline{p}$

Przewidywano jednak, że reakcje tego typu, jeżeli nawet zachodziłyby, to powinny zachodzić znacznie rzadziej niż zdarzenia z kreacją pionów

> $p + p \rightarrow p + p + \pi^+ + \pi^$ $p + n \rightarrow p + n + \pi^+ + \pi^-$

Tak więc większość cząstek powstających w zderzeniach protonów o energii 6,2 GeV z tarczą powinny stanowić piony.

Aby udowodnić, że antyprotony istnieją i powstają w wyniku ograniczonej liczby zderzeń, cząstki wychodzące z tarczy kierowano do zespołu detektorów i magnesów przedstawionych na rysunku 44.14. Pierwszy magnes M1 odchylał tory wszystkich przechodzących przez niego cząstek naładowanych. Pole magnetyczne dobrano tak, aby do drugiego magnesu mogły dotrzeć tylko cząstki z ładunkiem ujemnym (\bar{p} lub π^-) o pędzie 1,19 GeV/*c*. Magnes Q1 był *magnesem kwadrupolowym*, skupiającym cząstki w wiązkę, która trafiała w otwór w grubej osłonie i docierała do *licznika scyntylacyjnego* S1. Cząstka naładowana przechodząca przez taki licznik wytwarza sygnał, dzięki czemu temu każdy zarejestrowany impuls informuje o przejściu przez licznik pionu $\pi^$ o pędzie 1,19 GeV/*c* lub (być może) antyprotonu \bar{p} o pędzie 1,19 GeV/*c*.

Po rozogniskowaniu przez magnes Q2 cząstki są kierowane za pomocą magnesu M2 do licznika scyntylacyjnego S2 i dwóch *liczników Czerenkowa* C1 i C2. Liczniki tego typu generują sygnał tylko wtedy, kiedy prędkość przechodzącej cząstki jest zawarta w pewnym przedziale. W opisywanym eksperymencie cząstki o prędkości większej niż 0,79c wyzwalały licznik C1, a cząstki o prędkości z przedziału od 0,75c do 0,78c licznik C2.

Istnieją dwie metody rozróżnienia pojedynczych antyprotonów od występujących w dużej liczbie pionów ujemnych. Obydwie sprowadzają się do badania różnicy prędkości pomiędzy antyprotonem \overline{p} , a pionem π^- o pędach 1,19 GeV/*c*: 1) Zgodnie z obliczeniami antyproton \overline{p} powinien wyzwalać jeden z liczników Czerenkowa, a pion π^- drugi. 2) Podobnie czas Δt pomiędzy impulsami z liczników S1 i S2, oddalonych o 12 m, będzie mieć różne wartości dla antyprotonu \overline{p} i pionu π^- . Tym samym, jeżeli zostanie wyzwolony odpowiedni licznik Czerenkowa i różnica czasu Δt będzie mieć właściwą wartość, eksperyment potwierdzi istnienie antyprotonów.



Ile wynosi prędkość a) antyprotonu o pędzie 1,19 GeV/*c* oraz b) pionu ujemnego o tym samym pędzie? (Prędkość antyprotonu przechodzącego przez liczniki Czerenkowa będzie w rzeczywistości nieco mniejsza od obliczonej, ponieważ straci on część energii w detektorach). Który z liczników Czerenkowa zostanie wyzwolony przez c) antyproton i d) pion ujemny? Jaka różnica czasu Δt będzie świadczyć o przejściu e) antyprotonu i f) pionu ujemnego? [Zadanie zostało przygotowane na podstawie publikacji: O. Chamberlain, E. Segré, C. Wiegand i T. Ypsilantis, "Observation of Antiprotons", *Physical Review* 100, 947–950 (1955)].

50 Sprawdź, że hipotetyczny schemat rozpadu protonu nie narusza żadnego z następujących praw zachowania: a) ładunku elektrycznego, b) energii oraz c) pędu. d) A czy narusza zasadę zachowania momentu pędu?

51 *Kosmologiczne przesunięcie ku czerwieni*. Rozszerzanie się Wszechświata jest często przedstawione na schematach podobnych do rysunku 44.15a. Nasze położenie oznaczono na nim symbolem DM (Droga Mleczna) w początku osi *r* rozciągającej się od nas w każdym kierunku. Na rysunku zaznaczono też odległe galaktyki. Ich symbolom są przypisane wektory prędkości wyznaczonej na podstawie przesunięcia ku czerwieni światła docierającego do nas z tych galaktyk. Zgodnie z prawem Hubble'a prędkość każdej z galaktyk jest proporcjonalna do jej odległości od nas. Rysunki tego typu mogą wprowadzać w błąd, ponieważ sugerują one, że: 1) przesunięcie ku czerwieni wynika z ruchu galaktyk względem nas w statycznej (stacjonarnej) przestrzeni i 2) my znajdujemy się w wyróżnionym centrum ruchu.

W rzeczywistości rozszerzanie się Wszechświata i rosnące odległości między galaktykami nie wynikają z ich ruchu w istniejącej wcześniej przestrzeni, lecz z rozszerzania się samej przestrzeni w całym Wszechświecie. *Przestrzeń jest dynamiczna, a nie statyczna.*

Na rysunkach 44.15b, c, d inaczej przedstawiono Wszechświat i jego rozszerzanie się. Każdy z rysunków odpowiada jednowymiarowi przekrojowi Wszechświata (w kierunku pewnej osi r); dwa pozostałe wymiary nie są przedstawione. Każdy z trzech rysunków przedstawia Drogę Mleczna oraz sześć innych galaktyk (oznaczonych kropkami). Rysunki są uszeregowane wzdłuż osi czasu skierowanej w górę. Na rysunku b, przedstawiającym najwcześniejszy moment, Droga Mleczna i sześć pozostałych galaktyk znajdują się w stosunkowo niewielkich odległościach. Z czasem przestrzeń rozszerza się, a galaktyki oddalają się od siebie. Zwróćcie uwage, że rysunki wykonano względem Drogi Mlecznej i, patrząc stąd, widać oddalanie się wszystkich galaktyk wywołane rozszerzaniem się Wszechświata. Jednakże Droga Mleczna nie jest w żaden szczególny sposób wyróżniona galaktyki oddają się także od każdego innego punktu obserwacji.

Na rysunkach 45.16a i b przedstawiono Drogę Mleczną i jedną z pozostałych galaktyk, nazwijmy ją A, w dwóch



Rys. 44.15. Zadanie 51

szczególnych chwilach w trakcie rozszerzania się Wszechświata. Na rysunku a, galaktyka A znajduje się w odległości r od Drogi Mlecznej i emituje falę świetlną o długości λ . Na rysunku b po upływie czasu Δt wysłane światło dociera na Ziemię. Oznaczmy szybkość rozszerzania się Wszechświata na jednostkę długości w przestrzeni jako α i załóżmy, że jest ona stała w czasie Δt . Tym samym w czasie Δt każda odległość we Wszechświecie (na przykład każdy metr) zwiększy się o $\alpha \Delta t$. Odległość r wydłuży się o $r\alpha \Delta t$. Fala świetlna z rysunków 44.16a i b biegnie z prędkością c z galaktyki A w kierunku Ziemi. a) Udowodnij, że

$$\Delta t = \frac{r}{c - r\alpha}.$$

Obserwowana długość fali λ' jest większa niż długość fali λ emitowanego światła, ponieważ przestrzeń uległa rozszerzeniu w czasie Δt . Ten przyrost długości fali jest nazywany **kosmologicznym przesunięciem ku czerwieni** i nie wynika ze zjawiska Dopplera. b) Udowodnij, że zmiana długości fali $\Delta \lambda$ $(= \lambda' - \lambda)$ jest dana wzorem

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{r\alpha}{c - r\alpha}.$$

c) Korzystając ze wzoru dwumianowego (dodatek E), rozwiń prawą stronę tego równania. d) Jak będzie wyglądać wyrażenie na $\Delta\lambda/\lambda$, jeżeli ograniczymy się tylko do pierwszego wyrazu rozwinięcia?

Jeżeli dla odmiany założymy, że rysunek 45.15a jest właściwy, a zmiana długości fali $\Delta\lambda$ jest skutkiem zjawiska Dopplera, to jej wartość będzie określona równaniem (37.36)

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c},$$

w którym v oznacza radialną prędkość galaktyki A względem Ziemi. e) Korzystając z prawa Hubble'a, porównaj wynik uzy-

skany na podstawie zjawiska Dopplera z wynikiem opartym na rozszerzaniu kosmologicznym uzyskanym w punkcie (d) i oblicz wartość parametru α . W ten sposób można się przekonać, że obydwa wyniki, otrzymane na podstawie całkowicie różnych modeli przesunięcia ku czerwieni światła docierającego z odległych galaktyk, są ze sobą zgodne.

Wyobraźmy sobie, że przesunięcie ku czerwieni światła pochodzącego z galaktyki A wynosi $\Delta\lambda/\lambda = 0,050$, a szybkość rozszerzania się Wszechświata jest stała i ma wartość, którą przyjęliśmy w tym rozdziale. f) Wykorzystując wynik uzyskany w punkcie (b), oblicz odległość między galaktyką A a Ziemią w chwili emisji światła. Następnie ob-





licz, jak dawno światło opuściło galaktykę, g) posługując się wynikiem z punktu (a) oraz h) zakładając, że przesunięcie ku czerwieni jest skutkiem zjawiska Dopplera. (*Wskazówka*: W punkcie (h) czas jest równy odległości w chwili emisji światła podzielonej przez prędkość światła, ponieważ jeżeli założymy, że przesunięcie ku czerwieni jest wywołane zjawiskiem Dopplera, to odległość nie będzie się zmieniać, gdy światło będzie biec w naszą stronę. W tym przypadku obydwa modele przesunięcia ku czerwieni dają różne wyniki). i) Jaka jest odległość Ziemi od galaktyki *A*, kiedy widzimy docierające zeń światło? (Zakładamy, że galaktyka *A* wciąż istnieje. Gdyby przestała istnieć, dowiedzielibyśmy się o tym fakcie dopiero wtedy, gdy dotarłoby do nas światło wyemitowane w ostatniej fazie jej istnienia).

Wyobraźmy sobie teraz, że obserwowane światło docierające z galaktyki *B* (rysunek 45.16c) wykazuje przesunięcie ku czerwieni o wartości $\Delta\lambda/\lambda = 0,080$. j) Posługując się wynikiem z punktu (b), oblicz odległość Ziemi od galaktyki *B* w chwili, kiedy opuszczało ją światło. k) Korzystając z wyniku (a), oblicz, jaki czas temu światło opuściło galaktykę *B*. l) Jaka była odległość między galaktykami *A* i *B* w chwili, kiedy pierwszą z nich opuszczało światło, które teraz obserwujemy?

52 Oblicz różnicę masy mionu i pionu, o których była mowa w przykładzie 44.01. Odpowiedź wyraź w kilogramach.

53 Jaka kombinacja kwarków tworzy cząstkę a) Ξ^- oraz b) $\overline{\Xi}^-$? Cząstki te nie mają powabu ani piękna i nie zawierają kwarka top.

54 Elektron i pozyton, z których każdy ma energię kinetyczną 2,5 MeV, anihilują, tworząc dwa fotony rozlatujące się w przeciwnych kierunkach. Wyznacz częstotliwość każdego z fotonów.

D O D A T E K A

Międzynarodowy Układ Jednostek (SI)*

Jednostki podstawowe SI

Wielkość	Nazwa	Symbol	Definicja
długość	metr	m	"długość drogi przebytej przez światło w próżni w cza- sie 1/299 792 458 sekundy" (1983)
masa	kilogram	kg	"ten prototyp [pewien walec z platyny i irydu] będzie odtąd uważany za jednostkę masy" (1889)
czas	sekunda	S	"czas trwania 9 192 631 770 okresów fali promieniowa- nia odpowiadającego przejściu między dwoma pozio- mami nadsubtelnymi stanu podstawowego atomu cezu- 133" (1967)
natężenie prądu elektrycznego	amper	А	"natężenie stałego prądu elektrycznego, który — płynąc w dwóch równoległych, nieskończenie długich, prostoli- niowych przewodach o znikomo małym, kołowym prze- kroju, umieszczonych w próżni w odległości 1 metra od siebie — wywołuje między tymi przewodami siłę równą $2 \cdot 10^{-7}$ niutona na każdy metr długości prze- wodu" (1946)
temperatura termodynamiczna	kelwin	К	"1/273,16 część temperatury termodynamicznej punktu potrójnego wody" (1967)
ilość substancji	mol	mol	"ilość substancji układu zawierającego liczbę cząstek równą liczbie atomów zawartych w 0,012 kilograma węgla-12" (1971)
światłość	kandela	cd	"światłość, jaką ma w danym kierunku źródło emitujące promieniowanie elektromagnetyczne o częstości 540 · 10 ¹² herców i którego natężenie promieniowania w tym kierunku jest równe 1/683 wata na steradian" (1979)

^{*}Na podstawie pracy "The International System of Units (SI)", National Bureau of Standards Special Publication 330, 1972 edition. Przytoczone definicje zostały przyjęte przez Konferencję Ogólną ds. Miar i Wag (ciało międzynarodowe) w podanych w tabeli latach. Kandela nie jest używana w niniejszej książce.

Niektóre jednostki pochodne SI

Wielkość	Nazwa jednostki	Symbol		
pole powierzchni	metr kwadratowy	m ²		
objętość	metr sześcienny	m ³		
częstość	herc	Hz	s^{-1}	
gęstość	kilogram na metr sześcienny	kg/m ³		
prędkość	metr na sekundę	m/s		
prędkość kątowa	radian na sekundę	rad/s		
przyspieszenie	metr na sekunde kwadrat	m/s ²		
przyspieszenie kątowe	radian na sekundę kwadrat	rad/s ²		
siła	niuton	Ν	$kg \cdot m/s^2$	
ciśnienie	paskal	Ра	N/m ²	
praca, energia, ciepło	dżul	J	$N \cdot m$	
moc	wat	W	J/s	
ładunek elektryczny	kulomb	С	$\mathbf{A} \cdot \mathbf{s}$	
napięcie elektryczne, różnica potencjałów,				
siła elektromotoryczna	wolt	V	W/A	
natężenie pola elektrycznego	wolt na metr (lub niuton na kulomb)	V/m	N/C	
opór elektryczny	om	Ω	V/A	
pojemność elektryczna	farad	F	$A \cdot s/V$	
strumień magnetyczny	weber	Wb	$V \cdot s$	
indukcyjność	henr	Н	$V \cdot s/A$	
indukcja magnetyczna	tesla	Т	Wb/m ²	
natężenie pola magnetycznego	amper na metr	A/m		
entropia	dżul na kelwin	J/K		
ciepło właściwe	dżul na kilogram i kelwin	$J/(kg \cdot K)$		
przewodność cieplna	wat na metr i kelwin	$W/(m \cdot K)$		
natężenie promieniowania	wat na steradian	W/sr		

Jednostki uzupełniające SI

Wielkość	Nazwa jednostki	Symbol	
kąt płaski	radian	rad	
kąt bryłowy	steradian	sr	

Nazwy przedrostków jednostek SI

Czynnik	Przedrostek	Symbol	Czynnik	Przedrostek	Symbol
10 ²⁴	jotta	Y	10 ⁻¹	decy	d
10^{21}	zetta	Z	10 ⁻²	centy	с
10^{18}	eksa	Е	10 ⁻³	mili	m
10^{15}	peta	Р	10 ⁻⁶	mikro	μ
10^{12}	tera	Т	10 ⁻⁹	nano	n
10^{9}	giga	G	10^{-12}	piko	р
10^{6}	mega	Μ	10^{-15}	femto	f
10^{3}	kilo	k	10^{-18}	atto	а
10^{2}	hekto	h	10 ⁻²¹	zepto	Z
10^{1}	deka	da	10 ⁻²⁴	jokto	У

Niektóre podstawowe stałe fizyczne*

Stała	Symbol	Wartość zaokrąglona	Wartość najbardziej dokładna ^a (1998)	Niepewność względna ^b
prędkość światła w próżni	С	$3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	2,997 924 58	(dokładnie)
ładunek elementarny	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	1,602 176 462	0,039
stała grawitacyjna	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{s}^2 \cdot \text{kg})$	6,673	1500
uniwersalna stała gazowa	R	8,31 J/(mol · K)	8,314 472	1,7
stała Avogadra	N_{A}	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	6,022 141 99	0,079
stała Boltzmanna	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$	1,380 650 3	1,7
stała Stefana–Boltzmanna	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$	5,670400	7,0
objętość molowa gazu doskonałego ^c	$V_{ m m}$	$2,27 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{mol}$	2,271 098 1	1,7
stała elektryczna	ε_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m	8,854 187 817 62	(dokładnie)
stała magnetyczna	μ_0	$1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$	1,256 637 061 43	(dokładnie)
stała Plancka	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	6,626 068 76	0,078
masa elektronu ^d	me	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	9,109 381 88	0,079
		$5,49 \cdot 10^{-4}$ u	5,485 799 110	0,0021
masa protonu ^d	$m_{\rm p}$	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	1,672 621 58	0,079
		1,0073 u	1,007 276 466 88	$1,3 \cdot 10^{-4}$
stosunek masy protonu do masy elektronu	$m_{\rm p}/m_{\rm e}$	1840	1836,152 667 5	0,0021
stosunek ładunku elektronu do masy elektronu	$e/m_{\rm e}$	$1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$	1,758 820 174	0,040
masa neutronu ^d	$m_{\rm n}$	$1,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	1,674 927 16	0,079
		1,0087 u	1,008 664 915 78	$5,4 \cdot 10^{-4}$
masa atomu wodoru ^d	$m_{^{1}\mathrm{H}}$	1,0078 u	1,007 825 031 6	0,0005
masa atomu deuteru ^d	$m_{2_{\mathrm{H}}}$	2,0141 u	2,014 101 777 9	0,0005
masa atomu helu-4 ^d	m_{4} He	4,0026 u	4,002 603 2	0,067

^{*}Wartości zebrane w tej tabeli wybrano z wartości zalecanych przez CODATA w 1998 r. (patrz: www.physics.nist.gov).

Stała	Symbol	Wartość zaokrąglona	Wartość najbardziej dokładna ^a (1998)	Niepewność względna ^b
masa mionu	m_{μ}	$1,88 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$	1,883 531 09	0,084
moment magnetyczny elektronu	μ_{e}	$9,28 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$	9,284 763 62	0,040
moment magnetyczny protonu	$\mu_{\rm p}$	$1,41 \cdot 10^{-26} \text{ J/T}$	1,410 606 663	0,041
magneton Bohra	$\mu_{\rm B}$	$9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$	9,274 008 99	0,040
magneton jądrowy	$\mu_{\rm N}$	$5,05 \cdot 10^{-27} \text{ J/T}$	5,05078317	0,040
promień Bohra	a _B	$5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$	5,291 772 083	0,0037
stała Rydberga	R	$1,10 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$	1,097 373 156 854 8	$7,6 \cdot 10^{-6}$
comptonowska długość fali elektronu	λ_{C}	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$	2,426 310 215	0,0073

^a Wartości w tej kolumnie należy pomnożyć przez tę samą potęgę liczby 10 i jednostkę, co odpowiednie wartości zaokrąglone.
^b W jednostkach 10⁻⁶ (milionowych częściach całości).
^c W warunkach normalnych temperatury (0°C) i ciśnienia (1,0 atm, czyli 0,1 MPa).
^d Atomowa jednostka masy 1 u = 1,660 538 73 · 10⁻²⁷ kg.

Niektóre dane astronomiczne

Wybrane odległości od Ziemi

do Księżyca ^a	$3,82 \cdot 10^8 \text{ m}$	do środka naszej Galaktyki	$2,2 \cdot 10^{20} \text{ m}$
do Słońca ^a	$1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$	do galaktyki Andromedy	$2,1 \cdot 10^{22} \text{ m}$
do najbliższej gwiazdy (Proxima Centauri)	$4,04 \cdot 10^{16} \text{ m}$	do granicy obserwowalnego Wszechświata	$\sim 10^{26} \mathrm{m}$

Słońce, Ziemia i Księżyc

Właściwość	Jednostka	Słońce	Ziemia	Księżyc
masa	kg	$1,99 \cdot 10^{30}$	$5,98 \cdot 10^{24}$	$7,36 \cdot 10^{22}$
średni promień	m	$6,96 \cdot 10^{8}$	$6,37 \cdot 10^{6}$	$1,74 \cdot 10^{6}$
średnia gęstość	kg/m ³	1410	5520	3340
przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni prędkość ucieczki	m/s ² km/s	274 618	9,81 11,2	1,67 2,38
okres obrotu ^a		37 d na biegunach ^b , 26 d na równiku ^b	23 h 56 min	27,3 d
całkowita moc promieniowania ^c	W	$3,90 \cdot 10^{26}$		

^a Mierzony względem odległych gwiazd.

^b Słońce — będące kulą gazu — nie obraca się jak ciało sztywne.

^c Tuż nad atmosferą Ziemi energia słoneczna dociera do powierzchni prostopadłej do kierunku padania z szybkością 1340 W/m².

Wybrane właściwości planet

	Merkury	Wenus	Ziemia	Mars	Jowisz	Saturn	Uran	Neptun	Pluton
średnia odległość od Słońca, 10 ⁶ km	57,9	108	150	228	778	1430	2870	4500	5900
okres obiegu, lata	0,241	0,615	1,00	1,88	11,9	29,5	84,0	165	248
okres obrotu ^a , d	58,7	-243 ^b	0,997	1,03	0,409	0,426	-0,451 ^b	0,658	6,39
prędkość na orbicie, km/s	47,9	35,0	29,8	24,1	13,1	9,64	6,81	5,43	4,74
nachylenie osi względem płaszczyzny orbity	< 28°	$\approx 3^{\circ}$	23,4°	25,0°	3,08°	26,7°	97,9°	29,6°	57,5°
nachylenie orbity względem orbity Ziemi	7,00°	3,39°		1,85°	1,30°	2,49°	0,77°	1,77°	17,2°
mimośród orbity	0,206	0,0068	0,0167	0,0934	0,0485	0,0556	0,0472	0,0086	0,250
średnica równika, km	4880	12 100	12 800	6790	143 000	120 000	51 800	49 500	2300
masa (masa Ziemi = 1)	0,0558	0,815	1,000	0,107	318	95,1	14,5	17,2	0,002
gęstość (gęstość wody = 1)	5,60	5,20	5,52	3,95	1,31	0,704	1,21	1,67	2,03
przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni ^c , m/s ²	3,78	8,60	9,78	3,72	22,9	9,05	7,77	11,0	0,5
prędkość ucieczki ^c , km/s	4,3	10,3	11,2	5,0	59,5	35,6	21,2	23,6	1,1
liczba znanych satelitów	0	0	1	2	16 ^d	18 ^e	17 ^e	8 ^e	1

^a Mierzony względem odległych gwiazd.
^b Wenus i Uran obracają się w kierunku przeciwnym do ruchu po orbicie.
^c Przyspieszenie grawitacyjne jest mierzone na równiku planety.
^d + pierścień.
^e + pierścienie.

D O D A T E K D

Współczynniki zamiany jednostek

Współczynniki przeliczeniowe można bezpośrednio odczytać z tabel. Na przykład 1 stopień = $2,778 \cdot 10^{-3}$ obrotów, a zatem $16,7^{\circ} = 16,7 \cdot 2,778 \cdot 10^{-3}$ obrotów. Jednostki SI zapisano czcionką półgrubą. Tabele zostały przygotowane częściowo na podstawie pracy: G. Shortley, D. Wiliams, *Elements of Physics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1971.

Kąt płaski

stopień (°)	minuta (')	sekunda (")	rad	obr
1 stopień = 1 1 minuta = $1,667 \cdot 10^{-2}$ 1 sekunda = $2,778 \cdot 10^{-4}$ 1 radian = 57,30 1 obrót = 360	60 1 1,667 \cdot 10 ⁻² 3438 2,16 \cdot 10 ⁴	3600 60 1 2,063 · 10⁵ 1,296 · 10 ⁶	$1,745 \cdot 10^{-2} \\ 2,909 \cdot 10^{-4} \\ 4,848 \cdot 10^{-6} \\ 1 \\ 6,283$	$2,778 \cdot 10^{-3} \\ 4,630 \cdot 10^{-5} \\ 7,716 \cdot 10^{-7} \\ 0,1592 \\ 1$

Kąt bryłowy

1 pełny kąt bryłowy = 4π steradianów = 12,57 steradianów

Długość

cm	m	km	cal (in)	stopa (ft)	mila
1 centymetr = 1	10 ⁻²	10 ⁻⁵	0,3937	$3,281 \cdot 10^{-2}$	$6,214 \cdot 10^{-6}$
1 metr = 100	1	10^{-3}	39,37	3,281	$6,214 \cdot 10^{-4}$
1 kilometr = 10^5	1000	1	$3,937 \cdot 10^{4}$	3281	0,6214
1 cal (in) = 2,540	$2,540 \cdot 10^{-2}$	$2,540 \cdot 10^{-5}$	1	$8,333 \cdot 10^{-2}$	$1,578 \cdot 10^{-5}$
1 stopa (ft) = 30,48	0,3048	$3,048 \cdot 10^{-4}$	12	1	$1,894 \cdot 10^{-4}$
1 mila (lądowa) = $1,609 \cdot 10^5$	1609	1,609	$6,336\cdot 10^4$	5280	1
1 angstrem = 10^{-10} m	1 rok świe	$etlny = 9,460 \cdot 10^{12} \text{ km}$	1 promień Bohra	$u = 5,292 \cdot 10^{-11} \text{ m}$	1 rod = 16,5 stopy

1 mila morska = 1852 m = 1,151 mil = 6076 stóp

 $1 \text{ fermi} = 10^{-15} \text{ m}$

1 rok świetlny = $9,460 \cdot 10^{12}$ km 1 parsek = $3,084 \cdot 10^{13}$ km 1 sażeń = 6 stóp 1 promień Bohra = $5,292 \cdot 10^{-11}$ m 1 jard = 3 stopy 1 nm = 10^{-9} m

1 rod = 16,5 stopy 1 mila = 10^{-3} cali 1 nm = 10^{-9} m

Pole powierzchni

m ²	cm ²	ft ²	in ²
1 metr kwadratowy = 1	10 ⁴	10,76	1550
1 centymetr kwadratowy = 10^{-4}	1	$1,076 \cdot 10^{-3}$	0,1550
1 stopa kwadratowa = $9,290 \cdot 10^{-2}$	929,0	1	144
1 cal kwadratowy = $6,452 \cdot 10^{-4}$	6,452	$6,944 \cdot 10^{-3}$	1

1 mila kwadratowa = 2,788 \cdot 10⁷ ft² = 640 akrów 1 akr = 43 560 ft² 1 barn = 10⁻²⁸ m² 1 hektar = 10⁴ m² = 2,471 akrów

Objętość

m ³	cm ³	l (litrów)	ft^3	in ³
1 metr sześcienny = 1	10 ⁶	1000	35,31	$6,102 \cdot 10^{4}$
1 centymetr sześcienny = 10^{-6}	1	$1,000 \cdot 10^{-3}$	$3,531 \cdot 10^{-5}$	$6,102 \cdot 10^{-2}$
1 litr = $1,000 \cdot 10^{-3}$	1000	1	$3,531 \cdot 10^{-2}$	61,02
1 stopa sześcienna = $2,832 \cdot 10^{-2}$	$2,832 \cdot 10^4$	28,32	1	1728
1 cal sześcienny =1,639 \cdot 10 ⁻⁵	16,39	$1,639 \cdot 10^{-2}$	$5,787 \cdot 10^{-4}$	1

1 galon amerykański = 4 kwarty = 231 in³ 1 galon angielski = 277,4 in³ = 1,201 galonów amerykańskich

Masa

g	kg	u	OZ	lb
1 g = 1 1 kg = 1000 1 u (jednostka masy atomowej) = 1,661 · 10 ⁻²⁴ 1 uncja handlowa = 28,35 1 funt handlowy = 453,6	$0,001$ 1 1,661 · 10^{-27} 2,835 · 10^{-2} 0,4536	$6,022 \cdot 10^{23}$ $6,022 \cdot 10^{26}$ 1 $1,718 \cdot 10^{25}$ $2,732 \cdot 10^{26}$	$3,527 \cdot 10^{-2}$ 35,27 $5,857 \cdot 10^{-26}$ 1 16	$2,205 \cdot 10^{-3}$ $2,205$ $3,662 \cdot 10^{-27}$ $6,250 \cdot 10^{-2}$ 1

Gęstość

kg/m ³	g/cm ³	lb/ft ³	lb/in ³
1 kilogram/metr sześcienny = 1	0,001	$6,243 \cdot 10^{-2}$	$3,613 \cdot 10^{-5}$
1 gram/centymetr sześcienny = 1000	1	62,43	$3,613 \cdot 10^{-2}$
1 funt handlowy/stopę sześcienną = 16,02	$1,602 \cdot 10^{-2}$	1	$5,787 \cdot 10^{-4}$
1 funt handlowy/cal sześcienny = $2,768 \cdot 10^4$	27,68	17,28	1

а	d	h	min	S
1 rok = 1	365,25	$8,766 \cdot 10^3$	$5,259 \cdot 10^{5}$	3,156 · 10 ⁷
$1 \text{ doba} = 2,738 \cdot 10^{-3}$	1	24	1440	$8,640 \cdot 10^4$
$1 \text{ godzina} = 1,141 \cdot 10^{-4}$	$4,167 \cdot 10^{-2}$	1	60	3600
$1 \text{ minuta} = 1,901 \cdot 10^{-6}$	$6,944 \cdot 10^{-4}$	$1,667 \cdot 10^{-2}$	1	60
1 sekunda = 3,169 · 10 ⁻⁸	$1,157 \cdot 10^{-5}$	$2,778 \cdot 10^{-4}$	$1,667 \cdot 10^{-2}$	1

Prędkość

Czas

km/h	m/s	cm/s	mil/h	ft/s
1 kilometr/godzinę = 1	0,2778	27,78	0,6214	0,9113
1 metr/sekunde = 3.6	1	100	2.237	3.281
1 centymetr/sekund $q = 3,6 \cdot 10^{-2}$	0,01	1	$2,237 \cdot 10^{-2}$	$3,281 \cdot 10^{-2}$
1 mila/godzin $q = 1,609$	0,4470	44,70		1,467
1 stopa/sekunde = 1,097	0,3048	30,48	0,6818	1

1 węzeł = 1 mila morska/h = 1,688 ft/s

Siła

dyna	Ν	lb	G	kG	
1 dyna = 1 1 niuton = 10^5 1 funt = 4,448 · 10^5 1 gram-siła = 980,7 1 kilogram-siła = 9,807 · 10^5	$10^{-5} \\ 1 \\ 4,448 \\ 9,807 \cdot 10^{-3} \\ 9,807$	$2,248 \cdot 10^{-6}$ 0,2248 1 2,205 \cdot 10^{-3} 2,205	$1,020 \cdot 10^{-3}$ 102,0 453,6 1 1000	1,020 · 10 ⁻⁶ 0,1020 0,4536 0,001 1	

1 t = 2000 lb

Jednostki: gram-siła (G), kilogram-siła (kG) i funt (jednostka siły) są obecnie rzadko stosowane. Są one zdefiniowane następująco: 1 gram-siła jest to siła ciężkości działająca na ciało o masie 1 g w standardowych warunkach ciążenia (tzn. gdy $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$); analogicznie dla kilograma-siły i funta.

Ciśnienie

atm	dyn/cm ²	cal wody	cm Hg	Ра	funt/in ²	funt/ft ²
1 atmosfera = 1	$1,013 \cdot 10^{6}$	406,8	76	1,013 · 10 ⁵	14,70	2116
1 dyna/centymetr kwadratowy = $9,869 \cdot 10^{-7}$	1	$4{,}015\cdot10^{-4}$	$7,501 \cdot 10^{-5}$	0,1	$1,405 \cdot 10^{-5}$	$2,089 \cdot 10^{-3}$
1 cal wody ^a w temp. $4^{\circ}C = 2,458 \cdot 10^{-3}$	2491	1	0,1868	249,1	$3,613 \cdot 10^{-2}$	5,202
1 centymetr rtęci ^a w temp. 0° C = 1,316 · 10^{-2}	$1,333\cdot 10^4$	5,353	1	1333	0,1934	27,85
1 paskal = $9,869 \cdot 10^{-6}$	10	$4,015 \cdot 10^{-3}$	$7,501 \cdot 10^{-4}$	1	$1,450 \cdot 10^{-4}$	$2,089 \cdot 10^{-2}$
1 funt/cal kwadratowy = $6,805 \cdot 10^{-2}$	$6{,}895\cdot10^4$	27,68	5,171	$6,895 \cdot 10^{3}$	1	144
1 funt/stopę kwadratową = $4,725 \cdot 10^{-4}$	478,8	0,1922	$3,591 \cdot 10^{-2}$	47,88	$6,944 \cdot 10^{-3}$	1

^a W standardowych warunkach ciążenia (tzn. gdy $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$). 1 bar = $10^6 \text{ dyn/cm}^2 = 0,1 \text{ MPa}$ 1 milibar = $10^3 \text{ dyn/cm}^2 = 10^2 \text{ Pa}$

1 tor = 1 mm Hg

Energia, praca, ciepło

Dwie ostatnie jednostki nie są — ściśle rzecz biorąc — jednostkami energii, lecz zostały włączone do tabeli dla wygody. Odpowiadające im wartości współczynników przeliczeniowych wynikają z relatywistycznej równoważności masy i energii, $E = mc^2$, i wyrażają energię wyzwalaną przy całkowitej zamianie na energię atomowej jednostki masy u oraz masę, która po całkowitej zamianie na energię daje odpowiednią energię jednostkową (wiersz i kolumna na żółtym tle).

Btu	erg	$ft \cdot lb$	$k M \cdot h$	J	cal	kWh	eV	u
1 Btu = 1	$1,055\cdot 10^{10}$	777,9	$3,929 \cdot 10^{-4}$	1055	252,0	$2,930 \cdot 10^{-4}$	$6,585\cdot 10^{21}$	$7,070\cdot 10^{12}$
$1 \text{ erg} = 9,481 \cdot 10^{-11}$		$7,376 \cdot 10^{-8}$	$3,725\cdot 10^{-14}$	10 ⁻⁷	$2,389\cdot 10^{-8}$	$2,778\cdot 10^{-14}$	$6{,}242\cdot10^{11}$	670,2
$1 \text{ ft} \cdot \text{lb} = 1,285 \cdot 10^{-3}$	$1,356\cdot 10^7$	1	$5,051\cdot 10^{-7}$	1,356	0,3238	$3,766 \cdot 10^{-7}$	$8,464\cdot 10^{18}$	$9,037\cdot 10^9$
$1 \text{ kM} \cdot \text{h} = 2545$	$2,685\cdot 10^{13}$	$1,980\cdot 10^6$	1	$2,685\cdot 10^6$	$6,413 \cdot 10^5$	0,7457	$1,676 \cdot 10^{25}$	$1,799\cdot 10^{16}$
$1 \text{ J} = 9,481 \cdot 10^{-4}$	10 ⁷	0,7376	$3,725 \cdot 10^{-7}$	1	0,2389	$2,778 \cdot 10^{-7}$	$6,242 \cdot 10^{18}$	6,702·10 ⁹
$1 \text{ cal} = 3,968 \cdot 10^{-3}$	$4,1868\cdot 10^7$	3,088	$1,560\cdot 10^{-6}$	4,1868	1	$1,163\cdot 10^{-6}$	$2,613\cdot 10^{19}$	$2,806\cdot 10^{10}$
1 kWh = 3413	$3{,}600\cdot10^{13}$	$2,655\cdot 10^6$	1,341	$3,600\cdot 10^6$	$8,600 \cdot 10^5$	1	$2,247\cdot 10^{25}$	$2{,}413\cdot10^{16}$
$1 \text{ eV} = 1,519 \cdot 10^{-22}$	$1,602 \cdot 10^{-12}$	$1,182 \cdot 10^{-19}$	$5,967 \cdot 10^{-26}$	$1,602 \cdot 10^{-19}$	$3,827\cdot 10^{-20}$	$4,450\cdot 10^{-26}$	1	$1,074 \cdot 10^{-9}$
$1 \text{ u} = 1,415 \cdot 10^{-13}$	$1,492 \cdot 10^{-3}$	$5,559 \cdot 10^{-10}$	$1,492 \cdot 10^{-17}$	$3,564 \cdot 10^{-11}$	$3,564 \cdot 10^{-11}$	$4,146 \cdot 10^{-17}$	$9,320\cdot 10^8$	1

Moc

KM	cal/s	kW	W
1 koń mechaniczny = 1	178,1	0,7457	745,7
1 kaloria na sekundę = $5,615 \cdot 10^{-3}$	1	$4,186 \cdot 10^{-3}$	4,186
1 kilowat = 1,341	238,9	1	1000
$1 \text{ wat} = 1,341 \cdot 10^{-3}$	0,2389	0,001	1

Indukcja magnetyczna

Gs	Т	mGs
1 gaus (Gs) = 1	10 ⁻⁴	1000
1 tesla (T) = 10 ⁴	1	10⁷
1 miligaus (mGs) = 0,001	10 ⁻⁷	1

 $1 \text{ tesla} = 1 \text{ weber/m}^2$

Strumień magnetyczny

Mx	Wb
1 makswel = 1	10 ⁻⁸
1 weber = 10^8	1

D O D A T E K E

Wzory matematyczne

Geometria

Koło o promieniu *r*: obwód = $2\pi r$; pole powierzchni = πr^2 . Kula o promieniu *r*: pole powierzchni = $4\pi r^2$; objętość = $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Walec obrotowy o promieniu podstawy r i wysokości h: pole powierzchni = $2\pi r^2 + 2\pi rh$; objętość = πr^2h .

Trójkąt o podstawie *a* i wysokości *h*: pole powierzchni = $\frac{1}{2}ah$.

Równanie kwadratowe i jego rozwiązanie

Jeśli
$$ax^{2} + bx + c = 0$$
, to $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^{2} - 4ac}}{2a}$.

Funkcje trygonometryczne kąta θ



Twierdzenie Pitagorasa

W trójkącie prostokątnym (oznaczenia jak na rysunku) $a^2 + b^2 = c^2$.



Trójkąty

Kąty: A, B, C. Boki im przeciwległe: a, b, c. $A + B + C = 180^{\circ}$.



Symbole matematyczne

- = równa się
- \approx równa się w przybliżeniu
- \sim jest tego samego rzędu wielkości
- \neq nie jest równe
- ≡ jest równe tożsamościowo, jest zdefiniowane jako
- > jest większe niż (» jest dużo większe niż)
- < jest mniejsze niż (« jest dużo mniejsze niż)
- ≥ jest większe lub równe (czyli nie mniejsze niż)
- ≤ jest mniejsze lub równe (czyli nie większe niż)
- \pm plus albo minus
- \propto jest proporcjonalne do

 \sum suma

xśr wartość średnia x

Tożsamości trygonometryczne

 $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$ $\sin \theta / \cos \theta = \operatorname{tg} \theta$ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ $\sec^2 \theta - \operatorname{tg}^2 \theta = 1$

 $\begin{aligned} \csc^2 \theta - \operatorname{ctg}^2 \theta &= 1\\ \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta\\ \cos 2\theta &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta\\ \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta\\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta\\ \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}\\ \sin \alpha \pm \sin \beta &= 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha \mp \beta)\\ \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)\\ \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)\end{aligned}$

Rozwinięcia funkcji w szeregi potęgowe

 $(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots$ (x² < 1) (wzór dwumianowy)

$$e^{x} = 1 + x + \frac{x^{2}}{2!} + \frac{x^{3}}{3!} + \dots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^{2} + \frac{1}{3}x^{3} - \dots \qquad (|x| < 1)$$

- $\sin \theta = \theta \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} \dots \qquad (\theta \text{ w radianach})$
- $\cos \theta = 1 \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} \dots \qquad (\theta \text{ w radianach})$ $\operatorname{tg} \theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \dots \qquad (\theta \text{ w radianach})$

Wzory Cramera

Układ równań z dwiema niewiadomymi x i y

$$+b_1y = c_1$$
 oraz $a_2x + b_2y = c_2$

 $a_1x + b_2$ ma rozwiązanie

oraz

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$
$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \end{vmatrix}} = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

 $|a_2 \ b_2|$

lloczyny wektorów

Niech \hat{i} , \hat{j} i \hat{k} będą wektorami jednostkowymi kierunków *x*, *y* i *z*. Zachodzą związki:

$$\begin{split} \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} &= \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{1}, \qquad \hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = \mathbf{0}, \\ \hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}} &= \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{0}, \\ \hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}} &= \hat{\mathbf{k}}, \qquad \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{i}}, \qquad \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}}. \end{split}$$

Dowolny wektor \vec{a} o składowych wzdłuż osi x, y i z równych a_x , a_y i a_z można przedstawić w postaci

$$\vec{a} = a_x\hat{\mathbf{i}} + a_y\hat{\mathbf{j}} + a_z\hat{\mathbf{k}}.$$

Niech \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} będą dowolnymi wektorami o długościach (modułach) a, b i c. Zachodzą związki:

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{a} \times \vec{c}),$$

(s\vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (s\vec{b}) = s(\vec{a} \times \vec{b}) (s - skalar).

Niech θ będzie mniejszym z kątów między wektorami \vec{a} i \vec{b} . Zachodzą związki:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ab \cos \theta,$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i} \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \hat{j} \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \hat{k} \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

$$= (a_y b_z - b_y a_z) \hat{i} + (a_z b_x - b_z a_x) \hat{j} + (a_x b_y - b_x a_y) \hat{k},$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \theta,$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}),$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c}.$$

Pochodne i całki

W poniższych wzorach u i v są dowolnymi funkcjami zmiennej x, a a i m są stałymi. Do każdej z całek nieoznaczonych należy dodać dowolną stałą całkowania. Obszerniejsze tablice zawiera *Handbook of Chemistry and Physics* (CRC Press Inc.).

1.
$$\frac{dx}{dx} = 1$$

2.
$$\frac{d}{dx}(au) = a\frac{du}{dx}$$

3.
$$\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

4.
$$\frac{d}{dx}x^{m} = mx^{m-1}$$

5.
$$\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$$

6.
$$\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

7.
$$\frac{d}{dx}e^{x} = e^{x}$$

8.
$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x$$

9.
$$\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$$

10.
$$\frac{d}{dx}tgx = \sec^{2} x$$

11.
$$\frac{d}{dx}ctgx = -\csc^{2} x$$

12.
$$\frac{d}{dx}\sec x = tgx\sec x$$

13.
$$\frac{d}{dx}\csc x = -\operatorname{ctg} x\operatorname{cosec} x$$

14.
$$\frac{d}{dx}e^{u} = e^{u}\frac{du}{dx}$$

15.
$$\frac{d}{dx}\sin u = \cos u\frac{du}{dx}$$

16.
$$\frac{d}{dx}\cos u = -\sin u\frac{du}{dx}$$

1.
$$\int dx = x$$

2.
$$\int audx = a \int udx$$

3.
$$\int (u+v)dx = \int udx + \int vdx$$

4.
$$\int x^{m}dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$$

5.
$$\int \frac{dx}{x} = \ln |x|$$

6.
$$\int u \frac{dv}{dx} dx = uv - \int v \frac{du}{dx} dx$$

7.
$$\int e^{x} dx = e^{x}$$

8.
$$\int \sin x dx = -\cos x$$

9.
$$\int \cos x dx = \sin x$$

10.
$$\int tg x dx = \ln |\sec x|$$

11.
$$\int \sin^{2} x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$$

12.
$$\int e^{-ax} dx = -\frac{1}{a}e^{-ax}$$

13.
$$\int xe^{-ax} dx = -\frac{1}{a^{2}}(ax+1)e^{-ax}$$

14.
$$\int x^{2}e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{3}}(a^{2}x^{2} + 2ax + 2)e^{-ax}$$

15.
$$\int_{0}^{\infty} x^{2n}e^{-ax^{2}} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2^{n+1}a^{n}} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

17.
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^{2} + a^{2}}} = \ln(x + \sqrt{x^{2} + a^{2}})$$

18.
$$\int \frac{x dx}{(x^{2} + a^{2})^{3/2}} = -\frac{1}{(x^{2} + a^{2})^{1/2}}$$

19.
$$\int \frac{dx}{(x^{2} + a^{2})^{3/2}} = \frac{x}{a^{2}(x^{2} + a^{2})^{1/2}}$$

20.
$$\int_{0}^{\infty} x^{2n+1}e^{-ax^{2}} dx = \frac{n!}{2a^{n+1}} \quad (a > 0)$$

21.
$$\int \frac{x dx}{x + d} = x - d\ln(x + d)$$

Właściwości pierwiastków

O ile nie podano inaczej, wszystkie dane odnoszą się do ciśnienia 1 atm

Pierwiastek	Symbol	Liczba atomowa Z	Masa molowa [g/mol]	Gęstość [g/cm ³] w temp. 20°C	Temperatura topnienia [°C]	Temperatura wrzenia [°C]	Ciepło właściwe [J/(g · °C)]
aktyn	Ac	89	(227)	10,06	1323	(3473)	0,092
ameryk	Am	95	(243)	13,67	1541		_
antymon	Sb	51	121,75	6,691	630,5	1380	0,205
argon	Ar	18	39,948	$1,6626 \cdot 10^{-3}$	-189,4	-185,8	0,523
arsen	As	33	74,9216	5,78	817 (28 atm)	613	0,331
astat	At	85	(210)	_	(302)	_	_
azot	Ν	7	14,0067	$1,1649 \cdot 10^{-3}$	-210	-195,8	1,03
bar	Ba	56	137,34	3,594	729	1640	0,205
berkel	Bk	97	(247)	14,79	_		
beryl	Be	4	9,0122	1,848	1287	2770	1,83
bizmut	Bi	83	208,980	9,747	271,37	1560	0,122
bohr	Bh	107	262,12				
bor	В	5	10,811	2,34	2030		1,11
brom	Br	35	79,909	3,12 (ciecz)	-7,2	58	0,293
cer	Ce	58	140,12	6,768	804	3470	0,188
cez	Cs	55	132,905	1,873	28,40	690	0,243
chlor	Cl	17	35,453	$3,214 \cdot 10^{-3}$ (0	°C) −101	-34,7	0,486
chrom	Cr	24	51,996	7,19	1857	2665	0,448
cyna	Sn	50	118,69	7,2984	231,868	2270	0,226
cynk	Zn	30	65,37	7,133	419,58	906	0,389
cyrkon	Zr	40	91,22	6,506	1852	3580	0,276
darmsztad	Ds	110	(271)				
dubn	Db	105	262,114	_	_		_
dysproz	Dy	66	162,50	8,55	1409	2330	0,172
einstein	Es	99	(254)	_	_	_	_
erb	Er	68	167,26	9,15	1522	2630	0,167
europ	Eu	63	151,96	5,243	817	1490	0,163
ferm	Fm	100	(237)	_	_	_	_
flerow*	Fl	114	(289)	_	_	_	_
fluor	F	9	18,9984	$1,696 \cdot 10^{-3}$ (0	°C) -219,6	-188,2	0,753
fosfor	Р	15	30,9738	1,83	44,25	280	0,741
frans	Fr	87	(223)		(27)		
gadolin	Gd	64	157,25	7,90	1312	2730	0,234
gal	Ga	31	69,72	5,907	29,75	2237	0,377
german	Ge	32	72,59	5,323	937,25	2830	0,322
glin	Al	13	26,9815	2,699	660	2450	0,900

cd.

Pierwiastek	Symbol	Liczba atomowa Z	Masa molowa [g/mol]	Gęstość [g/cm ³] w temp. 20°C	Temperatura topnienia [°C]	Temperatura wrzenia [°C]	Ciepło właściwe [J/(g · °C)]
hafn	Hf	72	178,49	13,31	2227	5400	0,144
has	Hs	108	(265)	_	_	_	_
hel	He	2	4,0026	$0,1664 \cdot 10^{-3}$	-269,7	-268,9	5,23
holm	Но	67	164,930	8,79	1470	2330	0,165
ind	In	49	114,82	7,31	156,634	2000	0,233
irvd	Ir	77	192,2	22,5	2447	(5300)	0,130
iterb	Yb	70	173.04	6,965	824	1530	0,155
itr	Y	39	88,905	4,469	1526	3030	0,297
jod	Ι	53	126,9044	4,93	113,7	183	0,218
kadm	Cd	48	112,40	8,65	321,03	765	0,226
kaliforn	Cf	98	(251)			_	
kiur	Cm	96	(247)	13,3	_		
kobalt	Со	27	58,9332	8,85	1495	2900	0,423
kopernik	Cn	112	(285)		_	_	
krypton	Kr	36	83.80	$3.488 \cdot 10^{-3}$	-157 37	-152	0 247
krzem	Si	14	28,086	2.33	1412	2680	0.712
ksenon	V.	54	131.30	$5.495 \cdot 10^{-3}$	111 70	108	0.159
lonton		57	131,50	6 180	-111,79	2470	0,105
lit		37	6 030	0,189	920	1300	3.58
liwermor*		116	(203)	0,554	100,55	1500	5,50
lorens	Lv	103	(293)	_	—		
lutet	LI	71	(237)	0.840	1663	1020	0 155
magnez	Lu Mα	12	2/ 312	1 738	650	1950	1.03
mangan	Mn	25	24,312 54,0380	7 44	1244	2150	0.481
maitpar	IVIII Mt	100	(266)	7,44	12++	2150	0,401
mondolow	Md	109	(200)	_	—		
miodá	Cu	20	(230)	<u> </u>	1082 40	2505	0.285
molibden	Cu Mo	29 42	05,54	10.22	2617	2393	0,385
neodym	Nd	42 60	144.24	7.007	1016	3180	0,231
neouym	INU N	10	20,102	7,007	249 507	3180	0,100
neon	Ne	10	20,183	0,8387 · 10	-248,597	-246,0	1,03
neptun	Np	93	(237)	20,25	637	2720	1,20
nikiel	IN1 NIL	28	58,71	8,902	1455	2730	0,444
niob	IND N.	41	92,906	8,57	2408	4927	0,264
nobel	INO Dh	102	(255)	11.25		1725	0.120
OIOW	PD	82	207,19	11,35	327,45	1/25	0,129
osm	Us D1	/6	190,2	22,59	3027	5500	0,130
pallad	Pa	46	106,4	12,02	1552	3980	0,243
platyna	Pt	/8	195,09	21,45	1769	4530	0,134
pluton	Pu	94	(244)	19,8	640	3235	0,130
polon	Po	84	(210)	9,32	254		
potas .	K	19	39,102	0,862	63,20	/60	0,758
prazeodym	Pr	59	140,907	6,773	931	3020	0,197
promet	Pm	61	(145)	1,22	(1027)	_	_
protaktyn	Pa	91	(231)	15,37 (oszacowa	nie) (1230)		—

Pierwiastek	Symbol	Liczba atomowa Z	Masa molowa [g/mol]	Gęstość [g/cm ³] w temp. 20°C	Temperatura topnienia [°C]	Temperatura wrzenia [°C]	Ciepło właściwe [J/(g · °C)]
rad	Ra	88	(226)	5,0	700	_	
radon	Rn	86	(222)	$9,96 \cdot 10^{-3}$ (0°	C) (-71)	-61,8	0,092
ren	Re	75	186,2	21,02	3180	5900	0,134
roentgen	Rg	111	(280)	_	_		
rod	Rh	45	102,905	12,41	1963	4500	0,243
rtęć	Hg	80	200,59	13,55	-38,87	357	0,138
rubid	Rb	37	85,47	1,532	39,49	688	0,364
ruten	Ru	44	101,107	12,37	2250	4900	0,239
rutherford	Rf	104	261,11	_	_		
samar	Sm	62	150,35	7,52	1072	1630	0,197
seaborg	Sg	106	263,118	_	_		
selen	Se	34	78,96	4,79	221	685	0,318
siarka	S	16	32,064	2,07	119,0	444,6	0,707
skand	Sc	21	44,956	2,99	1539	2730	0,569
sód	Na	11	22,9898	0,9712	97,85	892	1,23
srebro	Ag	47	107,870	10,49	960,8	2210	0,234
stront	Sr	38	87,62	2,54	768	1380	0,737
tal	Tl	81	204,37	11,85	304	1457	0,130
tantal	Та	73	180,948	16,6	3014	5425	0,138
technet	Тс	43	(99)	11,46	2200		0,209
tellur	Te	52	127,60	6,24	449,5	990	0,201
terb	Tb	65	158,924	8,229	1357	2530	0,180
tlen	0	8	15,9994	$1,3318 \cdot 10^{-3}$	-218,80	-183,0	0,913
tor	Th	90	(232)	11,72	1755	(3850)	0,117
tul	Tm	69	168,934	9,32	1545	1720	0,159
tytan	Ti	22	47,9	4,54	1670	3260	0,523
uran	U	92	(238)	18,95	1132	3818	0,117
wanad	V	23	50,942	6,11	1902	3400	0,490
wapń	Ca	20	40,08	1,55	838	1440	0,624
węgiel	С	6	12,01115	2,26	3727	4830	0,691
wodór	Н	1	1,00797	$0,08375 \cdot 10^{-3}$	-259,19	-252,7	14,4
wolfram	W	74	183,85	19,3	3380	5930	0,134
złoto	Au	79	196,967	19,32	1064,43	2970	0,131
żelazo	Fe	26	55,847	7,874	1536,5	3000	0,447
nienazwany	Unt	113	_	_	_		_
nienazwany	Unp	115	_	_	_		_
nienazwany	Uus	117		—	—		
nienazwany	Uuo	118	(294)				

Dla pierwiastków promieniotwórczych w rubryce "masa molowa" w nawiasach podano wartości liczby masowej izotopu o najdłuższym czasie życia. Podane w nawiasach wartości temperatury topnienia i wrzenia są niepewne.

Dane dla gazów odnoszą się do ich normalnej postaci cząsteczkowej, jak H₂, He, O₂, Ne itd. Wartości ciepła właściwego gazów odpowiadają przemianie pod stałym ciśnieniem.

Źródło: J. Emsley, *The Elements*, wyd. III, Clarendon Press, Oxford 1998. Istnieje tłum. polskie: *Chemia. Przewodnik po pierwiastkach*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997. Informacje o najnowszych danych i nowoodkrytych pierwiastkach można znaleźć na stronie: www.webelements.com. *Nazwy i symbole pierwiastków 114 (flerow, Fl) i 116 (liwermor, Lv) nie są jeszcze oficjalnie zatwierdzone.

Układ okresowy pierwiastków



Pierwiastki o liczbie atomowej od 113 do 118 zostały już odkryte. Informacje o najnowszych danych i nowo odkrytych pierwiastkach można znaleźć na stronie www.webelements.com. Pierwiastkom o liczbie atomowej 114 i 116 nadano już nazwy i symbole, lecz nie zostały one jeszcze oficjalnie potwierdzone.

Autorzy zdjęć

Rys. 38.9. Przedrukowano za zgodą z Tonomura A., Endo J., Matsuda T., Kawasaki T.: Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern, *American Journal of Physics* 57 (2), 1989, s. 117–120. Copyright © 1989, American Association of Physics Teachers

Rys. 38.10b, c. Dzięki uprzejmości Education Development Center, Newton, Massachusetts

Rys. 38.11. Fot. Lawrence Berkeley Laboratory /Science Photo Library /Photo Researches, Inc.

Rys. 39.11b. Dzięki uprzejmości prof. Leo Kouwenhovena, Department of Applied Physics and DIMES, Delft University of Technology, Holandia

Rys. 39.12. M.F. Crommie, C.P. Lutz, D.M. Eigler, Science, 262: 218, 1993; za zgodą AAAS

Rys. 40.1. Dzięki uprzejmości Warrena Nagourneya Rys. 40.17. Fot. Monkey Business Images/Shutterstock

Rys. 41.18. Dzięki uprzejmości AT&T Archives and History Center, Warren, New Jersey

s. 186 Fot. Ella Hanochi/Shutterstock (górna), Chameleon Eye/Shutterstock (dolna)

Rys. 43.4. Dzięki uprzejmości U.S. Department of Energy
Rys. 43.8. Gary Sheehan (Atomic Energy Commission)/Wikimedia Commons
Rys. 43.12a, b. Dzięki uprzejmości Anglo Australian Telescope Board
Rys. 43.13. Dzięki uprzejmości Los Alamos National Laboratory, Nowy Meksyk
Rys. 43.14. Dzięki uprzejmości Martin Marietta Energy Systems/U.S. Department of Energy

s. 237 © CERN Geneva
 Rys. 44.1. Dzięki uprzejmości Michaela Mathewsa s. 254 Dzięki uprzejmości Brookhaven National Laboratory
 Rys. 44.6. Dzięki uprzejmości NASA
 Rys. 44.7. Dzięki uprzejmości WMAP Science Team/NASA

O D P O W I E D Z I

Odpowiedzi do wszystkich sprawdzianów oraz do pytań i zadań o numerach nieparzystych

Rozdział 28

Sprawdziany: 1. a) zgodny z kierunkiem osi z, b) przeciwny do kierunku osi x, c) $\vec{F}_B = 0$. 2. a) 2, potem razem 1 i 3 (zerowa siła), b) 4. 3. a) elektron, b) zgodnie. 4. przeciwny do kierunku osi y. 5. a) wszystkie wartości równe, b) najpierw razem 1 i 4, następnie razem 2 i 3.

Pytania: 1. a) nie, gdyż \vec{v} i \vec{F}_B muszą być prostopadłe, b) tak, c) nie, gdyż \vec{v} i \vec{F}_B muszą być prostopadłe. 3. a) najpierw oba wektory równoległe do osi *z*, następnie oba wektory równoległe do osi *y*, na koniec oba wektory równoległe do osi *x* (zerowe napięcie), b) zgodny z kierunkiem osi *y*. 5. a) \vec{F}_E , b) \vec{F}_B . 7. a) \vec{B}_1 , b) \vec{B}_1 za płaszczyznę rysunku, \vec{B}_2 przed płaszczyznę rysunku, c) mniejszy. 9*. a) dodatnia, b) najpierw razem od ustawienia 2 do ustawienia 1 oraz od ustawienia 2 do ustawienia 4, następnie od ustawienia 3 do ustawienia 3 (równa zeru). 11. a) ujemny, b) równa, c) równy, d) półokręgiem.

Zadania: 1. a) 400 km/s, b) 835 eV. **3.** a) $(6.2 \cdot 10^{-14} \text{ N}) \hat{k}$, b) $(-6.2 \cdot 10^{-14} \text{ N}) \hat{k}$. 5. 5 T. 7. $(-11.4 \text{ V/m}) \hat{i} - (6 \text{ V/m}) \hat{i} +$ $(4,8 \text{ V/m}) \hat{k}$. **9.** $(-0,267 \text{ mT}) \hat{k}$. **11.** 0,68 MV/m. **13.** 7,4 μ V. **15.** a) $(-600 \text{ mV/m})\hat{k}$, b) 1,2 V. **17.** a) 2,6 \cdot 10⁶ m/s, b) 0,109 μ s, c) 0,14 MeV, d) 70 kV. **19.** 1,2 \cdot 10 - 9 kg/C. **21.** a) $2,05 \cdot 10^7$ m/s, b) 467 μ T, c) 13,1 MHz, d) 76,3 ns. 23. 21,1 µT. 25. a) 0,978 MHz, b) 96,4 cm. 27. a) 495 mT, b) 22,7 mA, c) 8,17 MJ. **29.** 65,3 km/s. **31.** 5,07 ns. 33. a) 0,358 ns, b) 0,166 mm, c) 1,51 mm. 35. a) 200 eV, b) 20 keV, c) 0,499%. **37.** 2,4 · 10² m. **39.** a) 28,2 N, b) skierowana poziomo na zachód. 41. a) 467 mA, b) w prawo. **43.** a) 0, b) 0,138 N, c) 0,138 N, d) 0. **45.** $(-2,5 \text{ mN})\hat{i} +$ (0,75 mN) k̂. **47.** a) 0,1 T, b) 31°. **49.** $(-4,3 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m})$ ĵ. **51.** 2,45 A. **55.** a) 2,86 A \cdot m², b) 1,1 A \cdot m². **57.** a) 12,7 A, b) 0,0805 N \cdot m. **59.** a) 0,3 A \cdot m², b) 0,024 N \cdot m. **61.** a) -72μ J, b) $(96\hat{i} + 48\hat{k}) \mu N \cdot m$. 63. a) $(-9,7 N \cdot m)\hat{i} - (7,2 N \cdot m)\hat{j} +$ $(8 \text{ N} \cdot \text{m}) \hat{k}, b) - 6 \cdot 10^{-4} \text{ J. } 65. a) 90^{\circ}, b) 1, c) 1, 28 \cdot 10 - 7 \text{ N} \cdot \text{m},$ **67.** a) 20 minut, b) $5.9 \cdot 10^{-2}$ N · m. **69.** 8.2 mm. **71.** 127 u. **73.** a) $6,3 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$, b) 3 mm. **75.** a) 1,4, b) 1. **77.** $(-500 \text{ V/m})\hat{j}$. **79.** a) 0,5, b) 0,5, c) 14 cm, d) 14 cm. **81.** $(0,8\hat{j} - 1,1\hat{k})$ mN. **83.** -40 mC. **85.** a) $(12,8\hat{i}+6,41\hat{j}) \cdot 10^{-22}$ N. **87.** a) w górę, b) na brzegu, c) 47,1 V, d) 47,1 V, e) 2,36 kW. 89. $\sqrt{\frac{mU}{2ed}}$. 01 j B

91.
$$n = \frac{j-1}{eE}$$
.

Rozdział 29

Sprawdziany: 1. *b*, *c*, *a*. 2. *d*, następnie razem *a* i *c*, potem *b*. 3. *d*, *a*, następnie razem *b* i *c* (zero).

Pytania: 1. *c*, *a*, *b*. 3. *c*, *d*, następnie razem *a* i *b* (zero). 5. *a*, *c*, *b*. 7. najpierw razem *c* i *d*, następnie *b*, na koniec *a*. 9. *b*, *a*, *d*, *c* (zero). 11. a) 1,3,2, b) mniejszy.

Zadania:

1. a) 3,3 µT, b) tak. **3.** a) 16 A, b) na wschód. **5.** a) 1 mT, b) przed, c) 0,8 mT, d) przed. 7. a) 0,102 μ T, b) przed. 9. a) w przeciwnych, b) 30 A. 11. a) 4,3 A, b) przed płaszczyznę rysunku. **13.** 50,3 nT. **15.** a) 1,7 μ T, b) za płaszczyzne rysunku, c) 6,7 μ T, d) za płaszczyzne rysunku. 17. 132 nT. 19. 5 µT. 21. 256 nT. **23.** $(-7,75 \cdot 10^{-23} \text{ N}) \hat{i}$. **25.** 2 rad. **27.** 61,3 mA. **29.** $(80 \,\mu\text{T}) \hat{j}$. **31.** a) 20 μ T, b) za płaszczyznę rysunku. **33.** (22,3 pT) \hat{j} . **35.** 88,4 pN/m. **37.** $(-125 \,\mu\text{N/m})\hat{i} + (41,7 \,\mu\text{N/m})\hat{j}$. **39.** 800 nN/ m. 41. (3,2 mN) j. 43. a) 0, b) 0,85 mT, c) 1,7 mT, d) 0,85 mT. **45.** a) $-2.5 \,\mu\text{T} \cdot \text{m}$, b) 0. **47.** a) 0, b) $0.1 \,\mu\text{T}$, c) $0.4 \,\mu\text{T}$. **49.** a) 533 µT, b) 400 µT. **51.** 0,3 mT. **53.** 0,272 A. **55.** a) 4,77 cm, b) $35,5\,\mu\text{T}$. **57.** a) $2,4\,\text{A}\cdot\text{m}^2$, b) 46 cm. **59.** $0,47\,\text{A}\cdot\text{m}^2$. **61.** a) 79 μ T, b) 1,1 \cdot 10⁻⁶ N \cdot m. **63.** a) (0,06 A \cdot m²) \hat{i} , b) (96 pT j). 65. 1,28 mm. 69. a) 15 A, b) przeciwny do kierunku osi z. 71. 7,7 mT. 73. a) 15,3 µT. 75. a) (0,24 i) nT, b) 0, c) $(-43 \hat{k})$ pT, d) $(0,14 \hat{k})$ nT. **79.** a) 4,8 mT, b) 0,93 mT, c) 0. **83.** $(-0, 2 \text{ mT}) \hat{k}$. **87.** a) $\frac{\mu_0 I r}{2\pi r^2}$, b) $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, c) $\frac{\mu_0 I (a^2 - r^2)}{2\pi (a^2 - b^2)r}$, d) 0.

Rozdział 30

Sprawdziany: 1. *b*, następnie razem *d* i *e*, potem razem *a* i *c* (zero). 2. razem *a* i *b*, następnie *c* (zero). 3. razem *c* i *d*, następnie razem *a* i *b*. 4. *b* i *c* przed płaszczyznę rysunku, *d* i *e* za płaszczyznę rysunku. 5. d oraz e. 6. a) 2,3,1 (zero), b) 2,3,1. 7. razem *a* i *b*, następnie *c*.

Pytania: 1. przed. 3. a) zerowe natężenie we wszystkich, b) 2, następnie razem 1 i 3 (zero). 5. najpierw razem c i d, następnie b, potem a. 7. a) większe, b) takie samo, c) takie samo, d) takie samo i równe zeru. 9. a) zerowe natężenie we wszystkich, b) razem 1 i 2, następnie 3. 11. b.

Zadania: 1. 0. **3.** 30 mA. **5.** 0. **7.** a) 31 mV, b) w lewo. **9.** 0,198 mV. **11.** b) 0,796 m². **13.** 29,5 mC. **15.** a) 21,7 V, b) przeciwny do kierunku ruchu wskazówek zegara. **17.** a) 1,26 \cdot 10⁻⁴ T, d) tak, e) 5,04 \cdot 10⁻⁸ V. **19.** 5,5 kV. **21.** a) 40 Hz, b) 3,2 mV. **23.** a) $\frac{\mu_0 I R^2 \pi r^2}{2x^3}$, b) $\frac{3\mu_0 I R^2 r^2 v}{2x^4}$, c) przeciwny do kierunku ruchu wskazówek zegara. **25.** a) 13 μ Wb/m, b) 17%, c) 0. **27.** a) 80 μ V, b) zgodny z kierunkiem ruchu wskazówek zegara. **29.** a) 48,1 mV, b) 2,67 mA, c) 0,129 mW. **31.** 3,68 μ W. **33.** a) 240 μ V, b) 0,6 mA, c) 0,144 μ W, d) 2,87 \cdot 10⁻⁸ N, e) 0,144 μ W. **35.** a) 0,6 V, b) w górę, c) 1,5 A, d) zgodny z kierunkiem ruchu wskazówek zegara, e) 0,9 W, f) 0,18 N, g) 0,9 W. **37.** a) 71,5 μ V/m, b) 143 μ V/ m. 39. 0,15 V/m. 41. a) 2,45 mWb, b) 0,645 mH. 43. 1,81 µH/m. **45.** a) maleje, b) 0,68 mH. **47.** b) $L_{\rm rw} = \sum_{i=1}^{N} L_i$. **49.** 59,3 mH. **51.** 46 Ω . **53.** a) 8,45 ns, b) 7,37 mA. **55.** 6,91. **57.** a) 1,5 s. **59.** a) $I(1 - e^{-Rt/L})$, b) $(L/R) \ln 2$. **61.** a) 97,9 H, b) 0,196 mJ. **63.** 25,6 ms. **65.** a) 18,7 J, b) 5,1 J, c) 13,6 J. **67.** a) 34.2 J/m³. b) 49,4 mJ. **69.** $1,5 \cdot 10^8$ V/m. **71.** a) 1 J/m^3 , b) $4,8 \cdot 10^{-15} \text{ J/m}^3$. 73. a) 1,67 mH, b) 6 mWb. 75. 13 µH. 77. b) należy zmienić kierunek nawiniecia jednej z cewek. 79. a) 2 A, b) 0, c) 2 A, d) 0, e) 10 V, f) 2 A/s, g) 2 A, h) 1 A, i) 3 A, j) 10 V, k) 0, l) 0. **81.** a) 10 µT, b) przed płaszczyznę rysunku, c) 3,3 µT, d) przed płaszczyzne rysunku. 83. 0,52 ms. 85. a) $(4,4 \cdot 10^7 \text{ m/s}^2)\hat{i}$, b) 0, c) $(-4.4 \cdot 10^7 \text{ m/s}^2)\hat{i}$. 87. a) 0.4 V, b) 20 A. 89. a) 10 A, b) 100 J. **91.** a) 0, b) 800 A/s, c) 1,8 mA, d) 440 A/s, e) 4 mA, f) 0. **93.** 1,15 W. **95.** a) 20 A/s, b) 0,75 A. **97.** 12 A/s. **99.** 3 · 10³⁶ J. **101.** a) 13.9 H. b) 120 mA.

Rozdział 31

Sprawdziany: 1. a) T/2, b) T, c) T/2, d) T/4. 2. a) 5 V, b) 150 μ J. 3. a) pozostanie taka sama, b) pozostanie taka sama. 4. a) C,B,A, b) $A \rightarrow 1$, $B \rightarrow 2$, $C \rightarrow 4$, $S \rightarrow 3$, c) A. 5. a) pozostanie taka sama, b) zwiększy się, c) pozostanie taka sama, b) zmniejszy się. 6. a) 1: spóźnia się, 2: wyprzedza, 3: jednakowa faza, b) 3 ($\omega_W = \omega$ dla $X_L = X_C$). 7. a) zwiększyć (obwód ma charakter pojemnościowy, zwiększenie C powoduje zmniejszenie X_C , a więc przybliżenie do rezonansu, a wtedy P_{sr} jest największa), b) w kierunku częstości kołowej SEM. 8. a) większy, b) podwyższający.

Pytania: 1. *b*, *a*, *c*. 3. a) T/4, b) T/4, c) T/2, d) T/2. 5. *c*, *b*, *a*. 7. *a*: cewka, *b*: opornik, *c*: kondensator. 9. a) dodatnia, b) zwiększyć (zwiększenie X_L przybliża do rezonansu), c) zmniejszyć (zmniejszenie X_C przybliża do rezonansu), 11. a) w prawo, wzrośnie (zwiększenie X_L przybliża do rezonansu), b) w prawo, wzrośnie (zmniejszenie X_C przybliża do rezonansu), c) w prawo, wzrośnie (zwiększenie ω_w/ω przybliża do rezonansu). 13. a) cewki, b) zmnniejszy się.

Zadania: 1. a) 1,17 µJ, b) 5,58 mA. 3. a) 6 µs, b) 167 kHz, c) 3 μ s. **5.** 45,2 mA. **7.** a) 1,25 kg, b) 372 N/m, c) 1,75 \cdot 10⁻⁴ m, d) 3,02 mm/s. 9. $7 \cdot 10^{-4}$ s. 11. a) 6, b) 36 pF, c) 0,22 mH. 13. a) 0,18 mC, b) 70,7 µs, c) 66,7 W. 15. a) 3 nC, b) 1,7 mA, c) 4,5 nJ. 17. a) 275 Hz, b) 365 mA. 21. a) 356 µs, b) 2,5 mH, c) 3,2 mJ. 23. a) 1,98 μ J, b) 5,56 μ C, c) 12,6 mA, d) -46,9°, e) +46,9°. **25.** 8,66 mΩ. **29.** a) 95,5 mA, b) 11,9 mA. **31.** a) 0,65 kHz, b) 24 Ω. **33.** a) 6,73 ms, b) 11,2 ms, c) cewka, d) 138 mH. 35. 89 Ω. 37. 7,61 A. 39. a) 267 Ω, b) -41,5°, c) 135 mA. **41.** a) 206 Ω , b) 13,7°, c) 175 mA. **43.** a) 218 Ω , b) 23,4°, c) 165 mA. 45. a) tak, b) 1 kV. 47. a) 224 rad/s, b) 6 A, c) 219 rad/s, d) 228 rad/s, e) 0,04. 49. a) 798 Hz, b) nie zmieni się, c) zmaleje, d) wzrośnie. **53.** a) 12,1 Ω, b) 1,19 kW. **55.** 1,84 A. **57.** a) 117μ F, b) 0, c) 90 W, d) 0°, e) 1, f) 0, g) -90°, h) 0. **59.** a) 2,59 A, b) 38,8 V, c) 159 V, d) 224 V, e) 62,4 V, f) 75 V, g) 100 W, h) 0, i) 0. 61. a) 0,743, b) wyprzedza, c) pojemnościowy, d) nie, e) tak, f) nie, g) tak, h) 33,4 W. 63. a) 2,4 V,

b) 3,2 mA, c) 0,16 A. 65. a) 1,9 V, b) 5,9 W, c) 19 V, d) 590 W,
e) 0,19 kV, f) 59 kW. 67. a) 6,73 ms, b) 2,24 ms, c) kondensator, d) 59 μF. 69. a) -0,405 rad, b) 2,76 A, c) pojemnościowy.
71. a) 64 Ω, b) 50,9 Ω, c) pojemnościowy. 73. a) 2,41 μH,
b) 21,4 pJ, c) 82,2 nC. 75. a) 39,1 Ω, b) 21,7 Ω, c) pojemnościowy.
79. a) 0,577 Q, b) 0,152. 81. a) 45°, b) 70,7 Ω. 83. 1,84 kHz.
85. a) 0,689 μH, b) 17,9 pJ, c) 0,11 μC. 87. a) 165 Ω, b) 313 mH,
c) 14,9 μF. 93. 93. a) 36 V, b) 29,9 V, c) 11,9 V, d) -5,85 V.

Rozdział 32

Sprawdziany: 1. *d*, *b*, *c*, *a* (zero). 2. *a*, *c*, *b*, *d* (zero). 3. razem *b* i *c*, następnie *d*, potem *a*. 4. a) 2, b) 1. 5. a) od, b) od, c) mniejsza. 6. a) do, b) do, c) mniejsza.

Pytania: 1. $1 \rightarrow a, 2 \rightarrow b, 3 \rightarrow c$ i *d*. 3. a) maleje, b) maleje. 5. traci. 7. a) razem *a* i *b*, następnie *c*, potem *d*, b) nie (okładka nie ma symetrii obrotowej, więc \vec{B} nie jest styczne do żadnej kołowej pętli), c) nie. 9. a) 1 do góry, 2 do góry, 3 w dół, b) 1 w dół, 2 do góry, 3 zero. 11. a) 1, 3, 2, b) 2.

Zadania: 1. +3 Wb. 3. a) 47, μ Wb, b) do wewnątrz. **5.** $2,4 \cdot 10^{13}$ V/(m · s). **7.** a) $1,18 \cdot 10^{-19}$ T, b) $1,06 \cdot 10^{-19}$ T. **9.** a) $5,01 \cdot 10^{-22}$ T, b) $4,51 \cdot 10^{-22}$ T. **11.** 1,9 pT. **13.** $7,5 \cdot 10^5$ V/s. **17.** a) 0.324 V/m, b) $2.87 \cdot 10^{-16} \text{ A}$, c) $2.87 \cdot 10^{-18}$. **19.** a) 75.4 nT, b) 67,9 nT. 21. a) 27,9 nT, b) 15,1 nT. 23. a) 2 A, b) $2.3 \cdot 10^{11} \text{ V/(m \cdot s)}$, c) 0.5 A, d) $0.63 \,\mu\text{T} \cdot \text{m}$. **25.** a) $0.63 \,\mu\text{T}$, b) $2,3 \cdot 10^{12}$ V/(m · s). 27. a) 0,71 A, b) 0, c) 2,8 A. 29. a) 7.6 μ A, b) 859 kV · m/s, c) 3,39 mm, d) 5,16 pT. **31.** 55 µT. **33.** a) 0, b) 0, c) 0, d) $\pm 3,2 \cdot 10^{-25}$ J, e) $-3,2 \cdot 10^{-34}$ J · s, f) 2,8 $\cdot 10^{-23}$ J/T, g) $-9,7 \cdot 10^{-25}$ J, h) $\pm 3,2 \cdot 10^{-25}$ J. **35.** a) $-9,3 \cdot 10^{-24}$ J/T, b) $1.9 \cdot 10^{-23}$ J/T. **37.** b) zgodny z kierunkiem osi x, c) zgodny z kierunkiem ruchu wskazówek zegara, d) zgodny z kierunkiem osi x. **39.** tak. **41.** 20,8 mJ/T. **43.** b) E_{ki}/B , c) przeciwny do kierunku osi z, d) 0,31 kA/m. 47. a) 180 km, b) $2,3 \cdot 10^{-5}$. **49.** a) 3μ T, b) $5.6 \cdot 10^{-10}$ eV. **51.** $5.15 \cdot 10^{-24}$ A·m². **53.** a) 0,14 A, b) 79 μ C. **55.** a) 6,3 \cdot 10⁸ A, b) tak, c) nie. **57.** 0,84 kJ/T. **59.** a) $(1,2 \cdot 10^{-13} \text{ T})e^{-t/0,012 \text{ s}}$, b) $5,9 \cdot 10^{-15} \text{ T}$. **63.** a) 27,5 mm, b) 110 mm. **65.** 8 A. **67.** a) $-8.8 \cdot 10^{15} \text{ V/(m} \cdot \text{s})$, b) $5.9 \cdot 10^{-7}$ T · m. 69. b) jest ujemny, c) nie, gdyż jest on kompensowany dodatnim strumieniem pola przez otwarte denko rurki w pobliżu bieguna magnesu. **71.** b) przeciwny do kierunku osi x, c) przeciwny, d) przeciwny do kierunku osi x. **73.** a) 7, b) 7, c) $\frac{3h}{2\pi}$, d) $\frac{3eh}{4\pi m}$, e) $\frac{3.5h}{2\pi}$, f) 8. **75.** a) 9, b) 3,71 · 10⁻²³ J/T, c) +9,27 · 10⁻²⁴ J, d) -9,27 · 10⁻²⁴ J.

Rozdział 44

Sprawdziany: 1. a) mionowej, b) cząstką, c) $L_{\mu} = +1$. 2. b oraz e. 3. c.

Pytania: 1. b, c, d. 3. a) 1, b) dodatni. 5. a, b, c, d. 7. d. 9. c. 11. a) lepton, b) antycząstka, c) fermion, d) tak.

Zadania: $1. \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$. **3.** 2,4 pm. **5.** 2,4 ·10⁻⁴³. **7.** 769 MeV. **9.** 2,7 cm/s. **11.** a) momentu pędu, L_e , b) ładunku, L_{μ} , c) energii, L_{μ} . **15.** a) energii, b) dziwności, c) ładunku. **17.** a) tak, b) nie, c) nie, d) nie. **19.** a) 0, b) -1, c) 0. **21.** a) K⁺, b) \bar{n} , c) K⁰. **23.** a) 37,7 MeV, b) 5,35 MeV, c) 32,4 MeV. **25.** a) $\bar{u}\bar{u}d$, b) $\bar{u}d\bar{d}$. **27.** sd. **29.** a) Ξ^0 , b) Σ^- . **31.** 2,77 · 10⁸ y. **33.** 668 nm. **35.** $1,4 \cdot 10^{10}$ y. **37.** a) 2,6 K, b) 976 nm. **39.** 5,7 atomów wodoru na m³. **41.** 4570. **43.** a) 121 m/s, b) 0,00406, c) 248 lat. **47.** $1,08 \cdot 10^{42}$ J. **49.** a) 0,785*c*, b) 0,993*c*, c) C2, d) C1, e) 51 ns,

f) 40 ns. **51.** c) $\frac{r\alpha}{c} + (\frac{r\alpha}{c})^2 + (\frac{r\alpha}{c})^3 + \dots$, d) $\frac{r\alpha}{c}$, e) $\alpha = H$, f) 6,5 $\cdot 10^8$ y, g) 6,9 $\cdot 10^8$ y, h) 6,5 $\cdot 10^8$ y, i) 6,9 $\cdot 10^8$ y, j) 10⁹ y, k) 1,1 $\cdot 10^9$ y, l) 3,9 $\cdot 10^8$ y. **53.** a) ssd, b) \bar{ssd} .

S K O R O W I D Z

A

absorpcja 3, 116, 121 akceptor 147 aktywność 177, 187-188, 193 anihilacja 240 antycząstka 240, 269 antyproton 242 atom, fizvka 88 - helu 164 -, moment magnetyczny 90 -, - pedu 90 - srebra 96 - trwały 88 - wodoru 66, 79 – –, emisja światła 78 --, energia 68, 70, 113 --, izolowany 76 --, prawdopodobieństwo 78 --, stany kwantowe 75-76 --, widmo 70

B

Bacquerel H. 177 bariera energii potencjalnej 32 – kulombowska 219 – potencjału 32, 209 barion 240, 248, 255, 270 bekerel, jednostka 177, 193 Binning G. 34 Bohr N. 54, 67, 189, 207 Boltzmann L. 117 Bose N. 238 bozon 238, 270 – Higgsa 260 Brookhaven National Laboratory 237

С

CERN 237 Chadwick J. 204 chip 156 chlor 108 chromodynamika kwantowa 259, 270 ciało doskonale czarne 67 – stałe, fizyka 131 – –, krystaliczne 131 ciemna materia 265 Compton A. 9 Cowan C. L. 183 cykl protonowo-protonowy 222, 228 czas połowicznego zaniku 177, 193 – reakcji 214 - życia 177
- jądra złożonego 192
- -, średni 177
cząstka pośrednicząca 257
- swobodna 47
- α 164, 191
czerwony olbrzym 223

D

datowanie izotopowe 186 -, promieniotwórczość 186 Davisson C. J. 20 dawka pochłonieta 188, 193 - promieniowania 193 de Broglie L. 19 de Haas W. J. 90 deekscytacja 50 DESY 237 diament 134 Diels J. C. 15 dioda świecaca (LED) 152-153, 155, 157 dipol magnetyczny 96 Dirac P. A. M. 94 długość fali komptonowska 11-12 -- de Broglie'a 19, 36, 48, 170 ---, elektron 22-23 --, progowa 6 domieszkowanie 145 - krzemu, fosforem 148 donor 146 doświadczenie Einsteina-De Haasa 90 - fotoelektryczne 5, 6 - Sterna-Gerlacha 96, 97, 98, 121 --, rozdzielenie się wiązki 98 - Younga 13 --, jednofotonowe 14 --, - szeroko katowe 15 dziura 146 dziwność 250

E

Einstein A. 18, 90 elektrodynamika kwantowa 257 elektron 146, 269 – funkcja falowa 53 – przewodnictwa 135, 135–136, 157 – w pułapce 47 – – –, jeden wymiar 47 – walencyjny 47, 108 elektronowe liczby magiczne 190 elektrownia jądrowa, schemat 215

emisja 3 - spontaniczna 116 - światła 89 wvmuszona 116, 117, 121 energia drgań zerowych 55 - Fermiego 135, 139-140, 156 --. obliczenia 142 - fotonu 2 - jądrowa 228 --, fizyka 203 - jonizacji 89 - neutronów 212 - rozpadu 180, 211 -, skwantowanie 47-48 - wiazania 171, 192 --, nukleon 172, 173, 192 -, zmiana 49 Esaki L. 33 etanol, widmo NMR 101 F fala biegnaca 46 - de Broglie'a 19 - materii 19, 36, 58 --, dowód 20 – –, fizyka 46 - prawdopodobieństwa 13, 14, 36 - stojąca 46 - światła 36

-, długość komptonowska 11-12 -, stany dyskretne 46 fentometr, jednostka 170 Fermi E. 204, 217, 238 fermi, jednostka 170 Fermilab 237 fermion 238, 270 fizyka jądrowa, fizyka 163 - kwantowa 1, 2, 89 --. ciało stałe 132 --, poczatek 16 --, właściwości chemiczne pierwiastków 89 fluorowce 108 fotodioda 154 fotoelektron 5 foton 2, 36, 50, 89 -, absorpcja 3 -, emisja 3 -, energia 2, 36 –, fizyka 1 -, ped 9, 36 - wirtualny 257

300 SKOROWIDZ

fotopowielacz 15 fulleren 20 funkcja falowa 24, 36, 79 – –, elektron 53 – –, normalizacja 57 – –, wielkość zespolona 24

G

gazy zlachetne 108 Geiger H. 164 generator fal elektromagnetycznych 100 Geoppert-Mayer M. 191 Gerlach W. 96 Germer L. H. 20 gestość materii jądrowej 174 - prawdopodobieństwa 24, 36, 53 --. atom wodoru 74, 77-78 --, radialna 74, 77, 80 --, wyznaczanie 26 - stanów 137-138, 157 – – obsadzonych 140–141, 157 Giaever I. 33 glin 146 głebokość studni 58 Goudsmit S. 94 gradient koncentracji 149 – pola magnetycznego 97 granica krótkofalowa 110,121 grej, jednostka 188 **GUT 260**

H

hadron 240, 248, 270 Hahn O. 205 Heisenberg W. 27 hel 164

I

indukcja pola magnetycznego 96 Instytut Ochrony Radiologicznej 188 inwersja obsadzeń 118, 121, 154 izobara 169 izolator 132, 134, 156 izotop 168, 192 –, właściwości jądrowe 168

J

jądro 164, 189 – atomowe, odkrycie 163 –, energia wiązania 171 –, modele 189–192 –, poziom energetyczny 173 –, promień 170 –, rozszczepienie 203–211 – złożone 189, 193 jednostka masy, atomowa 171 Jensen H. 191 jonizacja 72 Josephson B. 34

K

kanał typu n 155 kaon 236, 249 kat półklasyczny 92 kiur, jednostka 177 klasyczne prawo promieniowania 17 kolimator 96 komórka elementarna 131 koncentracia nośników 144 kondensat Bosego-Einsteina 239 konfiguracja elektronowa 103 kropka kwantowa 46, 61 kryterium Lawsona 226, 227, 228 krzem 144, 145 ksenon, rozszczepienie jadra 206 kwant 2 – gamma 22 – światła 36 kwark 193, 254 - bottom 256 - dolny 254 - dziwny 254 - górny 254 - powabny 256 - top 256 kwazar 261

L

Lai M. 15 laser 115, 121 - helowo-neonowy 118 -, inwersja obsadzeni 119-120 -, monochromatyczność 115 -, skupienie 115 -, spóiność 115 -, ukierunkowanie 115 -, zasada działania 116 -, zastosowanie 116 - złączowy 154, 157 lepton 240, 269 liczba atomowa 95, 167, 192 - barionowa 249 - falowa 25 - kwantowa 47, 72 -- ładunku elektrycznego 243 --, główna 72, 120 --, magnetyczna 73 --, - orbitalna 120 --, - spinowa 94, 238 --, orbitalna 73 --, - magnetyczna 120 --, spinowa 238 --, spinowa magnetyczna 94 - leptonowa 247 - magiczna elektronowa 193

masowa 168, 192
neutronów 167, 192
licznik Geigera–Müllera 164
litowce 108
lokalizacja przestrzenna 79

Ł

ładunek elektryczny 239 – przestrzenny 150

М

magiczna liczba nukleonów 190 magneton Bohra 93, 121 mapa nuklidów 168 Marsden E. 164 materiał typu n 157 --p 157 megaparsek, jednostka 262 Meitner L. 205 metal 132, 135, 156 alkaliczny 108 -, elektrony przewodnictwa 136 -, liczba stanów 138, 141-142 –, prawdopodobieństwo obsadzeni 140 mezon 248, 255, 270 mikroskop tunelowy, skaningowy 34, 35 mion 236, 269 -, rozpad 244 moc wypromieniowywana 18-19 model Bohra 66-67, 79, 208 – elektronów swobodnych 135 - kroplowy 189, 193 - powłokowy 190, 193 - rozszczepienia jądra 207-208 Model Standardowy 237, 240 - uogólniony 191, 193 - Wheelera 208 moderator 212 moment dipolowy, magnetyczny 120, 121 --, orbitalny, magnetyczny 92-93 --, spinowy, magnetyczny 94 - magnetyczny jądra 173 --, efektywny 95 - pedu jadra 173 --, orbitalny 91, 120 --, spinowy 93, 121 Moseley H. G. J. 111

Ν

nadmiar neutronów 169 nanokryształ 60–61 natura materii, korpuskularna 21 neon 107 neutrino 182, 183 neutron elektronowy 246 – mionowy 246 – prędki 213 – termiczny 205, 213
normalizacja 55 -, funkcia falowa 57 -, równanie 54 nośnik ładunku elektrycznego 147 - mniejszościowy 146, 157 - wiekszościowy 146, 157 nukleon 168, 192, 204 nuklid 167, 192 - halo 170

0

obieg wtórny 214 obsadzenie całkowite 103 obszar zubożony 150, 157 oddziaływania silne 173, 193, 239, 243 - słabe 239 oddziaływanie 269 - elektrosłabe 258 - kolorowe 259, 269 odwrócenie obsadzeń 118 okres 89 opór właściwy 131, 144, 156

Р

paliwo uranowe 212 palnik tlenowo-acetylenowy 115 pasmo energetyczne 133 - przewodnictwa 143, 157 - walencyjne 143 Pauli W. 101 Perl M. 246 parametr deformacji 208 pierwiastki, uszeregowanie 111, 121 piezoelektryczność 34 piezoelektryk 34 piękno 250 pion 236 - dodatni 243 -, rozpad 244 - ujemny 243 płaszczyzna złącza 149, 157 pochłanianie światła 89 podpowłoka 94, 107 - symetryczna 77 pokolenie 213 polaryzacja złącza 152 --w kierunku przewodzenia 152 pole elektromagnetyczne 100 - EM 100 powab 250 powłoka 94, 107 -, symetria sferyczna 77 poziom energetyczny 49, 156 - Fermiego 135, 137 - nieobsadzony 103 - obsadzony 103 - pusty 103

- wypełniony 103 półprzewodnik 61, 132, 143, 156, 157 - domieszkowany 145 - tvpu n 145, 146 --p 145, 146, 147 praca wyjścia 8, 36 - obsadzenia 139, 157 - wykrycia 53 --, elektron w studni potencjału 56 prawo Hubble'a 262, 270 - promieniowania Plancka 18 - Wiena 36 - zachowania dziwności 250 -- liczby barionowej 249 --- leptonowej 247 prad dyfuzji 150, 157 - fotoelektryczny 5 - unoszenia 151, 157 predkość Fermiego 135 pret paliwowy 213 - sterujacy 214 promieniotwórczość 164 - potasu, banany 178 -, mapa nuklidów 184 promieniowanie ciała doskonale czarnego 36 - elektromagnetyczne 2 -, pomiar dawki 187 - reliktowe 263 - rentgenowskie 10, 109, 121 --, widmo charakterystyczne 110-111, 114 rozwiązanie Einsteina 18 --, widmo ciagłe 110 - tła, kosmiczne 263 proton 242 próg energii potencjalnej 29 - potencjału 29, 36 – , wysokość 29 przejście kwantowe 49 przerwa energetyczna 156 przeskok kwantowy 49 przesunięcie comptonowskie 9, 11, 36 przewodnictwo 137 pudło prostokatne 64 --, zakaz Pauliego 102 pułapka elektronowa 48 --. atom wodoru 66 --, dwuwymiarowa 63, 79 --, jednowymiarowa 48 – –, trójwymiarowa 63 - jednowymiarowa, zakaz Pauliego 102 R

radiancja maksymalna 18 - spektralna 17 radionuklid 168 rdzeń reaktora 213 reakcja jądrowa 228

- łańcuchowa 228 - rozszczepienia 208 reaktor jądrowy 212, 217 --, bilans neutronów 214 --, budowa 215, 226 --. moderatorów 213 --, szybkość rozszczepienia 215 --, - zużycia paliwa 215 --, wydajność 215 reguła lokalizacji przestrzennej 47 Reines F. 183 rem, jednostka 188 rezonans jądrowy, magnetyczny 100 --, magnetyczny, widmo 101 - magnetyczny 100, 121 Rohrer H. 34 rozpad 168 - promieniotwórczy 175, 176, 193 - protonu 252 $-\alpha$ 179, 180, 193 --, energia rozpadu 180 --, wartość Q 181 $-\beta$ 182, 193, 206, 256 -- minus 182 -- plus 182 – –, wartość Q 185 rozpraszanie comptonowskie 11-12, 12-13, 37 - Rutherforda 165 rozszczepienie jadra 172, 203-211, 228 - Plancka 18 równanie Einsteina 6-7 - Schrödingera 24-25, 30, 46, 58, 63, 73, 79, 80,91 --, atom wieloelektronowy 106 --.- wodoru 66, 69 --, --, energia 69 --, rozwiązanie ogólne 25 --, ruch jednowymiarowy 25 --, stałe U 25 równoważnik dawki pochłoniętej 188, 193 równoważność energii 193 - masy 193 różnica potencjałów, kontaktowa 150 --, kontaktowa 150, 157 ruch nośników mniejszościowych 150-151 -- większościowych 149-150 Rutherford E. 164

S

selenek kadmu 61 seria Balmera 72 - Lymana 72 - Paschena 72 sigma 236, 249 siła elektromagnetyczna 239

302 **SKOROWIDZ**

– grawitacyjna 239 – jadrowa 173, 193 siwert, jednostka 188, 193 sód 108 spin 98, 238 – jadra 173 stała Boltzmanna 18, 36, 117 - Hubble'a 262, 270 - Plancka 2, 36 - rozpadu 176, 178, 193 - Rydberga 70 stan krytyczny 213 - metatrwały 117 - nadkrytyczny 213 - nieobsadzony 190 - podstawowy 49, 73 –, energia 55, 79 - wzbudzony 49 statystyka Fermiego-Diraca 139 Stern O. 96 Strassman F. 205 studnia potencjału 48 --, nieskończona 48, 59, 79 –, –, dwuwymiarowa poziomy energii 64 --, poziomy energetyczne 51 --, skończona 58, 79 --, skończona z elektronem 59 supernowa 223 synteza jadrowa 228 – , kontrolowana 228 - laserowa 227, 228 - termojądrowa 219-224, 229 --, kontrolowana 225 --, Słońce 222 świat subatomowy 1

Т

taon 246, 269 Taylor G. I. 14 teoria Brouta-Englerta-Higgsa 260 – Einsteina 1

teorie wielkiej unifikacji 260 Thomson G. P. 20 Thomson J.J. 163, 164 tokamak 226, 228 tranzystor 155 - MOSFET 155, 156 - polowy 155 tunelowanie 32, 180 -, nadprzewodnik 34 -, półprzewodnik 33 - przez bariere 36 ---, fala materii 35 U ucieczka neutronów 212 Uhlenbeck G. 94 układ doświadczalny Geigera i Marsdena 164 - okresowy 106 --, budowa 106, 121 --, zakaz Pauliego 107 - scalony 156 utrzymanie plazmy 227 utrzymywanie magnetyczne 226 uwięzienie inercyjne 228 w

wartościowość 146 warunki brzegowe 30 Wheeler J. 207 wiazka skolimowana 96 widmo 72 - charakterystyczne 110 -. serie 72 wiek Wszechświata 262 Wielki Wybuch 183, 261, 265 Wielki Zderzacz Hadronów 260 wirtualne fotony 269 właściwości atomów 120 współczynnik Lorentza 11 – – mnożenia k 213 -- odbicia 31

-- oporu, temperaturowy 132, 144-145, 156 – przejścia 33 -- transmisji 31, 33 wychwyt neutronów 213 - rezonansowy 213 wykres Moseleva 113 wyspa stabilności 170 wzbogacanie 212 wzbudzenie elektronu, izolator 134 wzór Einsteina 255

Y

Young T. 13

Z

zagroda kwantowa 35, 46, 62, 63 prostokatna 63 --, zakaz Pauliego 102 - Pauliego 101-102, 121, 135, 190, 238 --, energia całkowita 103 zapach kwarków 254 zapłon 227 zasada dynamiki Newtona, druga 67 - korespondencji 54 - nieoznaczoności 27 -- Heisenberga 27, 36 --, pęd 28 --, położenie 28 - odpowiedniości 54 - zachowania energii 11 zderzenie proton-pion 245 zjawisko fotoelektryczne 4, 8, 36 złącze Josephsona 34 złącze p-n 149, 152, 157 – spolaryzowane w kierunku zaporowym 152 --, zastosowanie 157 - prostujace 151, 157 Zweig G. 254 źródło RF 100 żelazo 108

WYBRANE STAŁE FIZYCZNE*

prędkość światła stała grawitacyjna stała Avogadra uniwersalna stała gazowa energetyczny równoważnik masy	$c \\ G \\ N_A \\ R \\ c^2$	$\begin{array}{l} 3,00\cdot 10^8 \text{ m/s} \\ 6,67\cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{s}^2\cdot\text{kg}) \\ 6,02\cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ 8,31 \text{ J/(mol}\cdot\text{K}) \\ 8,99\cdot 10^{16} \text{ J/kg} \end{array}$
stała elektryczna	ε_0	931,5 MeV/u $8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m
stała magnetyczna stała Plancka	μ_0 h	$1,26 \cdot 10^{-6}$ H/m 6.63 $\cdot 10^{-34}$ L \cdot s
stała Boltzmanna	k	$\begin{array}{c} 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \\ 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\ \end{array}$
ładunek elementarny	е	$8,62 \cdot 10^{-9} \text{ eV/K}$ $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
masa elektronu	m _e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
masa protonu	m _p	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
masa deuteronu	$m_{\rm n}$	$1,08 \cdot 10$ kg $3.34 \cdot 10^{-27}$ kg
promień Bohra	т _d rр	$5.29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
magneton Bohra	$\mu_{\rm B}$	$9,27 \cdot 10^{-24}$ J/T
C	12	$5,79 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T}$
stała Rydberga	R	$0,01097 \text{ nm}^{-1}$

* Obszerniejszy spis stałych fizycznych, zawierający także wartości najbardziej dokładne oraz ich niepewności, przedstawiony jest w dodatku B.

WYBRANE WSPÓŁCZYNNIKI ZAMIANY JEDNOSTEK*

Masa i gęstość

 $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g} = 6.02 \cdot 10^{26} \text{ u}$ $1 \text{ u} = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $1 \text{ kg/m}^3 = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$

Długość i objętość

1 m = 100 cm = 39,4 in = 3,28 ft 1 mila = 1,61 km = 5280 ft 1 in = 2,54 cm 1 nm = 10^{-9} m = 10 Å 1 pm = 10^{-12} m = 1000 fm 1 rok świetlny (y) = 9,46 · 10¹⁵ m 1 m³ = 1000 l = 35,3 ft³ = 264 galony amerykańskie

Czas

1 d = 86 400 s 1 a = $365\frac{1}{4}$ d = $3,16 \cdot 10^7$ s

Miara łukowa kąta

1 rad = 57,3° = 0,159 obrotu π rad = 180° = $\frac{1}{2}$ obrotu

Prędkość

1 m/s = 3,28 ft/s = 2,24 mili/h 1 km/h = 0,621 mili/h = 0,278 m/s

Siła i ciśnienie

1 N = 10^5 dyn = 0,225 funta 1 Pa = 1 N/m² = 10 dyn/cm² 1 atm = 1,01 · 10^5 Pa = 76 cm Hg

Energia i moc

1 J = $10^7 \operatorname{ergów} = 0,239 \operatorname{cal}$ 1 kWh = $3,6 \cdot 10^6 \operatorname{J}$ 1 cal = $4,19 \operatorname{J}$ 1 eV = $1,60 \cdot 10^{-19} \operatorname{J}$ 1 KM = $746 \operatorname{W}$

Magnetyzm

 $1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2 = 10^4 \text{ Gs}$

* Obszerniejszy spis przedstawiony jest w dodatku D.

Nowoczesny, przejrzyście napisany, kompletny podręcznik podstaw fizyki, który powstał na podstawie legendarnej już książki Resnicka i Hallidaya. Przedstawia aktualny stan wiedzy, zarówno w rozdziałach związanych z fizyką współczesną, jak i w tych dotyczących fizyki klasycznej. Prezentowany materiał jest bogato ilustrowany i poparty wieloma przykładami, a aparat matematyczny ograniczony do niezbędnego minimum.

Uzupełnieniem książki są wykazy niektórych danych astronomicznych, współczynników zamiany jednostek, wzorów matematycznych, właściwości pierwiastków, wybranych stałych i właściwości fizycznych, a także układ okresowy pierwiastków oraz skorowidz pojęć.

Kultowy podręcznik – nowe wydanie!

Drugie wydanie polskie opiera się na najnowszym, już dziesiątym, wydaniu amerykańskim.

W książce poczyniono pewne zmiany:

- podzielono na nowo treść książki, niektóre rozdziały napisano na nowo
- dodano listę celów nauczania oraz informację o podstawowych faktach, które należy przyswoić
- dodano 16 nowych przykładów oraz 250 nowych zadań i 50 pytań
- w internecie na stronie książki zamieszczono pomoce dydaktyczne (np. animacje, wskazówki do zadań)

Podstawowy podręcznik dla studentów i uczniów Nieoceniona pomoc dla wykładowców i nauczycieli

TON 5 obejmuje zagadnienia dotyczące mechaniki kwantowej, fizyki jądrowej i fizyki ciała stałego.

HALLIDAY

RESNICK · WALKER

PODSTAW

17



Wydawnictwo Naukowe PWN SA infolinia: 801 33 33 88 www.pwn.pl tom 5





